3MG **ANALYSE 2** **TE 2** **90'**

Exercice 1 (8 pts)

Donner une primitive de chacun des fonctions suivantes:

$f_1(x) = e^{\cos(x)} \cdot \sin(x)$ $\qquad$ $f_2(x) = \left(1 + \frac{1}{x^3}\right) \cdot \ln(x)$ $\qquad$ $f_3(x) = \cos(x) \cdot x^2$

Exercice 2 (5 pts)

Soit $f(x) = x \cdot (2-x)^{\frac{1}{3}}$.

A. Calculer $I = \int_0^2 f(x)dx$.

B. En utilisant la formule de Simpson, calculer $\int_0^2 f(x)dx$.

C. Quelle est, en % de la valeur exacte, l'erreur par l'estimation de Simpson.

Exercice 3 (4 pts)

Soit $f(x) = \frac{1}{x(1+\ln^2(x))}$.

A. Trouver le domaine de définition de f.

B. A l'aide de la substitution $t = \ln(x)$, trouver une primitive de f.

C. Calculer, si elles existent, les intégrales suivantes: $\int_1^{\infty} f(x)dx$, $\int_0^1 f(x)dx$.

Exercice 4 (8 pts)

Pour $k \in \mathbb{R}$, on considère $f: x \to y = x \cdot (\ln(x))^k = x\ln^k(x)$.

A. Contrôler que, pour $k \succ 0$, le graphe de f admet deux points à tangente horizontale indépendamment de k.

B. Calculer $I_1 = \int_0^1 x \cdot \ln(x)dx$.

C. On pose $I_k = \int_0^1 x \cdot \ln^k(x)dx$; montrer que $I_k = -\frac{k}{2} \cdot I_{k-1}$.

D. Calculer I_2, I_3, puis déduire, en fonction de n, I_n.