Lycée Denis-de-Rougemont
Degré 11

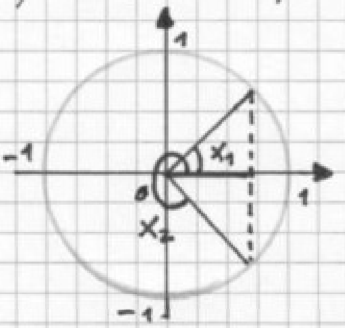
Mathématiques de niveau 1

TRIGONOMETRIE

Corrigé du TE A

Exercice 1

a) $4\cos(x) - 2 = 0{,}8 \Rightarrow 4\cos(x) = 2{,}8 \Rightarrow \cos(x) = 0{,}7$.



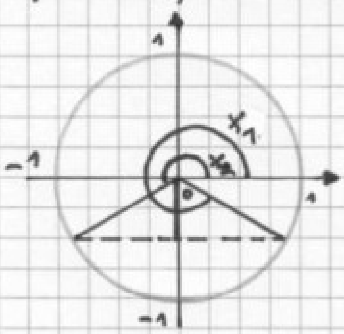
La calculatrice donne $x = \cos^{-1}(0{,}7) = 45{,}57°$.

Ainsi $x_1 = 45{,}57°$.

De plus, on a $x_2 = 360° - 45{,}57° = 314{,}43°$ $(\cos(314{,}43°) = 0{,}7)$.

Les solutions demandées sont donc $\underline{x_1 = 45{,}57° \text{ et } x_2 = 314{,}43°}$.

b) $2\sin(x) = -1 \Rightarrow \sin(x) = -\frac{1}{2}$.



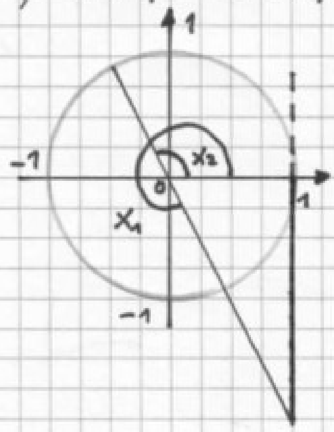
La calculatrice donne $x = \sin^{-1}(-\frac{1}{2}) = -30°$.

On a alors $x_1 = 360° - 30° = 330°$ $(\sin(330°) = -0{,}5)$.

De plus, on a $x_2 = 180° + 30° = 210°$ $(\sin(210°) = -0{,}5)$.

Les solutions demandées sont donc $\underline{x_1 = 330° \text{ et } x_2 = 210°}$.

c) $\sin(x) = -2\cos(x) \Rightarrow \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = -2 \Rightarrow \tan(x) = -2$.



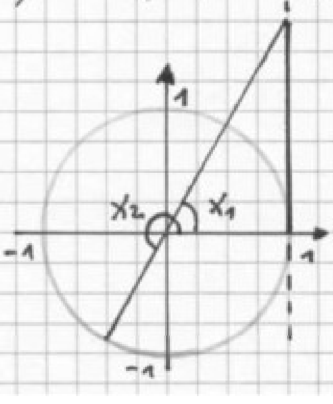
La calculatrice donne $x = \tan^{-1}(-2) = -63{,}43°$.

On a alors $x_1 = 360° - 63{,}43° = 296{,}57°$ $(\tan(296{,}57°) = -2)$.

De plus, on a $x_2 = x_1 - 180° = 296{,}57° - 180° = 116{,}57°$
$(\tan(116{,}57°) = -2)$.

Les solutions demandées sont donc $\underline{x_1 = 296{,}57° \text{ et } x_2 = 116{,}57°}$.

d) $3\cos(x) = \sqrt{3}\sin(x) \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \Rightarrow \tan(x) = \sqrt{3}$.



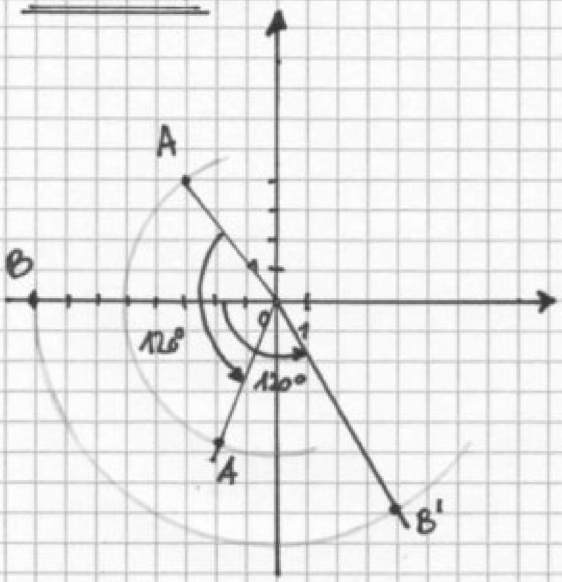
La calculatrice donne $x = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = 60°$.

Ainsi $x_1 = 60°$.

De plus, on a $x_2 = 60° + 180° = 240°$ $(\tan(240°) = 1{,}732 = \sqrt{3})$.

Les solutions demandées sont donc $\underline{x_1 = 60° \text{ et } x_2 = 240°}$.

Exercice 2



Les coordonnées polaires de A sont:

$r = \|\overrightarrow{OA}\| = \sqrt{(-3)^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5;$

$\varphi = 180° - \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 180° - 53,13° = 126,87°.$

Les coordonnées polaires de A' sont alors:

$r = 5;$

$\varphi' = \varphi + 120° = 126,87° + 120° = 246,87°.$

Les coordonnées cartésiennes de $A'(a_1; a_2)$ sont:

$a_1 = r\cos(\varphi') = 5\cos(246,87°) = -1,964$ et

$a_2 = r\sin(\varphi') = 5\sin(246,87°) = -4,598.$

On a donc $\underline{\underline{A'(-1,964; -4,598)}}$.

Les coordonnées polaires de B sont: $r' = \|\overrightarrow{OB}\| = 8;$

$\delta = 180°;$

Les coordonnées polaires de B' sont alors: $r' = 8$

$\delta' = 180° + 120° = 300°.$

Les coordonnées cartésiennes de $B'(b_1; b_2)$ sont:

$b_1 = r'\cos(\delta') = 8\cos(300°) = 4$ et $b_2 = r'\sin(\delta') = 8\sin(300°) = -6,928.$

On a donc $\underline{\underline{B'(4; -6,928)}}$.

Exercice 3

a) $\tan^2(x)+\tan(x)-4=0$: posons $y=\tan(x)$.

On obtient alors l'équation du 2^{e} degré $y^2+y-4=0$.

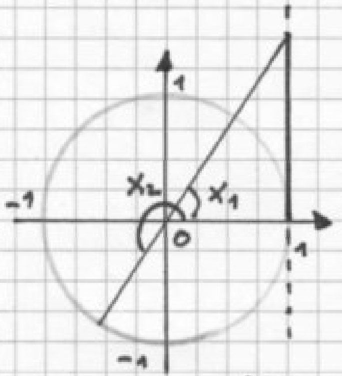
On a : $a=1$, $b=1$ et $c=-4$; $\Delta=b^2-4ac=1^2-4\cdot1\cdot(-4)=1+16=17$; $\sqrt{\Delta}=\sqrt{17}$.

Ainsi $y_1=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2\cdot1}=\dfrac{\sqrt{17}-1}{2}\cong1{,}56$ et $y_2=\dfrac{-1-\sqrt{17}}{2\cdot1}=\dfrac{-\sqrt{17}-1}{2}\cong-2{,}56$.

Avec $y_1=\dfrac{\sqrt{17}-1}{2}\cong1{,}56$ et $y=\tan(x)$, on doit résoudre $\tan(x)=\dfrac{\sqrt{17}-1}{2}$:

La calculatrice donne $x_1=\tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{17}-1}{2}\right)=57{,}36°$.

On a de plus $x_2=x_1+180°=237{,}36°$.

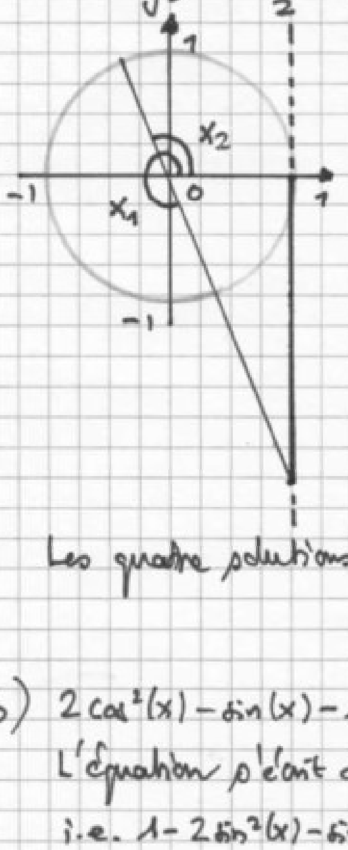


Avec $y_2=\dfrac{-\sqrt{17}-1}{2}\cong-2{,}56$ et $y=\tan(x)$, on doit résoudre $\tan(x)=\dfrac{-\sqrt{17}-1}{2}$:

La calculatrice donne $x=\tan^{-1}\left(\dfrac{-\sqrt{17}-1}{2}\right)=-68{,}67°$.

On a ainsi $x_1=360°-68{,}67°=291{,}33°$.

De plus, $x_2=x_1-180°=111{,}33°$.



Les quatre solutions de $\tan^2(x)+\tan(x)-4=0$ sont $\underline{x=57{,}36°,\ x=111{,}33°,}$ $\underline{x=237{,}36° \text{ et } x=291{,}33°.}$

b) $2\cos^2(x)-\sin(x)-1=0$: on sait que $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$, i.e. $\cos^2(x)=1-\sin^2(x)$.

L'équation s'écrit donc : $2(1-\sin^2(x))-\sin(x)-1=0$, i.e. $2-2\sin^2(x)-\sin(x)-1=0$,

i.e. $1-2\sin^2(x)-\sin(x)=0$, i.e. $2\sin^2(x)+\sin(x)-1=0$.

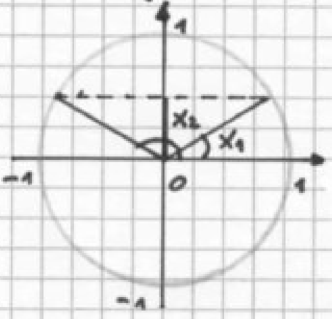
Posons $y=\sin(x)$.

On obtient alors l'équation du 2^{e} degré $2y^2+y-1=0$.

On a : $a=2$, $b=1$ et $c=-1$; $\Delta=b^2-4ac=1^2-4\cdot2\cdot(-1)=1+8=9$; $\sqrt{\Delta}=3$.

Ainsi $y_1=\dfrac{-1+3}{2\cdot2}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$ et $y_2=\dfrac{-1-3}{2\cdot2}=\dfrac{-4}{4}=-1$.

Avec $y_1 = \frac{1}{2}$ et $y = \sin(x)$, on doit résoudre $\sin(x) = \frac{1}{2}$:

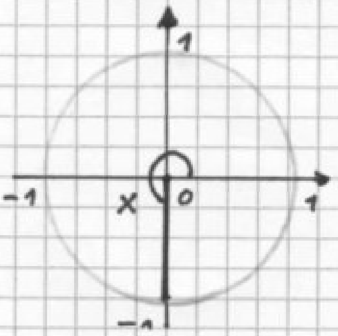


La calculatrice donne $x_1 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30°$.

On a de plus $x_2 = 180° - x_1 = 150°$.

Avec $y_2 = -1$ et $y = \sin(x)$, on doit résoudre $\sin(x) = -1$:

La seule solution est ici $x = 270°$.



Les 3 solutions de $2\cos^2(x) - \sin(x) - 1 = 0$ sont donc $\underline{x = 30°,\ x = 150° \text{ et } x = 270°}$.