ANALYSE

Corrigé du TE B

Exercice 1

a) $y = (2x^2-7)\cdot\cos(x) = u\cdot v$ avec $u = 2x^2-7$ et $v = \cos(x)$.

On a $y' = u'v + uv'$ avec $u' = 4x$ et $v' = -\sin(x)$.

Ainsi $y' = 4x\cdot\cos(x) + (2x^2-7)(-\sin(x)) = \underline{\underline{4x\cos(x) - (2x^2-7)\sin(x)}}$.

b) $y = \dfrac{2\sin(x)-5}{3x-2} = \dfrac{u}{v}$ avec $u = 2\sin(x)-5$ et $v = 3x-2$.

On a $y' = \dfrac{u'v-uv'}{v^2}$ avec $u' = 2\cos(x)$ et $v' = 3$.

Ainsi $y' = \dfrac{2\cos(x)\cdot(3x-2) - (2\sin(x)-5)\cdot 3}{(3x-2)^2} = \underline{\underline{\dfrac{2(3x-2)\cos(x) - 3(2\sin(x)-5)}{(3x-2)^2}}}$.

c) $y = \sqrt{x^5-8x}$ est une fonction composée.

On a $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x^5-8x}}(5x^4-8) = \underline{\underline{\dfrac{5x^4-8}{2\sqrt{x^5-8x}}}}$.

Exercice 2

On a $y = f(x) = 3x + \dfrac{12}{x} - 5$.

Les points à tangente horizontale du graphe de f sont les $(x;y)$ où $f'(x) = 0$.

On a $f'(x) = 3 - \dfrac{12}{x^2}$.

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3 - \dfrac{12}{x^2} = 0 \Rightarrow 3 = \dfrac{12}{x^2} \Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$.

Avec $x = 2$, on a $f(x) = 3\cdot 2 + \dfrac{12}{2} - 5 = 6 + 6 - 5 = 7$.

Avec $x = -2$, on a $f(x) = 3\cdot(-2) + \dfrac{12}{-2} - 5 = -6 - 6 - 5 = -17$.

Les points à tangente horizontale sont donc $\underline{\underline{(2;7) \text{ et } (-2;-17)}}$.

Exercice 3

On a $f(x) = \frac{x+6}{x+4}$.

L'équation de la tangente au graphe de f en $x=-2$ est de la forme $y = mx+h$ où $m = f'(-2)$.

On a $f(x) = \frac{x+6}{x+4} = \frac{u}{v}$ avec $u = x+6$ et $v = x+4$.

$f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ avec $u' = 1$ et $v' = 1$.

Ainsi $f'(x) = \frac{x+4-(x+6)}{(x+4)^2} = \frac{x+4-x-6}{(x+4)^2} = \frac{-2}{(x+4)^2}$.

Donc $m = f'(-2) = \frac{-2}{(-2+4)^2} = \frac{-2}{2^2} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$.

L'équation de la tangente s'écrit donc $y = -\frac{1}{2}x + h$.

Pour trouver h, on utilise le point de tangence, qui est $(-2; f(-2))$.

On a $f(-2) = \frac{-2+6}{-2+4} = \frac{4}{2} = 2$. Ainsi le point de tangence est $(-2; 2)$.

Par substitution dans $y = -\frac{1}{2}x+h$, on trouve $2 = -\frac{1}{2}\cdot(-2) + h \Rightarrow 2 = 1+h \Rightarrow h = 1$.

L'équation de la tangente est donc $\underline{\underline{y = -\frac{1}{2}x+1}}$.

Exercice 4

On a $f(x) = ax^3 + b$.

On sait qu'en $x=-2$, le graphe de f admet comme tangente la droite t: $y = 18x+29$.

Cela nous dit que $f'(-2) = 18$.

On a $f'(x) = 3ax^2$. Ainsi on obtient $3a(-2)^2 = 18 \Rightarrow 12a = 18 \Rightarrow a = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$.

En outre le point de tangence est $(-2; f(-2))$.

On a aussi $f(-2) = t(-2) = 18\cdot(-2) + 29 = -36+29 = -7$.

Ainsi le point de tangente est $(-2; 7)$.

Comme $f(-2) = 7$, on a $a(-2)^3 + b = 7 \Rightarrow 8a + b = 7$.

On $a = \frac{3}{2}$. Ainsi $8\cdot\frac{3}{2} + b = 7 \Rightarrow 12 + b = 7 \Rightarrow b = -5$.

On a ainsi $\underline{\underline{a = \frac{3}{2} \text{ et } b = -5}}$.