

# **Evaluation formative sur les intérêts composés, la combinatoire et les probabilités**

Compte

voir feuilles annexes

Toutes les étapes amenant aux résultats doivent figurer dans vos solutions.

Toute solution sans justification sera ignorée.

Durée : 2 périodes Nombre points : 50

## **Problème 1**

**15 points**

Un comité formé de 6 membres doit être choisi en extrayant le nom des membres d'un chapeau. Si le chapeau contient le nom de 8 hommes et de 14 femmes, calculer les probabilités suivantes :

- 1) le comité ne contient que des femmes
- 2) le comité contient 2 hommes et 4 femmes
- 3) le comité contient au moins 1 homme
- 4) le comité contient des personnes de même sexe

## **Problème 2**

**6 points**

Si 5 pièces de monnaie sont lancées en l'air, calculer la probabilité d'obtenir exactement 4 faces.

## **Problème 3**

**6 points**

Un coffre-fort possède 3 roulettes numérotées de 1 à 15. Un voleur tente d'ouvrir le coffre-fort et il ne connaît pas la combinaison.

- 1) Combien existe-t-il de possibilités de combinaisons?
- 2) De combien de façons peut-il se tromper?
- 3) Combien existe-t-il de possibilités de combinaisons avec des chiffres différents?

## **Problème 4**

**6 points**

Les 20 étudiants d'une classe vont manger.

Il y a de la place pour 13 étudiants à la Maladière, pour 3 étudiants à la crêperie et pour 4 étudiants au Romarin.

Combien de groupes différents peut-on former?

## **Problème 5 Il s'agit bien d'intérêts composés**

**3+2+3+3+6 points**

- 1) Quel intérêt apporte une somme de 100'000 CHF placée à un taux de 2.5% par année pendant 8 ans?  
Arrondir aux 5 centimes.
- 2) On place un capital de 100'000 CHF à un taux de 3% pendant 10 ans. Quel sera le capital disponible?  
Arrondir aux 5 centimes.
- 3) Une somme de 200'000 CHF placée pendant 10 années apporte un intérêt de 62'330.20 CHF. Quel a été le taux d'intérêt?  
Donner le résultat en pourcentage, arrondi à deux décimales.
- 4) En combien d'années, une somme de 150'000 CHF placée à un taux de 3% rapportera-t-elle le capital de 270'916.70 CHF ?
- 5) Au bout de combien de temps deux placements, l'un de 100'000 Frs à 8%, l'autre de 80'000 à 9%, auront-ils la même valeur acquise.

Problème 1

$$1. p(0 \text{ hommes et } 6 \text{ femmes}) = \frac{C_0^8 \cdot C_6^{11}}{C_6^{22}} = \frac{1 \cdot 3003}{74613} = \underline{0,04025.}$$

$$2. p(2 \text{ hommes et } 4 \text{ femmes}) = \frac{C_2^8 \cdot C_4^{14}}{C_6^{22}} = \frac{28 \cdot 1001}{74613} = \underline{0,3756.}$$

$$3. p(\text{au moins } 1 \text{ homme}) = 1 - p(0 \text{ hommes}) \stackrel{!}{=} 1 - 0,04025 = \underline{0,95975.}$$

$$4. p(0 \text{ hommes et } 6 \text{ femmes ou } 6 \text{ hommes et } 0 \text{ femmes}) = \\ = p(0 \text{ homme et } 6 \text{ femmes}) + p(6 \text{ hommes et } 0 \text{ femme}) \stackrel{!}{=} \\ = 0,04025 + \frac{C_6^8 \cdot C_0^{14}}{C_6^{22}} = 0,04025 + \frac{28 \cdot 1}{74613} = 0,04025 + 0,00038 = \underline{0,04063.}$$

Problème 2

$$p(4 \text{ faces}) = p(4 \text{ faces et } 1 \text{ pile}) = \frac{p(\text{FFFFP ou FFFPF ou FFPPF ou PFFFF ou PFFFF})}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \\ = \frac{5}{32} = \underline{0,15625.}$$

Problème 3

$$1) 15 \cdot 15 \cdot 15 = 15^3 = \underline{3375 \text{ possibilités.}}$$

$$2) \text{Toutes les possibilités} - 1 \text{ (la somme)} = 3375 - 1 = \underline{3374.}$$

$$3) 15 \cdot 14 \cdot 13 = \underline{2730 \text{ possibilités.}}$$

Problème 4

$$13 \text{ étudiants à la Meladère : nb de possibilités} = C_{13}^{20} = 77'520.$$

Il reste  $20 - 13 = 7$  étudiants.

$$3 \text{ étudiants à la crêperie : nb de possibilités} = C_3^7 = 35.$$

Il reste  $7 - 3 = 4$  étudiants

$$4 \text{ étudiants au Romanin : nb de possibilités} = C_4^4 = 1.$$

$$\rightarrow \text{au total : } 77'520 \cdot 35 \cdot 1 = \underline{2'713'200 \text{ possibilités.}}$$

Probleme 5

1) On a  $C_n = C_0(1+t)^n$  où  $C_0 = 100'000$ ,  $t = 2,5\% = 0,025$  et  $n = 8$  ans  
 $\Rightarrow C_8 = 100'000(1+0,025)^8 \approx \underline{121'840,30}$ .

2) On a  $C_n = C_0(1+t)^n$  où  $C_0 = 100'000$ ,  $t = 3\% = 0,03$  et  $n = 10$  ans  
 $\Rightarrow C_{10} = 100'000(1+0,03)^{10} \approx \underline{134'351,65}$ .

3) On a  $C_n = C_0(1+t)^n$  où  $C_n = 200'000 + 62'330,2 = 262'330,2$ ,  $C_0 = 200'000$   
 et  $n = 10 \Rightarrow 262'330,2 = 200'000 \cdot (1+t)^{10}$   
 $1,311651 = (1+t)^{10}$   
 $1,0275 = 1+t$   
 $0,0275 = t$   
 $\Rightarrow$  le taux était de 2,75%.

4) On a  $C_n = C_0(1+t)^n$  où  $C_n = 270'916,7$ ,  $C_0 = 150'000$  et  $t = 3\% = 0,03$   
 $\Rightarrow 270'916,7 = 150'000 \cdot (1+0,03)^n$   
 $1,8061112 = 1,03^n$   
 $\Rightarrow n = \frac{\log(1,806112)}{\log(1,03)} = 20$   
 $\Rightarrow$  en 20 ans.

5) Placement de 100'000 à 8%  $\Rightarrow C_{n_1} = 100'000(1+0,08)^n = 100'000 \cdot 1,08^n$   
 Placement de 80'000 à 9%  $\Rightarrow C_{n_2} = 80'000(1+0,09)^n = 80'000 \cdot 1,09^n$   
 $C_{n_1} = C_{n_2} \Rightarrow 100'000 \cdot 1,08^n = 80'000 \cdot 1,09^n$   
 $\frac{1,08^n}{1,09^n} = 0,8$   
 $(\frac{1,08}{1,09})^n = 0,8$   
 $0,9908^n = 0,8$   
 $\Rightarrow n = \frac{\log(0,8)}{\log(0,9908)} = 24,21$   
 $\Rightarrow$  dans 24,21 années = 24 ans et 77 jours.