

# Chapitre 3

## Ondes et lumière

### 3.1 Propagation d'une onde mécanique

#### 3.1.1 Signal transversal, signal longitudinal, onde

Un *signal mécanique* est une déformation de courte durée d'un *milieu élastique*. Cette déformation ne reste pas localisée à l'endroit où elle est produite, mais elle se déplace dans le milieu élastique : elle se *propage*. Après le passage du signal le milieu reprend son état initial.

Le point de départ du signal est la *source S* ; la direction et le sens dans lesquels le signal se déplace constituent la *direction* et le *sens de propagation*.

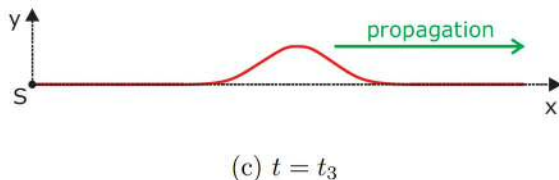
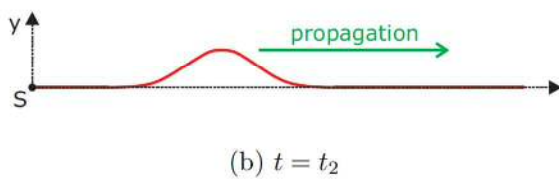
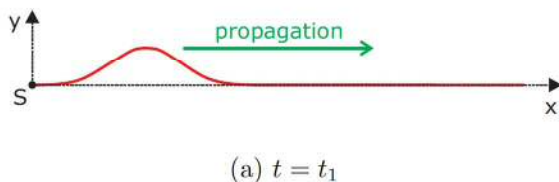


FIGURE 3.1 – Signal *transversal*

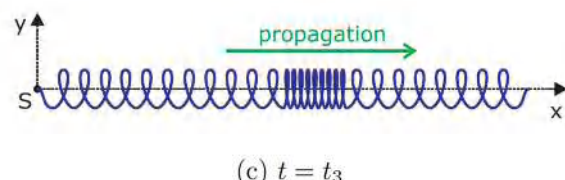
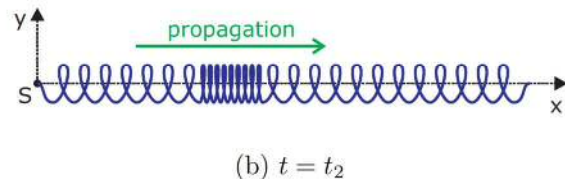
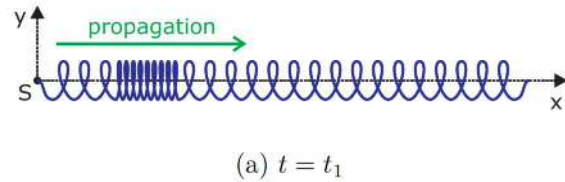


FIGURE 3.2 – Signal *longitudinal*

**Définition** Si, lors du passage de la déformation, les différents points du milieu se déplacent perpendiculairement à la direction de propagation (figure 3.1), la déformation est un *signal transversal*.

**Définition** Si, lors du passage de la déformation, les différents points du milieu se déplacent dans la direction de propagation (figure 3.2), la déformation est un signal longitudinal.

**Définition** Une onde est une série de signaux qui se suivent à des intervalles de temps réguliers ; elle peut être transversale ou longitudinale.

### 3.1.2 Célérité

**Définition** On appelle célérité  $c$  la vitesse de propagation d'un signal ou d'une onde.

Propriétés :

- La célérité  $c$  ne dépend pas de la forme du signal.
- Dans un milieu homogène donné la célérité  $c$  est constante.
- Pour atteindre le point  $M$  (figure 3.3a), le signal met un temps  $\Delta t$  tel que  $OM = c \Delta t$ . Le point  $M$  reproduit le mouvement de la source avec un retard :

$$\Delta t = \frac{OM}{c}$$

c'est-à-dire le mouvement de  $M$  à la date  $t$  est identique au mouvement de  $S$  à la date  $t - \Delta t$ .

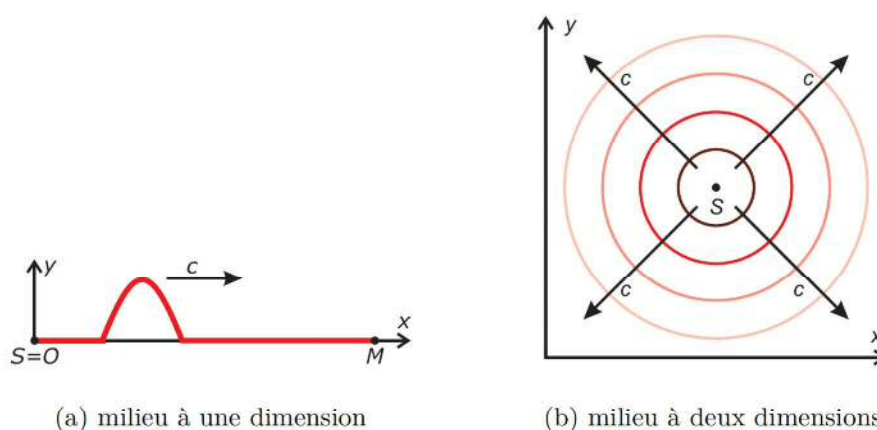


FIGURE 3.3 – Célérité d'un signal

- Dans un milieu homogène à 2 (figure 3.3b) ou à 3 dimensions, la célérité  $c$  est la même dans toutes les directions.
- La célérité  $c$  dépend de la nature et de l'état du milieu de propagation.

<i>Signal</i>	<i>Milieu de propagation</i>	<i>Célérité en m/s</i>
son	air à 0 °C	330,7
	air à 20 °C	342,6
	air à 40 °C	354,1
	eau de mer à 15 °C	1500
	acier	5000
	hydrogène à 20 °C	1300
lumière	vide	$3 \cdot 10^8$
	eau	$2,25 \cdot 10^8$
	verre ordinaire	$2 \cdot 10^8$

### 3.1.3 Propagation d'une onde sinusoïdale le long d'une corde

#### Célérité le long d'une corde

Le long d'une corde tendue, la célérité augmente avec la *tension*  $F_T$  de la corde et diminue avec la *masse linéaire*  $\mu$  (ou masse linéique : masse par unité de longueur) suivant la relation :

$$c = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad (3.1)$$

#### Longueur d'onde et période

Nous considérons une source  $S$  dont le mouvement est sinusoïdal de période  $T$ .

Pour comprendre comment la corde se déforme progressivement, il est commode de la représenter à différentes dates :

- $t = 0$  : la source commence son mouvement (figure 3.4a) ;
- $t = T/4$  : la source a fait un quart d'oscillation (figure 3.4b) ; le front d'onde atteint le point  $M_1$ , tel que  $OM_1 = cT/4$  ;
- $t = T/2$  : la source a fait une demi-oscillation (figure 3.4c) ; le front d'onde atteint le point  $M_2$ , tel que  $OM_2 = cT/2$  ;
- $t = 3T/4$  : la source a fait trois quarts d'oscillation (figure 3.4d) ; le front d'onde atteint le point  $M_3$ , tel que  $OM_3 = c3T/4$  ;
- $t = T$  : la source a effectué une oscillation complète (figure 3.4e) ; la déformation atteint une longueur de corde qu'on appelle *longueur d'onde* :  $\lambda = cT$  ;
- $t = 2T$  : la source a effectué deux oscillations complètes (figure 3.4f) ; la déformation atteint une longueur de corde  $2\lambda = c2T = 2cT$ .

**Définition** La longueur d'onde  $\lambda$  est la distance parcourue par l'onde en une période  $T$ . La longueur d'onde dépend à la fois de la période  $T$ , donc de la source, et de la célérité  $c$ , donc du milieu de propagation.

$$\lambda = cT \quad (3.2)$$

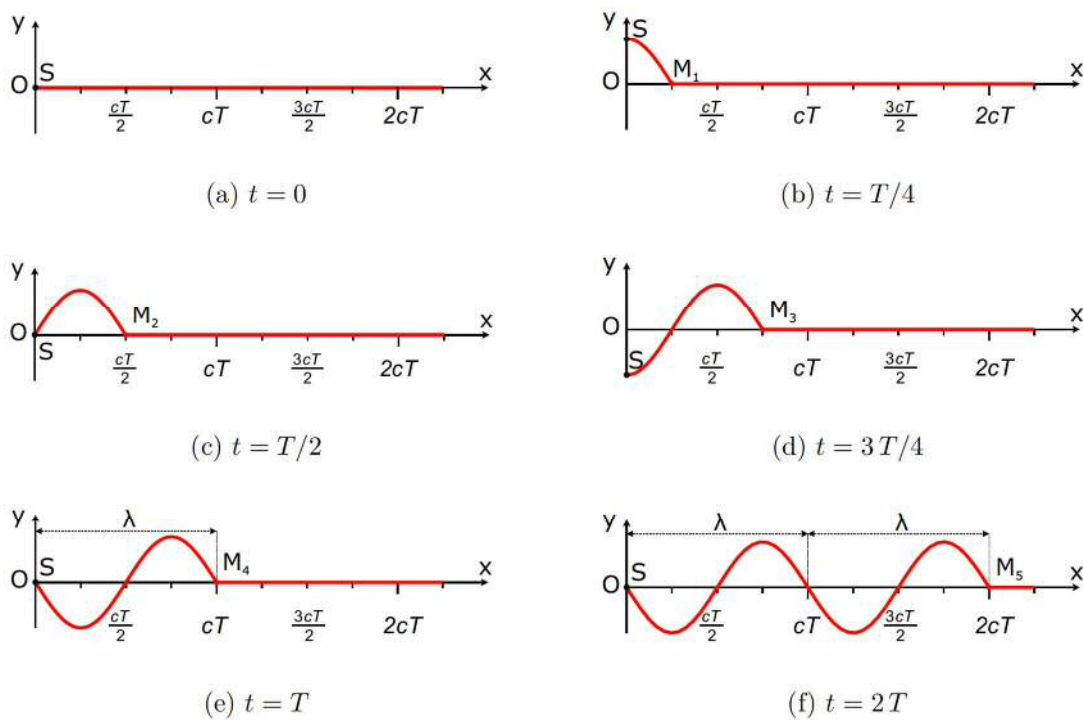


FIGURE 3.4 – Propagation d'un signal sinusoïdal

La fréquence  $f = \frac{1}{T}$  de la source permet d'écrire l'expression (3.2) :  $\lambda = \frac{c}{f}$ .

### 3.1.4 Double périodicité du phénomène de propagation

#### Périodicité temporelle

Un point  $M$  donné du milieu exécute, comme la source, une vibration sinusoïdale qui se reproduit identiquement à elle-même après le temps  $T$  :  $T$  est la *période dans le temps*.

La sinusoïde qui représente les variations de l'*élongation* d'un point en fonction du temps est appelée *sinusoïde des temps*. Elle est représentée dans le repère  $(O, t, y)$  (figure 3.5).

La projection du point  $S$  sur  $Oy$  (figure 3.5a) est appelée *élongation de la source  $S$*  et est notée  $y_S$ .

La projection du point  $M$  sur  $Oy$  (figure 3.5b) est appelée *élongation du point  $M$*  et est notée  $y_M$ .

La sinusoïde des temps du point  $M$  d'abscisse  $x$  se déduit de la sinusoïde des temps de la source par une translation  $\Delta t = x/c$  le long de l'axe des temps.

#### Périodicité dans l'espace

À un instant  $t$  donné on retrouve le même état vibratoire le long de la corde à une distance égale à la longueur d'onde  $\lambda$  :  $\lambda$  est la *période dans l'espace*.

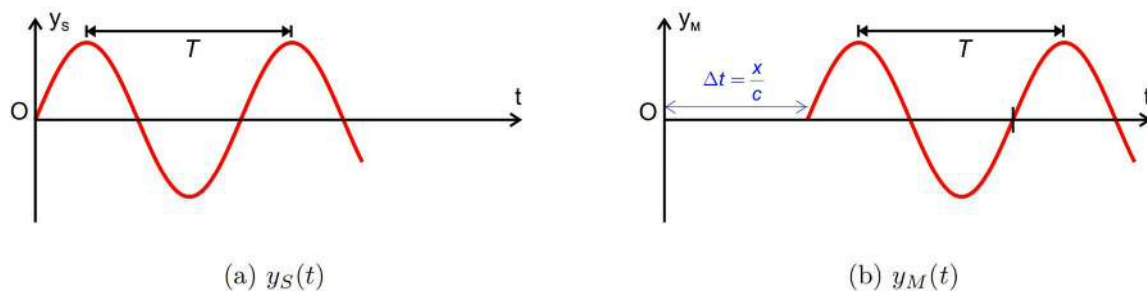


FIGURE 3.5 – Sinusoides des temps

La sinusoïde qui représente les variations de l'*élongation* dans l'espace, à un instant donné, est appelée *sinusoïde des espaces*. Elle se confond avec l'image qu'on obtiendrait en photographiant la corde à l'instant  $t$  considéré. Elle est représentée dans le repère  $(O, x, y)$  (figure 3.6).

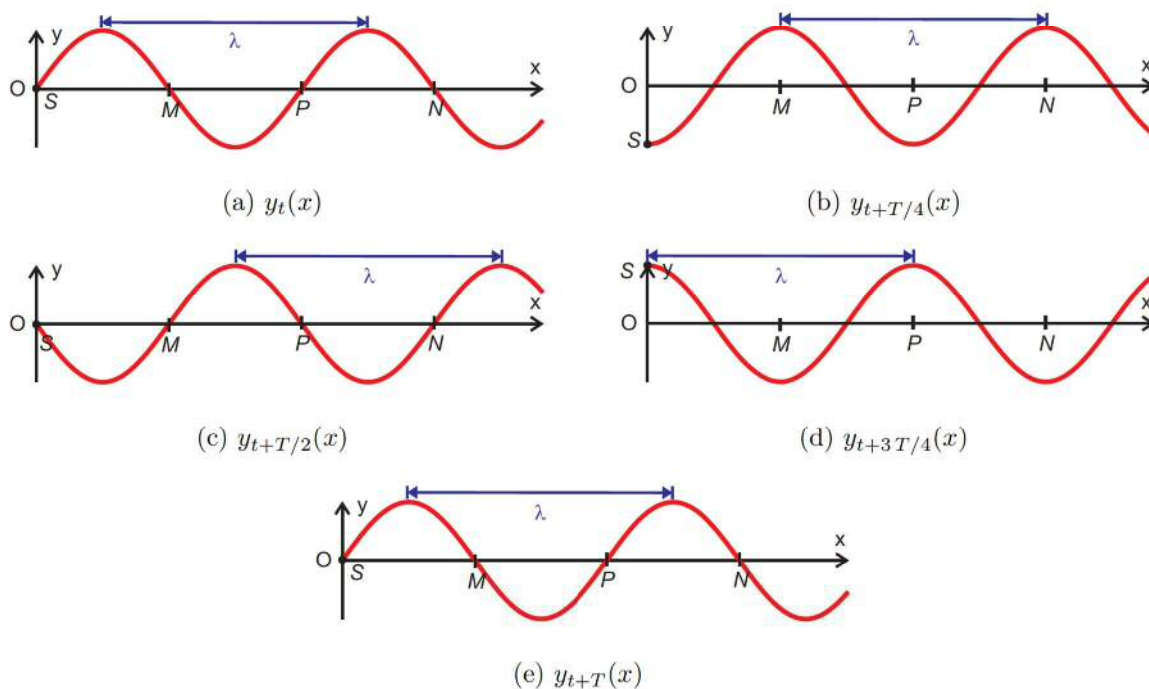


FIGURE 3.6 – Sinusoides des espaces

La sinusoïde des espaces progresse au cours du temps, avec une vitesse  $c$  égale à la célérité : la vibration de la source engendre dans le milieu une *onde progressive*.

Deux points  $M$  et  $N$  de la corde, séparés des distances  $\lambda, 2\lambda, \dots, n\lambda$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ), ont à tout instant même *élongation* : ils vibrent *en phase*.

$$\Delta x = x_N - x_M = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2} \quad (3.3)$$

La longueur d'onde  $\lambda$  représente donc aussi la distance entre 2 points voisins qui *vibrent en phase*, en particulier la distance entre 2 crêtes voisines.

Deux points  $M$  et  $P$  de la corde, séparés des distances  $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots, (2n+1)\lambda/2$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ), ont à tout instant des élongations opposées : ils *vibrent en opposition de phase*.

$$\Delta x = x_P - x_N = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (3.4)$$

### 3.1.5 Équation d'onde

#### Équation horaire d'un point quelconque

L'équation horaire de la source  $S$  peut s'écrire sous la forme :

$$y_S(t) = Y_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.5)$$

où  $y_S(t)$  est l'élongation de la source  $S$  à la date  $t$ ,  $Y_0$  est l'amplitude de la source et  $\omega$  la *pulsation* de la source (figure 3.5). La *période*  $T$  et la pulsation  $\omega$  sont reliées par la relation :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Nous supposons que la propagation se fait sans amortissement dans le sens des  $x$  positifs. Pour atteindre le point  $M$  situé à la distance  $x$  de la source  $S$ , l'onde met le temps :

$$\Delta t = \frac{x}{c}.$$

L'élongation  $y_M$  du point  $M$  à la date  $t$  est la même que l'élongation  $y_S$  de la source à la date antérieure  $t - \Delta t$  :

$$\begin{aligned} y_M(t) &= y_S(t - \Delta t) \\ &= Y_0 \sin [\omega(t - \Delta t) + \varphi] \\ &= Y_0 \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) + \varphi \right] \\ &= Y_0 \sin \left[ \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{c} \right) + \varphi \right] \\ &= Y_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{cT} \right) + \varphi \right] \\ y_M(t) &= Y_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right] \end{aligned}$$

où  $x$  est l'abscisse du point  $M$ .

Tous les points ont même amplitude et même pulsation que la source, mais ils n'effectuent pas le même mouvement en même temps. Ainsi :

$$y(x, t) = Y_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right] \quad (3.6)$$

est l'équation de l'onde progressive en fonction des variables  $x$  et  $t$ .

### Calculs des périodes spatiale et temporelle

L'élongation  $y(x, t)$  reprend la même valeur chaque fois que l'argument  $2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$  change d'un multiple entier de  $2\pi$  (expression 3.6).

De combien faut-il augmenter  $t$  pour qu'en un point  $M(x)$  donné, l'argument augmente de  $2\pi$  ?

Cette question se traduit par :

$$\begin{aligned} 2\pi \left( \frac{t+t'}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) &= 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + 2\pi \\ 2\pi \frac{t+t'}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} &= 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + 2\pi \\ 2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{t'}{T} &= 2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \\ 2\pi \frac{t'}{T} &= 2\pi \\ t' &= T \end{aligned}$$

$T$  est appelé *période temporelle*.

De combien faut-il augmenter  $x$  pour qu'à un instant  $t$  donné, l'argument diminue de  $2\pi$  ?

Cette question se traduit par :

$$\begin{aligned} 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x+x'}{\lambda} \right) &= 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) - 2\pi \\ 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} - 2\pi \frac{x'}{\lambda} &= 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} - 2\pi \\ -2\pi \frac{x'}{\lambda} &= -2\pi \\ x' &= \lambda \end{aligned}$$

$\lambda$  est appelé *période spatiale*.

## 3.2 Interférences mécaniques

### 3.2.1 Conditions d'interférences

L'*interférence* est un phénomène qui résulte de la *superposition* de deux ondes de même nature et de même fréquence. Les sources émettrices de ces ondes doivent être *cohérentes*, c'est-à-dire, présenter l'une sur l'autre un déphasage constant et avoir même fréquence. Si le déphasage est nul, donc si les sources sont en phase, on dit que les sources sont *synchrones*.

### 3.2.2 Superposition de petits mouvements

Quand deux signaux se rencontrent, ils se croisent sans se gêner ; leur propagation et leur forme ne sont pas modifiées après le croisement.

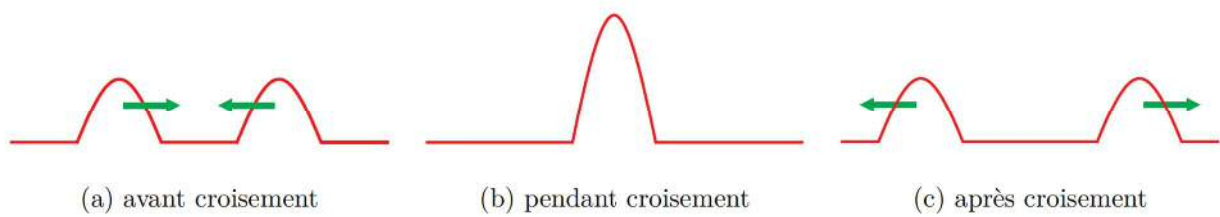


FIGURE 3.7 – Signaux de même signe

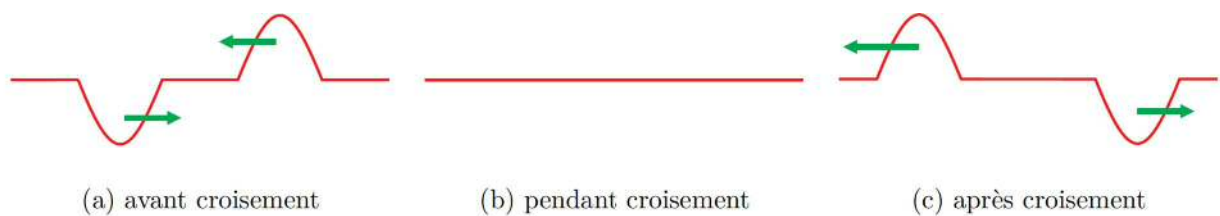


FIGURE 3.8 – Signaux de signes opposés

Pendant le croisement l'élongation résultante est donnée par la *règle de superposition* des petits mouvements.

**Énoncé** Lorsque deux signaux colinéaires de faible amplitude se superposent en un point  $M$ , l'élongation résultante  $y$  est égale à la somme algébrique des élongations  $y_1$  et  $y_2$  que provoqueraient en  $M$  les deux signaux en se propageant seuls :

$$y = y_1 + y_2.$$

Les deux signaux peuvent ainsi se renforcer (figure 3.7) lors de leur croisement ou bien se détruire (figure 3.8).



### 3.2.3 Interférences dans un milieu à une dimension

#### Réflexion d'un signal à l'extrémité du milieu

Lors de la réflexion sur une extrémité fixe (figure 3.9), l'élongation change de signe.

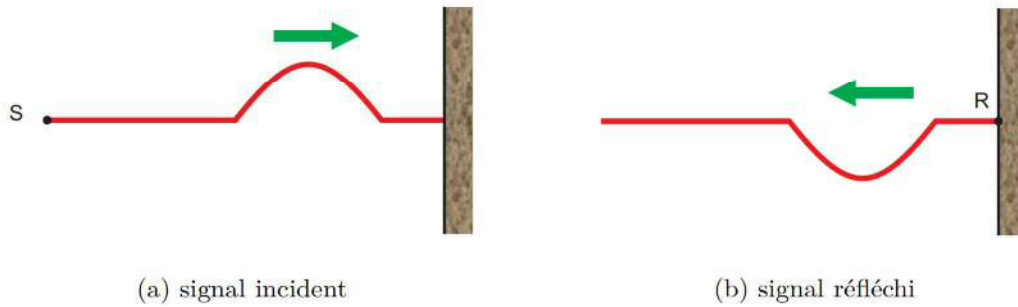


FIGURE 3.9 – Extrémité fixe



FIGURE 3.10 – Extrémité libre

La réflexion à l'extrémité libre (figure 3.10) se fait sans changement de signe.

#### Expérience de Melde

**Expérience 3.1** Un vibreur anime l'extrémité  $S$  d'une corde tendue d'un mouvement vibratoire sinusoïdal (figure 3.11).

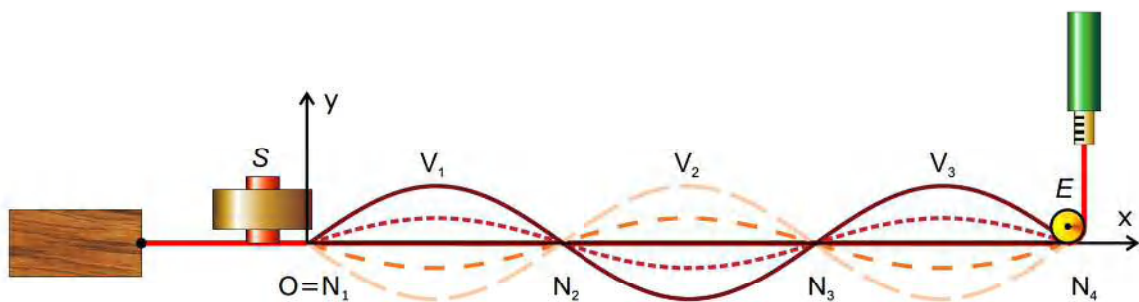


FIGURE 3.11 – Dispositif expérimental

À l'extrémité  $E$ , au contact de la poulie, une onde réfléchie de même fréquence prend naissance et se propage en sens inverse.

On peut varier la longueur utile  $SE = \ell$  de la corde, la tension  $F_T$  de la corde mesurée par un dynamomètre et la fréquence  $f$  du vibreur.

*Le stroboscope*

Le stroboscope est un appareil qui permet d'émettre des flash lumineux à une fréquence donnée. Si cette fréquence des éclairs est égale à la fréquence de l'oscillateur, alors entre deux éclairs successifs l'oscillateur fait exactement une oscillation ; à chaque éclair on l'observe exactement dans la même position : on observe un repos apparent.

Si la fréquence des éclairs est égale à un sous-multiple de la fréquence de l'oscillateur, alors entre deux éclairs successifs l'oscillateur fait un nombre entier d'oscillations ; à chaque éclair il se retrouve dans la même position : on observe un repos apparent.

Si la fréquence des éclairs est légèrement inférieure à la fréquence de l'oscillateur, alors entre deux éclairs successifs l'oscillateur fait un peu plus d'une oscillation : on observe un mouvement ralenti apparent.

*Observations :*

Pour un réglage convenable, la corde vibre en plusieurs *fuseaux* d'égale longueur (figure 3.12).

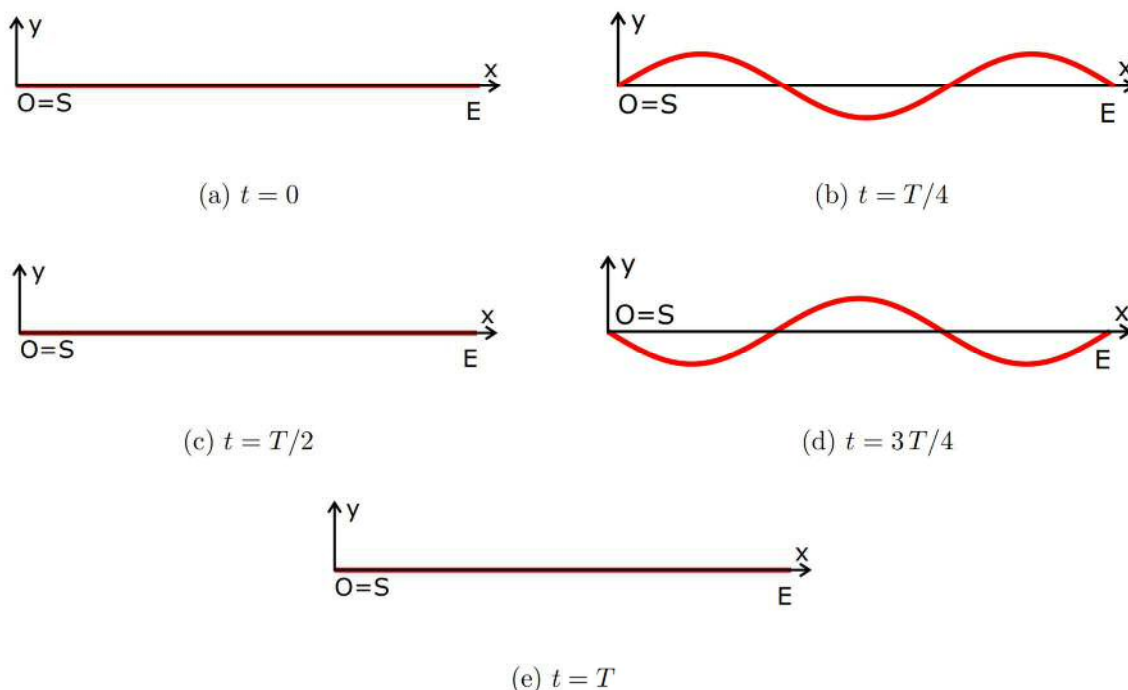


FIGURE 3.12 – Aspect stroboscopique de la corde

Les extrémités des *fuseaux* sont appelés *nœuds*  $N_i$  ( $i \in \mathbb{N}$ ), les milieux des fuseaux sont appelés *ventres de vibration*  $V_i$  ( $i \in \mathbb{N}$ ).

L'extrémité  $E$  fixe est un nœud ; en première approximation l'extrémité  $S$  fixée au vibreur peut être assimilée à un nœud.

Vu de loin, le système paraît immobile ; il n'y a pas de progression le long de la corde : le phénomène est appelé *onde stationnaire*.

L'éclairage stroboscopique permet de voir que la corde se déforme sur place. L'amplitude de vibration est nulle aux nœuds, elle est maximale aux ventres.

La longueur d'un fuseau est égale à  $\lambda/2$ .

L'aspect de la corde dépend

- de la tension  $F_T$  de la corde ;
- de la longueur  $\ell$  la corde ;
- de la fréquence  $f$  du vibreur.

L'apparence en fuseaux n'est obtenue que pour des valeurs discrètes de ces paramètres.

Le nombre  $n$  de fuseaux

- diminue quand on augmente la tension  $F_T$  de la corde (sans modifier sa longueur  $\ell$  ni la fréquence  $f$ ) ;
- augmente quand on augmente la longueur  $\ell$  utile de la corde (sans modifier sa tension  $F_T$  ni la fréquence  $f$ ) ;
- augmente lorsqu'on augmente la fréquence  $f$  du vibreur (sans modifier ni la longueur  $\ell$  ni la tension  $F_T$ ).

*Interprétation :*

Une onde stationnaire résulte de l'interférence de deux ondes qui se propagent suivant la même direction, mais en sens contraires : l'onde incidente  $y_1(x, t)$  issue de la source en  $S$  et l'onde réfléchie  $y_2(x, t)$  qui prend naissance à l'extrémité fixe  $E$ . Ces deux ondes ont même fréquence et même amplitude.

Aux ventres ces deux ondes arrivent à tout instant en phase, il y a *interférence constructive*. D'après le principe de superposition, l'amplitude résultante est égale à la somme des amplitudes des ondes composantes.

Aux nœuds ces deux ondes arrivent à tout instant en opposition de phase, il y a *interférence destructive*. D'après le principe de superposition, l'amplitude résultante est nulle.

### Étude théorique des ondes stationnaires

Soit  $T$  la période du vibreur. En tenant compte de l'expression (3.5) et de la figure 3.12, la vibration de la source  $S$  est décrite par l'équation :

$$y_S(t) = Y_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right).$$

Le point  $M$  se trouvant à l'abscisse  $x$  est sollicité à la fois par deux ondes : l'onde incidente  $y_1(x, t)$  issue de  $S$  et l'onde  $y_2(x, t)$  réfléchie en  $E$ .

En adaptant maintenant l'équation horaire (3.6) à l'onde incidente  $y_1(x, t)$  :

$$y_1(x, t) = Y_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right].$$

En adaptant l'équation horaire (3.6) à l'onde réfléchie  $y_2(x, t)$  et puisque le signal qui a parcouru la distance  $2\ell - x$  subit un saut de phase en  $E$  :

$$y_2(x, t) = Y_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2\ell - x}{\lambda}\right) + \pi\right].$$

Le mouvement résultant de  $M$  sera calculé en appliquant la relation trigonométrique :

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}.$$

D'où :

$$\begin{aligned} y_M &= y_1 + y_2 \\ &= Y_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right] + Y_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{2\ell - x}{\lambda} \right) + \pi \right] \\ &= 2 Y_0 \sin \left[ \pi \left( \frac{2t}{T} - \frac{2\ell}{\lambda} \right) + \frac{\pi}{2} \right] \cos \left[ \pi \left( \frac{2\ell - 2x}{\lambda} \right) - \frac{\pi}{2} \right] \\ &= 2 Y_0 \sin \left[ \pi \left( \frac{2\ell - 2x}{\lambda} \right) \right] \sin \left[ \pi \left( \frac{2t}{T} - \frac{2\ell}{\lambda} \right) + \frac{\pi}{2} \right] \\ &= 2 Y_0 \sin \left( 2\pi \frac{\ell - x}{\lambda} \right) \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} - \frac{2\pi \ell}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= A_M \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} + \Phi \right). \end{aligned}$$

L'amplitude résultante  $A_M$ , indépendante de  $t$ , vaut :

$$\boxed{A_M = 2 Y_0 \sin \left( 2\pi \frac{\ell - x}{\lambda} \right)} \quad (3.7)$$

Le point  $M$  d'abscisse  $x$  suit un mouvement de période  $T$ , de phase  $\Phi$  et d'amplitude  $A_M$ .

Si  $M$  est situé sur un nœud, l'amplitude  $A_M$  est 0, donc :

$$\begin{aligned} 2\pi \frac{\ell - x}{\lambda} &= 0 + k_0 \pi, \quad k_0 \in \mathbb{Z} \\ \ell - x &= \frac{k_0 \lambda}{2} \\ x &= \ell - \frac{k_0 \lambda}{2} \end{aligned}$$

Puisque  $\ell = n \frac{\lambda}{2}$ , l'abscisse du  $k$ -ième nœud s'écrit (avec  $k = n - k_0$ ) :

$$\boxed{x_{N_k} = k \frac{\lambda}{2}} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (3.8)$$

Si  $M$  est situé sur un ventre, l'amplitude  $A_M$  est maximale donc :

$$\begin{aligned} 2\pi \frac{\ell - x}{\lambda} &= (2k_1 + 1) \frac{\pi}{2}, \quad k_1 \in \mathbb{Z} \\ \ell - x &= (2k_1 + 1) \frac{\lambda}{4} \\ x &= \ell - (2k_1 + 1) \frac{\lambda}{4} \end{aligned}$$

Puisque  $\ell = n \frac{\lambda}{2}$ , l'abscisse du  $k'$ -ième ventre s'écrit (avec  $k' = n - k_1$ ) :

$$\boxed{x_{V_k} = (2k' + 1) \frac{\lambda}{4}} \quad (k' \in \mathbb{Z}) \quad (3.9)$$

### Application aux instruments à cordes

La corde, tendue entre deux points fixes, vibre en un nombre entier de fuseaux, donc sa longueur est égale à un multiple de la demi-longueur d'onde :

$$\ell = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{c}{2f} = \frac{n}{2f} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad (3.10)$$

avec :  $n$  nombre de fuseaux  
 $F_T$  tension de la corde  
 $\mu$  masse linéaire de la corde  
 $f$  fréquence de la vibration  $f = \frac{c}{\lambda}$   
 $c$  célérité le long de la corde  $c = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$

**Énoncé** Pour  $F_T$ ,  $\mu$  et  $\ell$  donnés, on obtient une onde stationnaire seulement pour les fréquences vérifiant la relation :

$$\boxed{f = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}} \quad (n \in \mathbb{N}^*) \quad (3.11)$$

Ces fréquences sont appelées fréquences propres de la corde vibrante.

La valeur  $n = 1$  correspond au son le plus grave que la corde puisse émettre : c'est le son *fondamental*. La corde vibre alors en un seul fuseau.

Aux valeurs  $n = 2, 3, \dots$  correspondent des sons plus aigus, appelés *harmoniques*.

La formule des cordes vibrantes montre que :

- la fréquence du son fondamental augmente avec la tension de la corde, propriété utilisée pour accorder les instruments ;
- plus la masse linéaire est grande, plus la fréquence du son émis est faible, donc plus le son est grave, pour une tension et une longueur données ;
- plus la corde est courte, plus la fréquence est élevée, donc plus le son émis est aigu, pour une tension et une masse linéaire données.

### 3.2.4 Interférences dans un milieu à deux dimensions

#### Mise en évidence expérimentale

**Expérience 3.2** Une fourche munie de deux pointes est fixée à l'extrémité d'un vibreur (figure 3.13). Les pointes  $O_1$  et  $O_2$  ont ainsi même fréquence et constituent deux sources cohérentes. Elles font naître à la surface de l'eau des ondes circulaires.

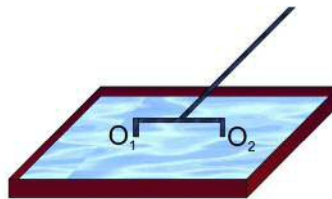


FIGURE 3.13 – Dispositif expérimental

*Observations :*

À la surface libre du liquide on observe des rides fixes, bien nettes entre  $O_1$  et  $O_2$ . Elles ont la forme d'arcs d'hyperboles dont les foyers sont  $O_1$  et  $O_2$ . On les appelle des *lignes* ou des *franges d'interférences* (figure 3.14). Elles disparaissent si l'une des pointes vibre sans toucher l'eau.

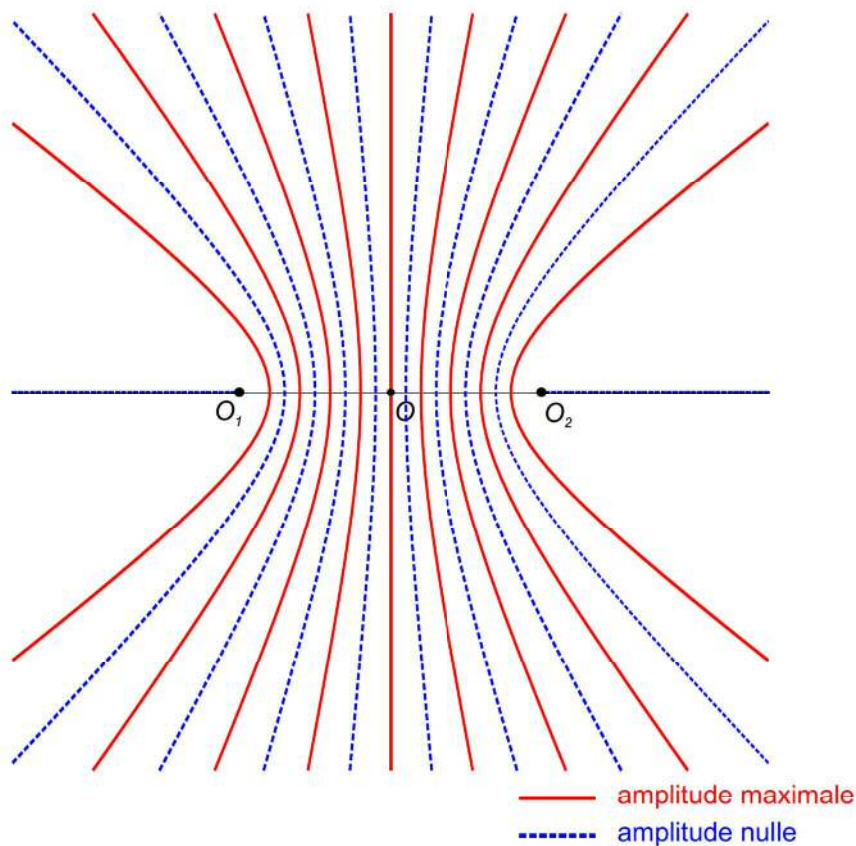


FIGURE 3.14 – Franges d'interférences

## Interprétation

Supposons que les deux pointes frappent l'eau exactement au même instant.  $O_1$  et  $O_2$  constituent alors deux sources non seulement cohérentes, mais synchrones. Supposons de plus qu'elles pénètrent à la même profondeur dans l'eau :  $O_1$  et  $O_2$  constituent alors deux sources synchrones de même amplitude. Avec un choix convenable de l'origine des temps leur équation horaire est du type  $y = Y_0 \sin \omega t$ .

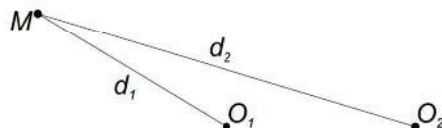


FIGURE 3.15 – Distances entre sources et point d'observation

Soit  $M$  un point de la surface de l'eau (figure 3.15) situé à la distance  $d_1$  de  $O_1$  et à la distance  $d_2$  de  $O_2$ .

L'onde venant de  $O_1$  impose au point  $M$  le mouvement d'équation :

$$y_1 = Y_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) \right].$$

L'onde venant de  $O_2$  impose au point  $M$  le mouvement d'équation :

$$y_2 = Y_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) \right].$$

Le mouvement résultant en  $M$  est  $y = y_1 + y_2$ .

*Interférence constructive :*

L'amplitude du mouvement résultant est maximale et égale à  $2Y_0$  aux points où les 2 vibrations  $y_1$  et  $y_2$  sont en phase. L'application de la relation :

$$\sin a = \sin b \Leftrightarrow a = b + n 2\pi, n \in \mathbb{Z}$$

donne :

$$y_1 = y_2 \Leftrightarrow 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) = 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) + n 2\pi.$$

D'où la condition que doit vérifier un point d'une frange d'amplitude maximale :

$$\boxed{d_2 - d_1 = 2n \frac{\lambda}{2}} \quad (n \in \mathbb{Z}) \quad (3.12)$$

À chaque valeur de  $n$  correspond une hyperbole. Les points qui obéissent à la condition  $n = 0$  sont ceux appartenant à la médiatrice de  $[O_1O_2]$ . Les points qui obéissent à la condition  $n \neq 0$  appartiennent à une famille d'hyperboles de foyers  $O_1$  et  $O_2$ .

*Interférences destructive :*

L'amplitude du mouvement résultant est minimale et nulle aux points où les 2 vibrations  $y_1$  et  $y_2$  sont en opposition de phase. L'application de la relation :

$$\sin a = -\sin b \Leftrightarrow a = b + (2n' + 1) \pi, n \in \mathbb{Z}$$

donne :

$$y_1 = -y_2 \Leftrightarrow 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) = 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) + (2n' + 1)\pi.$$

D'où la condition que doit vérifier un point d'une frange d'amplitude minimale :

$$\boxed{d_2 - d_1 = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2}} \quad (n' \in \mathbb{Z}) \quad (3.13)$$

À chaque valeur de  $n'$  correspond une hyperbole. Les points qui obéissent à cette condition appartiennent à une autre famille d'hyperboles de foyers  $O_1$  et  $O_2$  qui s'intercalent entre celles des interférences constructives.

*Points intermédiaires :*

L'état vibratoire en un point  $M$  dépend donc de la différence des distances de ce point aux deux sources :  $\delta = d_2 - d_1$  est appelée *différence de marche*.

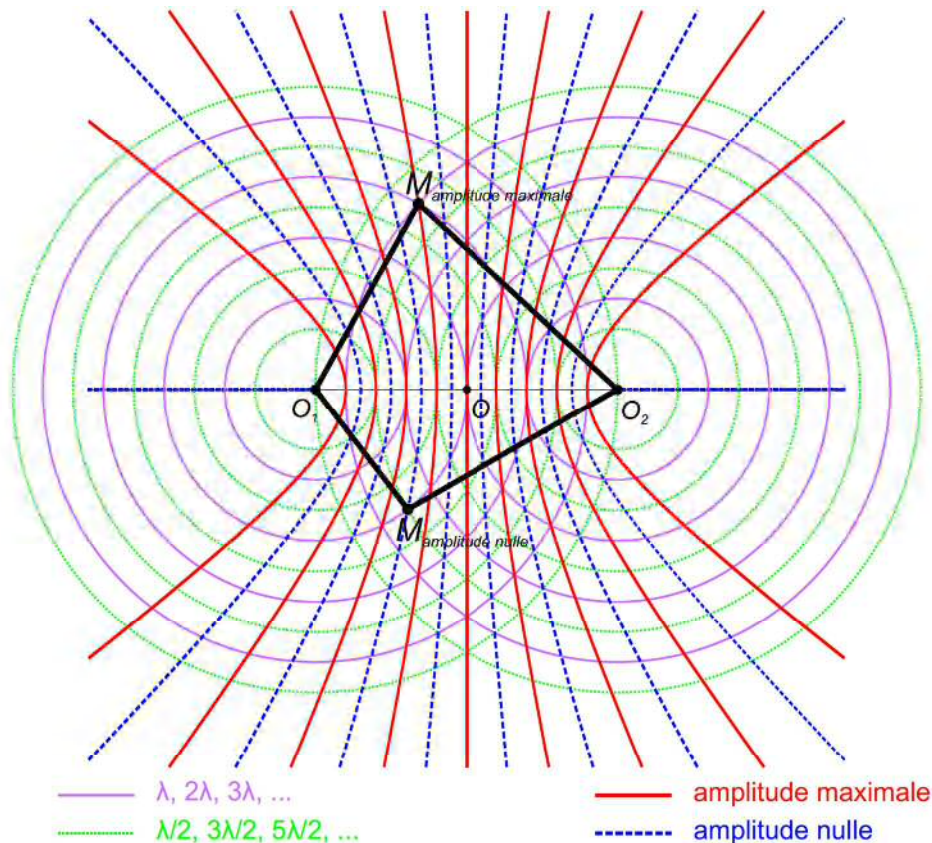


FIGURE 3.16 – Construction des franges d'interférences

## Conclusions

Les conditions d'interférences constructives ou destructives peuvent se résumer comme suit :



- Si la différence de marche en  $M$  est égale à un nombre pair de demi-longueurs d'onde, c'est-à-dire la différence de marche est un nombre entier de longueurs d'onde, l'amplitude en  $M$  est maximale de valeur  $2Y_0$ .
- Si la différence de marche en  $M$  est égale à un nombre impair de demi-longueurs d'onde, l'amplitude en  $M$  est nulle.
- Si aucune de ces conditions n'est remplie, l'amplitude en  $M$  est comprise entre 0 et  $2Y_0$ .

### 3.2.5 Interférences dans un milieu à trois dimensions

#### Détection des ondes acoustiques

Les ondes *sonores* ou *acoustiques* sont des ondes longitudinales qui se propagent dans tout milieu élastique, en particulier dans l'air. L'onde se propage dans toutes les directions de l'espace à partir de la source.

L'oreille mise à part, le détecteur de choix est le microphone. Sa pièce maîtresse est une membrane élastique que l'onde sonore met en vibration. Les vibrations mécaniques de la membrane sont ensuite transformées en vibrations électriques, c'est-à-dire en tension alternative qu'on peut visualiser sur l'écran d'un oscilloscope.

#### Interférence de deux ondes acoustiques

**Expérience 3.3** Deux haut-parleurs  $P_1$  et  $P_2$  (figure 3.17), alimentés par un même générateur basse fréquence ( $f = 1500$  Hz), sont placés l'un à côté de l'autre. Un microphone mobile est relié à un oscilloscope.

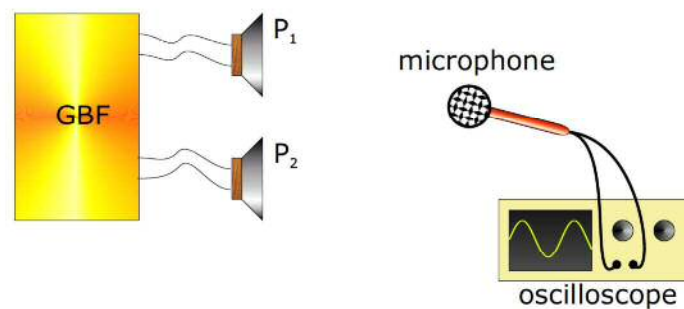


FIGURE 3.17 – Interférence d'ondes acoustiques

#### Observations :

Quand on déplace le microphone parallèlement à l'alignement des deux haut-parleurs, l'amplitude de la vibration sonore qu'il détecte passe alternativement par un minimum et par un maximum. Ces variations de l'amplitude du son détecté peuvent être observées non seulement dans le plan des deux haut-parleurs, mais dans tout l'espace compris entre eux.

*Interprétation :*

L'onde sonore détectée résulte de l'interférence des deux ondes acoustiques cohérentes émises par les deux haut-parleurs.

En tout point  $M$  où l'amplitude est maximale, la différence de marche des deux ondes acoustiques est telle que :

$$P_1M - P_2M = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2}, n \in \mathbb{Z}.$$

En tout point  $N$  où l'amplitude est minimale, la différence de marche des deux ondes acoustiques est telle que :

$$P_1N - P_2N = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2}, n' \in \mathbb{Z}.$$

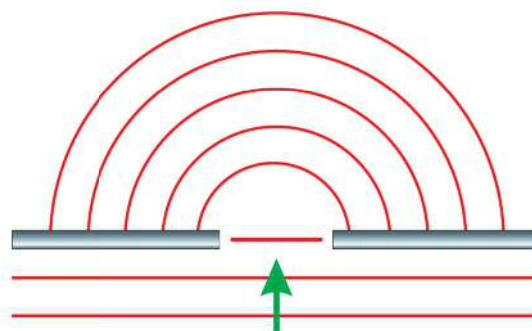
### 3.2.6 Le phénomène de diffraction

Comment se comporte une onde lorsqu'elle rencontre un obstacle ?

**Expérience 3.4** À l'aide d'une lame rectiligne on crée une onde progressive rectiligne à la surface de l'eau dans une cuve à ondes. On interpose sur le parcours de l'onde un écran muni d'une fente étroite ou un obstacle étroit.



(a) Photographie



(b) Croquis

FIGURE 3.18 – Diffraction d'une onde rectiligne par une fente étroite

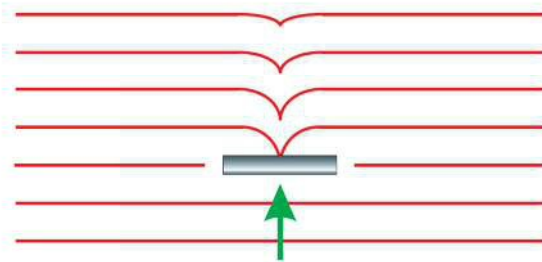
La photographie 3.18a montre l'onde après le passage d'une fente de largeur inférieure à la longueur d'onde. On remarque que l'onde pénètre dans la « zone d'ombre » de l'écran : la fente se comporte comme une *source secondaire* d'ondes circulaires. On dit qu'il y a *diffraction* de l'onde rectiligne par la fente.

Le phénomène de diffraction est également observé lorsqu'une onde rencontre un obstacle étroit. Des ondes circulaires pénètrent dans la « zone d'ombre » de l'obstacle (photographie 3.19a).

**Définition** La *diffraction* est le phénomène par lequel une onde est déviée de sa trajectoire initiale lorsqu'elle rencontre une ouverture ou un obstacle dont la dimension est de l'ordre de la longueur d'onde.



(a) Photographie



(b) Croquis

FIGURE 3.19 – Diffraction d'une onde rectiligne par un obstacle étroit

### 3.3 Interférences lumineuses

#### 3.3.1 Expérience des fentes de Young

**Expérience 3.5** Une source monochromatique intense éclaire un écran percé d'une fente  $O$ . Cette fente donne naissance à un faisceau divergeant qui éclaire un second écran percé de deux fentes très fines et parallèles,  $O_1$  et  $O_2$ , distantes de quelques millimètres (figure 3.20). En tenant compte du phénomène de diffraction les deux fentes  $O_1$  et  $O_2$  sont des sources identiques divergentes. Un écran  $E$ , placé parallèlement au plan des fentes, recueille la lumière issue de  $O_1$  et  $O_2$ .

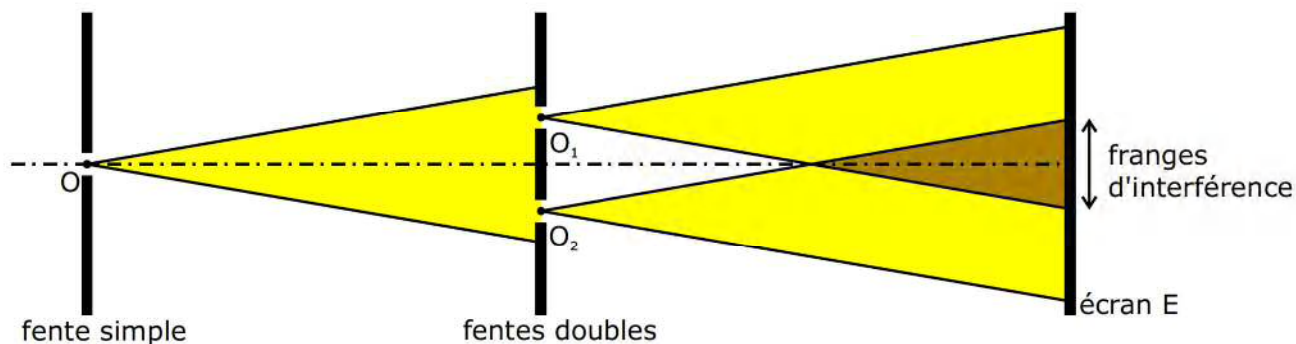


FIGURE 3.20 – Expérience des fentes de Young

Ce dispositif a permis au physicien britannique Thomas Young (1773–1829) de démontrer la nature ondulatoire de la lumière.

*Observations :*

Sur l'écran on observe une série de raies parallèles, de même largeur, alternativement brillantes et sombres : ce sont des *franges d'interférences*. Elles ne sont observables que si l'écran  $E$  est placé dans la zone de recouvrement des faisceaux issus de  $O_1$  et  $O_2$ .

#### 3.3.2 Interprétation

Il est surprenant de voir qu'en certains points de l'espace :

lumière + lumière  $\rightarrow$  obscurité.

Cette expérience rappelle l'expérience des interférences mécaniques où en certains points de l'espace :

mouvement + mouvement  $\rightarrow$  immobilité;

son + son  $\rightarrow$  silence.

Par analogie, il faut admettre qu'une lumière monochromatique est une vibration sinusoïdale qui se propage à partir de la source lumineuse. La fréquence de l'onde lumineuse est caractéristique de la couleur de la lumière.

La lumière issue de  $O$  éclaire les deux fentes fines  $O_1$  et  $O_2$ . Celles-ci se comportent comme deux nouvelles sources identiques de lumière. Dans la région où les deux faisceaux divergents se superposent, les ondes lumineuses interfèrent :

- il y a lumière en  $M$  si l'interférence y est constructive ;
- il y a obscurité en  $M$  si l'interférence y est destructive.

### 3.3.3 Calcul de la différence de marche

L'état vibratoire en un point  $M$  dépend de la différence de marche de ce point aux deux sources  $O_1$  et  $O_2$  :

$$\delta = d_2 - d_1 = O_2M - O_1M$$

Soit  $D$  la distance séparant le plan des fentes du plan de l'écran,

$d_1$  et  $d_2$  les distances séparant un point  $M$  des sources  $O_1$  et  $O_2$ ,

$a$  la distance séparant les deux fentes et

$x$  l'abscisse du point  $M$  de l'écran repéré par rapport à la médiatrice  $(IJ)$  de  $[O_1O_2]$ .

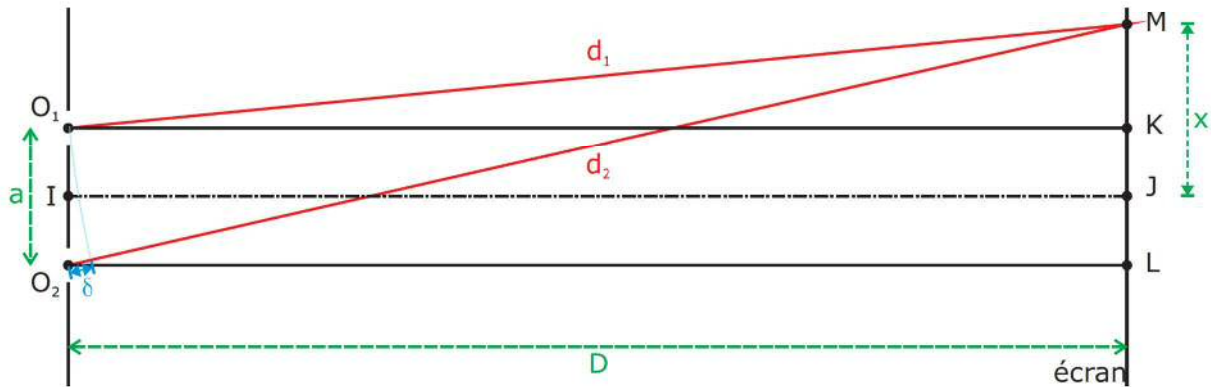


FIGURE 3.21 – Différence de marche

Le triangle  $O_1MK$  est rectangle en  $K$  :  $O_1M^2 = O_1K^2 + KM^2$ .

Le triangle  $O_2ML$  est rectangle en  $L$  :  $O_2M^2 = O_2L^2 + LM^2$ .

Avec :

$$O_1K = O_2L = D$$

$$KM = x - \frac{a}{2}$$

$$LM = x + \frac{a}{2}$$

$$O_1M = d_1$$

$$O_2M = d_2$$

ces expressions s'écrivent :

$$d_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

et :

$$d_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2.$$

Calculons la différence  $d_2^2 - d_1^2$  :

$$\begin{aligned}
 d_2^2 - d_1^2 &= D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - D^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \\
 &= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \\
 &= x^2 + 2x \frac{a}{2} + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - x^2 + 2x \frac{a}{2} - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \\
 &= 2x \frac{a}{2} + 2x \frac{a}{2} \\
 &= 2ax
 \end{aligned}$$

En appliquant la différence de deux carrés :

$$\begin{aligned}
 (d_2 - d_1)(d_2 + d_1) &= d_2^2 - d_1^2 \\
 (d_2 - d_1)(d_2 + d_1) &= 2ax \\
 d_2 - d_1 &= \frac{2ax}{d_2 + d_1}
 \end{aligned}$$

Les distances  $a$  et  $x$  sont très faibles devant  $D$  ( $a$  et  $x$  sont de l'ordre du mm, tandis que  $D$  est de l'ordre du m). Les rayons  $O_1M$  et  $O_2M$  sont donc peu inclinés par rapport à la médiatrice  $IJ$ . On pourra faire l'approximation suivante :  $d_2 + d_1 \approx 2D$  (mais  $d_1 \neq D$  et  $d_2 \neq D$ , c'est-à-dire  $d_1 - d_2 \neq 0$ ).

Finalement :

$$\delta = d_2 - d_1 = \frac{2ax}{d_2 + d_1} = \frac{2ax}{2D}$$

on obtient l'expression de la *différence de marche* :

$$\boxed{\delta = \frac{ax}{D}} \quad (3.14)$$

### 3.3.4 Position des maxima et des minima

#### Positions des franges brillantes

On observe une frange brillante en  $M$  si l'interférence y est constructive, c'est-à-dire si :

$$\delta = 2n \frac{\lambda}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

en tenant compte de la relation (3.14) :

$$\begin{aligned}
 \frac{ax}{D} &= n \lambda \\
 x &= n \frac{\lambda D}{a}.
 \end{aligned}$$

Les abscisses des franges brillantes sont donc :  $0, \pm \frac{\lambda D}{a}, \pm 2 \frac{\lambda D}{a}, \pm 3 \frac{\lambda D}{a}, \dots$

La frange centrale est brillante.

Deux franges brillantes voisines sont séparées par la distance constante  $\frac{\lambda D}{a}$ .

### Positions des franges obscures

On observe une frange obscure en  $M$  si l'interférence y est destructive, c'est-à-dire si :

$$\delta = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2}, n' \in \mathbb{Z}$$

en tenant compte de la relation (3.14) :

$$\begin{aligned} \frac{ax}{D} &= (2n' + 1) \frac{\lambda}{2} \\ x &= \frac{2n' + 1}{2} \frac{\lambda D}{a}. \end{aligned}$$

Les abscisses des franges obscures sont donc :  $\pm \frac{1}{2} \frac{\lambda D}{a}, \pm \frac{3}{2} \frac{\lambda D}{a}, \pm \frac{5}{2} \frac{\lambda D}{a}, \dots$

Deux franges obscures voisines sont séparées par la distance constante  $\frac{\lambda D}{a}$ .

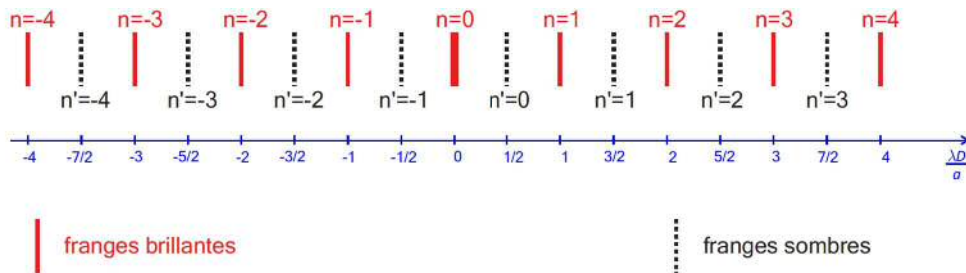


FIGURE 3.22 – Positions et numéros des franges

### Interfrange et longueur d'onde de la lumière

**Définition** *L'interfrange  $i$  est la distance constante qui sépare deux franges voisines de même nature.*

$$i = \frac{\lambda D}{a} \quad (3.15)$$

Pour une lumière monochromatique donnée les franges sont d'autant moins serrées que les fentes sont rapprochées ou que l'écran se trouve loin des fentes. L'interfrange dépend de la longueur d'onde de la lumière. La mesure de l'interfrange permet de déterminer la longueur d'onde de la lumière utilisée. On trouve des longueurs d'onde comprises entre  $0,40 \mu\text{m}$  (lumière bleue) et  $0,80 \mu\text{m}$  (lumière rouge).