

Chapitre 5

Énergie mécanique

5.1 Notion d'énergie

5.1.1 Définition

Bien que la notion d'énergie soit omniprésente, même dans la vie de tous les jours, il s'avère très difficile de la définir de façon précise.

Définition *L'énergie d'un système représente sa capacité à modifier, par interaction, l'état d'un autre système.*

À cette définition générale mais peu précise, il faut ajouter des propriétés que doit satisfaire l'énergie d'un système :

- Sa valeur ne dépend que de l'état du système et non pas de son évolution antérieure : l'énergie est une *fonction d'état*.
- Elle est une *grandeur scalaire*, déterminée par un nombre et une unité.
- Son unité est le *joule* (J).
- Différentes *formes* d'énergie peuvent exister.
- Elle peut être *échangée* entre des systèmes et entre les éléments d'un système.
- L'énergie d'un système isolé est *conservée*.

5.1.2 Transferts

Lorsqu'un système interagit avec un autre, il y a un transfert d'énergie entre les systèmes par :

- le *travail* d'une force ;
- un échange de *chaleur* ;

- un rayonnement.

Un système possède de l'énergie s'il est capable de produire un travail, de la chaleur ou un rayonnement en diminuant son énergie.

Lorsqu'on fournit à un système un travail, de la chaleur ou un rayonnement, son énergie augmente.

5.1.3 Rendement

Considérons un système qui permet la conversion ou le transfert d'énergie (figure 5.1). Il reçoit une quantité d'énergie $\Delta E_{\text{reçue}}$ et restitue l'énergie ΔE_{utile} utilisée par un autre système.

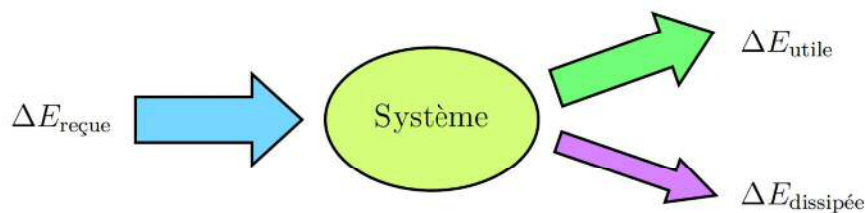


FIGURE 5.1 – Transferts et conversions d'énergie

Lors de ce processus, une quantité d'énergie non utile $\Delta E_{\text{dissipée}}$ est dissipée par le système.

Remarques :

- Les quantités d'énergie transférées peuvent être un travail, de la chaleur ou un rayonnement.
- On dit souvent que l'énergie reçue provient d'une source d'énergie. Or il n'existe pas de source d'énergie dans le sens que de l'énergie soit créée. L'énergie reçue provient d'un échange avec un autre système qui voit son énergie diminuer.

Définition Le rendement ρ d'un système lors d'un transfert ou d'une conversion d'énergie est le rapport de l'énergie restituée à l'énergie reçue :

$$\rho = \frac{\Delta E_{\text{utile}}}{\Delta E_{\text{reçue}}}$$

Le rendement est une grandeur sans unité et est souvent exprimé en %.

Le rendement d'un système est compris entre 0 et 1. Plus le rendement est élevé, plus le transfert ou la conversion de l'énergie est complète. Tous les systèmes réels ont un rendement inférieur à 1.

Exemples :

1. Un moteur thermique reçoit la chaleur provenant de la combustion de l'essence, la transforme en partie en énergie mécanique et transfère de la chaleur au milieu extérieur.

2. Le travail mécanique fourni par un moteur électrique est inférieur au travail électrique investi.
3. Le travail de la force exercée sur l'extrémité de la corde d'un palan est en partie restituée pour effectuer un travail de levage sur la charge. Les frottements provoquent une dissipation de chaleur.

5.2 Énergie mécanique

5.2.1 Définition

L'énergie mécanique d'un système est une fonction des *positions* et des *vitesses* des corps qui le composent. Les transferts d'énergie mécanique se font par le travail d'une force.

Considérons un système composé de plusieurs corps en interaction. Les forces qui agissent sur les corps du système peuvent être divisées en deux groupes :

- les forces *extérieures* provenant de l'interaction avec un autre système ;
- les forces *intérieures* d'interaction entre les corps du système.

Les forces extérieures, par les travaux qu'elles effectuent, font varier l'énergie mécanique du système. Les forces extérieures qui effectuent un travail moteur augmentent l'énergie mécanique du système, celles qui effectuent un travail résistant la font diminuer.

Théorème de l'énergie mécanique *Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie mécanique d'un système est égale à la somme des travaux effectués sur le système par les forces extérieures.*

$$\boxed{\Delta E = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}})} \quad (5.1)$$

Remarque : le théorème de l'énergie mécanique sert à définir l'énergie mécanique d'un système et peut être démontré à l'aide des lois de Newton.

L'énergie mécanique augmente si la somme des travaux des forces extérieures est positive et diminue si cette somme est négative. Lorsque la somme est nulle, l'énergie mécanique est conservée :

$$\sum W(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0 \iff E = \text{constante.}$$

En particulier, l'énergie mécanique est conservée :

- pour un système isolé ou pseudo-isolé ;
- si les forces extérieures ne travaillent pas.

La variation de l'énergie mécanique par unité de temps est égale à la somme des puissances des forces extérieures :

$$\frac{\delta E}{\delta t} = \sum \frac{\delta W(\vec{F}_{\text{ext}})}{\delta t} = \sum P(\vec{F}_{\text{ext}}).$$

Connaissant les positions et les vitesses des corps dans un état donné et, le cas échéant, les travaux des forces extérieures, on peut utiliser le théorème de l'énergie pour obtenir des informations sur ces grandeurs dans un autre état, sans connaître les étapes intermédiaires de l'évolution du système.

5.2.2 Exemples

Exemple 5.1 Le système est composé d'un corps solide S et d'un ressort R (figure 5.2). Le ressort est fixé au solide et au banc horizontal à coussin d'air sur lequel le solide se déplace sans frottement.

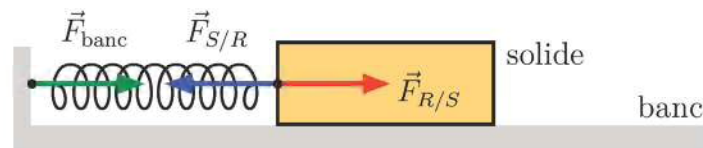


FIGURE 5.2 – Solide en interaction avec un ressort

Les forces extérieures sont le poids du solide, la réaction du banc sur le solide et la force \vec{F}_{banc} exercée par le banc sur le ressort. Aucune de ces forces ne travaille, l'énergie mécanique du système est conservée.

Les forces intérieures sont $\vec{F}_{R/S}$ et $\vec{F}_{S/R}$. Les travaux de ces forces assurent le transfert de l'énergie entre le ressort et le solide.

Exemple 5.2 Le système est composé de la Terre et d'un corps solide (figure 5.3). Le corps se déplace dans le champ de pesanteur de la Terre.

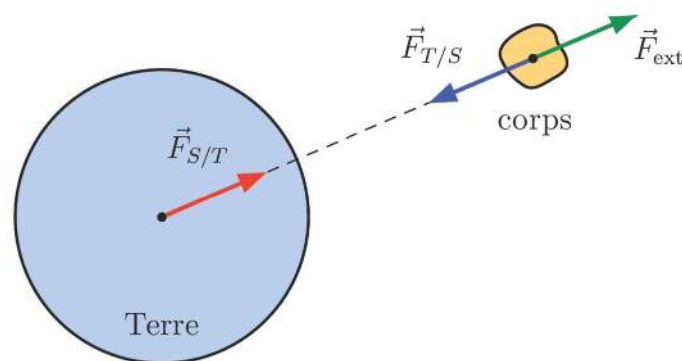


FIGURE 5.3 – Corps en interaction avec la Terre

La seule force extérieure est \vec{F}_{ext} . Lorsque le corps s'éloigne de la Terre, le travail de \vec{F}_{ext} est moteur et l'énergie mécanique du système augmente.

Les forces intérieures sont $\vec{F}_{T/S}$ et $\vec{F}_{S/T}$. Le travail de $\vec{F}_{S/T}$ est nul car le déplacement du centre de gravité de la Terre est négligeable. En absence de forces extérieures, le travail de $\vec{F}_{T/S}$ transforme l'énergie du corps d'une forme en une autre.

Exemple 5.3 Le système est composé d'un seul corps, un chariot se déplaçant sur une piste horizontale (figure 5.4).

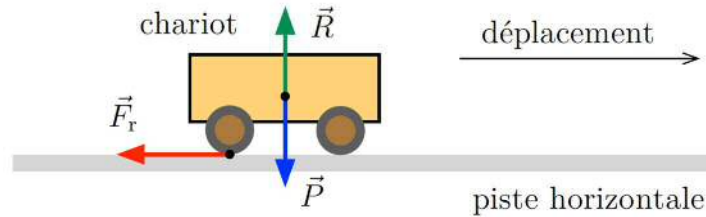


FIGURE 5.4 – Chariot sur une piste horizontale

Les forces extérieures sont le poids \vec{P} du chariot, la réaction \vec{R} de la piste et la force de résistance \vec{F}_r . La seule force qui travaille est \vec{F}_r ; son travail est résistant, l'énergie mécanique du système diminue. En même temps, l'énergie interne du chariot et de la piste augmentent.

Le corps n'interagit qu'avec le milieu extérieur, il n'y a aucune force intérieure.

Exemple 5.4 Le système 1 est composé d'un chariot muni d'un ressort, un deuxième chariot forme le système 2 (figure 5.5). Les chariots peuvent se déplacer sans frottement sur un banc horizontal à coussin d'air. Initialement, le système 1 se déplace vers le système 2 qui est au repos.



FIGURE 5.5 – Les deux systèmes sont isolés

Avant et après le choc, chacun des systèmes n'est soumis qu'à deux forces extérieures : le poids du chariot et la réaction du banc. Ces forces ne travaillent pas, l'énergie mécanique est conservée.

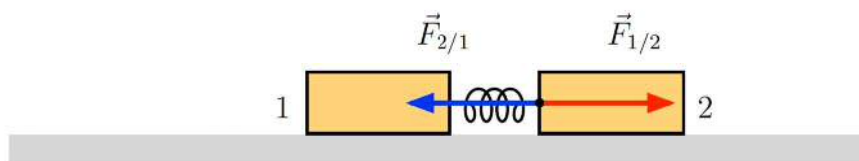


FIGURE 5.6 – Les deux systèmes sont en interaction

Lors de l'interaction des deux systèmes (figure 5.6), les travaux des forces extérieures $\vec{F}_{2/1}$ et $\vec{F}_{1/2}$ changent les énergies des deux systèmes :

$$W(\vec{F}_{2/1}) < 0 \implies \text{l'énergie du système 1 diminue;}$$

$$W(\vec{F}_{1/2}) > 0 \implies \text{l'énergie du système 2 augmente.}$$

D'après le principe d'interaction $\vec{F}_{2/1} = -\vec{F}_{1/2}$. Comme les points d'application des deux forces effectuent le même déplacement, leurs travaux sont opposés :

$$\Delta E_1 = W(\vec{F}_{2/1})$$

$$\Delta E_2 = W(\vec{F}_{1/2}) = -W(\vec{F}_{2/1})$$

et donc :

$$\Delta E_1 = -\Delta E_2.$$

Il y a un transfert d'énergie mécanique du système 1 vers le système 2.

5.3 Formes d'énergie mécanique

L'énergie mécanique d'un système peut exister sous deux formes différentes. Un corps possède de l'énergie *cinétique* du fait de son mouvement. Les position des corps du système déterminent son énergie *potentielle*.

L'énergie mécanique E d'un système est la somme de son énergie cinétique E_c et de son énergie potentielle E_p :

$$E = E_c + E_p$$

L'énergie potentielle a le potentiel de se transformer en énergie cinétique par le travail des forces intérieures.

5.3.1 Énergie cinétique

Le mouvement d'un corps solide est déterminé par toutes les forces qui agissent sur lui. La variation de son énergie cinétique est une conséquence des travaux de toutes ces forces.

Théorème de l'énergie cinétique *Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un corps solide est égale à la somme des travaux effectués sur ce corps par toutes les forces, extérieures et intérieures.*

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}}) + \sum W(\vec{F}_{\text{int}}) \quad (5.2)$$

Remarques :

- Le théorème de l'énergie cinétique sert à définir l'énergie cinétique d'un corps et peut être démontré à l'aide des lois de Newton.
- En considérant le corps solide comme seul élément du système, toutes les forces sont extérieures.

Nous allons déterminer l'expression de l'énergie cinétique d'un corps solide dans le cas d'un exemple simple, bien qu'on puisse l'établir de façon générale.

Considérons un corps solide de masse m , accéléré à partir du repos à la vitesse \vec{v} par l'action d'une force motrice \vec{F} (figure 5.7). Le poids \vec{P} du solide et la réaction \vec{R} de la piste ne travaillent pas.

La variation de l'énergie cinétique du solide lors de l'accélération est donnée par :

$$\Delta E_c = W(\vec{F}) + W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = W(\vec{F}).$$

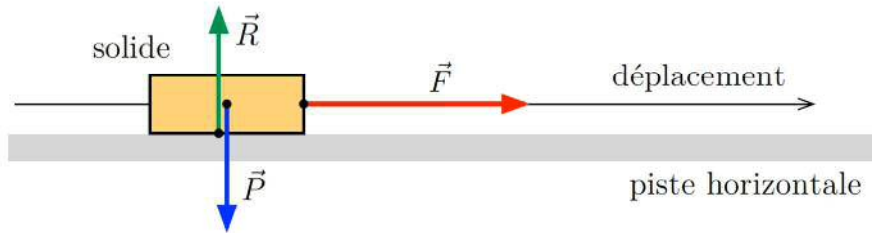


FIGURE 5.7 – Solide accéléré sur une piste horizontale

En utilisant l'expression (4.2) du travail de la force motrice on obtient :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2.$$

L'énergie cinétique du corps solide au repos est fixée à zéro.

Définition *Un corps solide de masse m animé d'un mouvement de translation de vitesse \vec{v} par rapport à un certain référentiel possède, dans ce référentiel, une énergie cinétique E_c dont l'expression est :*

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Un système composé de plusieurs corps solides de masses m_i et animés de mouvements de translation de vitesses \vec{v}_i possède une énergie cinétique égale à la somme des énergies cinétiques de chaque solide :

$$E_c = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2.$$

5.3.2 Énergie potentielle

L'énergie potentielle dépend des positions des corps d'un système. Elle peut être convertie en énergie cinétique ou vice-versa par le travail des forces intérieures. Les schémas de la figure 5.8 montrent les effets des travaux des différentes forces.

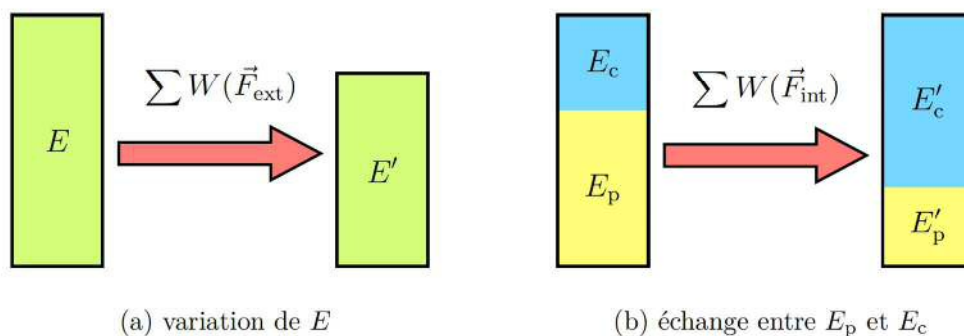


FIGURE 5.8 – Schémas énergétiques

Le travail des forces extérieures fait varier l'énergie mécanique, donc la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle (figure 5.8a).

Lorsque l'énergie mécanique ne varie pas, le travail des forces internes est responsable pour l'échange entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle (figure 5.8b).

Exemple 5.5 Lorsqu'un corps solide est en chute libre dans le champ de pesanteur de la Terre, le travail du poids du corps transforme de l'énergie potentielle, appelée *énergie potentielle de pesanteur*, en énergie cinétique.

Exemple 5.6 Quand un corps solide est accéléré à l'aide d'un ressort comprimé, le travail de la tension transforme de l'énergie potentielle, appelée *énergie potentielle élastique*, en énergie cinétique.

La variation de l'énergie potentielle est donnée par :

$$\Delta E_p = \Delta E - \Delta E_c.$$

Pour un système de corps solides en interaction, on peut combiner les expressions (5.1) et (5.2) pour obtenir :

$$\Delta E_p = - \sum W(\vec{F}_{\text{int}})$$

La somme s'étend sur toutes les forces intérieures qui s'appliquent à tous les corps solides du système.

Pour que l'énergie potentielle soit une fonction d'état, le travail de la force interne doit être indépendant de la trajectoire qui relie l'état initial à l'état final. Il est donc nécessaire que la force intérieure soit *conservative*. Dans le cas contraire, il faudra la traiter comme une force extérieure.

Exemple 5.7 Une force de frottement n'est pas conservative et sera toujours traitée comme une force extérieure.

Une autre façon de déterminer la variation de l'énergie potentielle est d'introduire une ou plusieurs forces extérieures \vec{F}_{op} exercées par des « opérateurs » de sorte que l'énergie cinétique ne varie pas. Sous ces conditions $\Delta E_c = 0$ et la variation de l'énergie potentielle s'écrit :

$$\Delta E_p = \sum W(\vec{F}_{\text{op}})$$

Remarque :

Contrairement à l'énergie cinétique, l'énergie potentielle n'est pas une propriété d'un corps mais est liée à l'interaction de plusieurs corps. Lorsque cette interaction est décrite par un champ, on peut associer l'énergie potentielle à ce champ.

Énergie potentielle de pesanteur

Considérons un corps solide de masse m et de centre de gravité G se déplaçant sans frottement sur un support dans le champ de pesanteur de la Terre (figure 5.9). Le centre de gravité est repéré par son altitude z .

Le système est composé du solide et de la Terre avec laquelle il interagit. La seule force intérieure qui travaille est le poids du solide. La force exercée par le solide sur la Terre ne travaille pas car le centre de gravité de la Terre ne se déplace pratiquement pas.

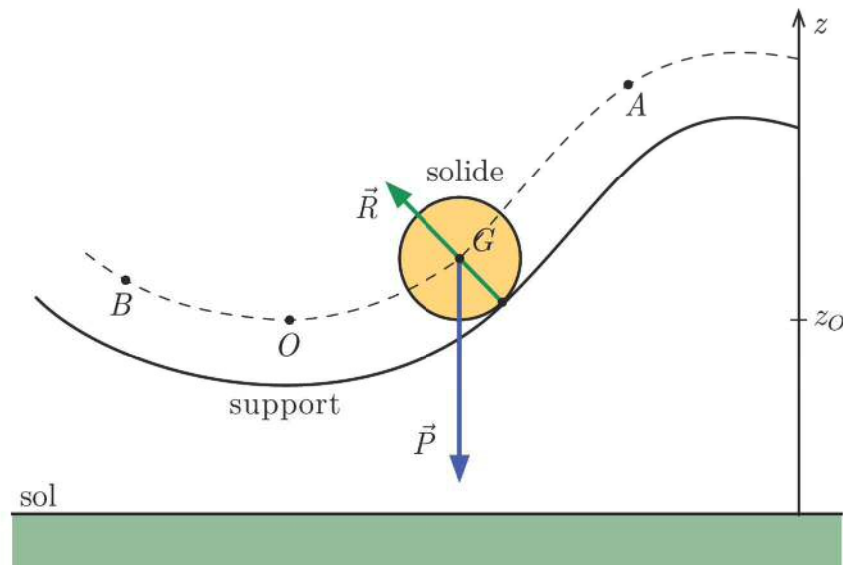


FIGURE 5.9 – Corps solide dans le champ de pesanteur

La variation de l'énergie potentielle de pesanteur du système entre les positions A et B du centre de gravité s'écrit :

$$\Delta E_{\text{pp}} = -W_{AB}(\vec{P}).$$

Le travail du poids (expression 4.4) est indépendant de la trajectoire entre A et B :

$$E_{\text{pp}}(B) - E_{\text{pp}}(A) = -P(z_A - z_B) = mg(z_B - z_A).$$

Cette expression détermine l'énergie potentielle de pesanteur à une constante près. On choisit un point O qui définit le *niveau de référence* pour lequel l'énergie potentielle est nulle. En un point d'altitude z , l'énergie potentielle de pesanteur s'écrit :

$$E_{\text{pp}} = mg(z - z_0)$$

L'énergie potentielle de pesanteur dépend du choix du niveau de référence. La variation de E_{pp} est indépendante de ce choix.

Énergie potentielle élastique

Un corps solide est fixé à une extrémité d'un ressort de raideur k . Le solide peut se déplacer sans frottement sur un banc à coussin d'air horizontal. L'autre extrémité du ressort est fixée au banc (figure 5.10).

L'énergie cinétique du système composé du solide et du ressort se réduit à celle du solide car la masse du ressort est négligeable. Le solide se déplace sous l'action de la tension \vec{T} exercée par le ressort. Pour que l'énergie cinétique ne varie pas lors d'un déplacement de

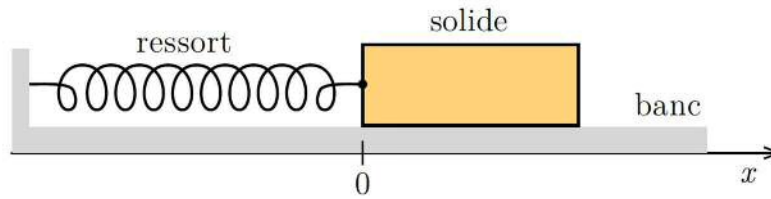


FIGURE 5.10 – Système en position d'équilibre

A vers B, un « opérateur » agit avec une force extérieure \vec{F}_{op} opposée à la tension (figure 5.11). La seule coordonnée non nulle de cette force est :

$$F_{\text{op}x} = -T_x = kx.$$

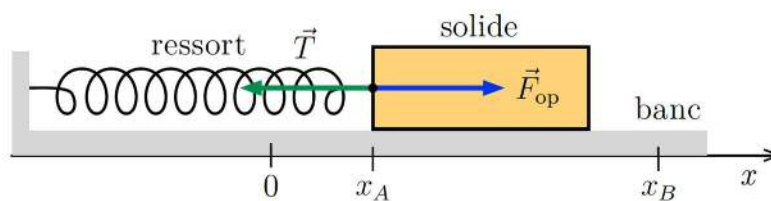


FIGURE 5.11 – Force extérieure exercée par un opérateur

La variation de l'énergie potentielle élastique du système s'écrit, sous ces conditions :

$$\Delta E_{\text{p élast}} = W_{AB}(\vec{F}_{\text{op}}).$$

En utilisant l'expression (4.6) du travail tenseur :

$$E_{\text{p élast}}(B) - E_{\text{p élast}}(A) = \frac{1}{2} k (x_B^2 - x_A^2).$$

Cette relation détermine l'énergie potentielle élastique pour une déformation x à une constante près :

$$E_{\text{p élast}} = \frac{1}{2} k x^2 + \text{constante}.$$

On fixe à zéro l'énergie potentielle élastique du ressort non déformé. Il vient :

$$E_{\text{p élast}} = \frac{1}{2} k x^2$$

5.4 Exercices

Exercice 5.1 Établir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur en introduisant un opérateur qui exerce une force extérieure pour augmenter l'altitude du corps sans changer son énergie cinétique.

Exercice 5.2 Deux chariots A et B, de même masse, sont placés sur un banc à coussin d'air horizontal. On lance A sur B initialement immobile. Après le choc, les deux chariots restent liés.

Montrer que l'énergie mécanique du système des deux chariots n'est pas conservée.

Exercice 5.3 La diminution de la vitesse d'un passager lors d'un choc est due essentiellement à l'action de la ceinture de sécurité.

1. Calculer l'énergie cinétique d'un passager de masse $m = 60 \text{ kg}$ circulant en voiture à $v = 70 \text{ km/h}$.
2. Au cours du choc, la vitesse de la voiture s'annule sur une distance $d = 3,5 \text{ m}$. Quelle est l'intensité de la force exercée par la ceinture de sécurité sur le passager ?
3. Refaire le calcul en supposant que la voiture circule initialement à $v' = 50 \text{ km/h}$ et conclure.

Exercice 5.4 Un proton ($m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) dont la vitesse est de $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ traverse un film métallique d'une épaisseur de $0,01 \text{ mm}$ et émerge avec une vitesse de $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Quelle est l'intensité moyenne de la force qui s'est opposée à la traversée du film ?

Exercice 5.5 Un parachutiste de masse 90 kg est en chute à la vitesse $v_0 = 190 \text{ km/h}$. Il ouvre son parachute et sur une distance verticale de 120 m sa vitesse est réduite à v_1 par l'action d'une force de résistance d'intensité 1900 N . Représenter toutes les forces et calculer la vitesse v_1 en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

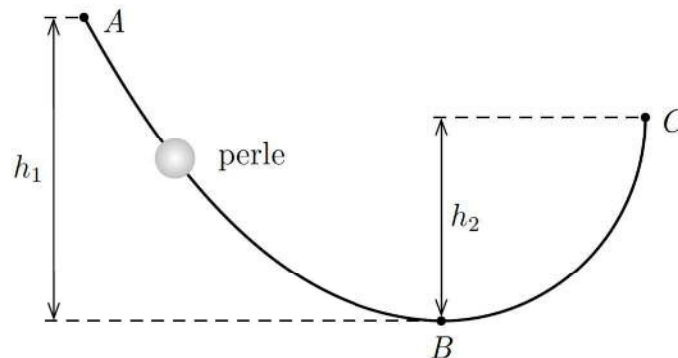
Exercice 5.6 On jette une pierre d'un point O , verticalement vers le haut, avec une vitesse $v_O = 12 \text{ m/s}$.

1. À quelle hauteur h_1 au-dessus du point O , la vitesse de la pierre n'est-elle plus que $v_1 = 6 \text{ m/s}$?
2. Quelle hauteur maximale h_2 la pierre atteint-elle par rapport au point O ?

Exercice 5.7 Une bille de masse 20 g est suspendue à l'extrémité d'un fil de longueur $L = 80 \text{ cm}$. On écarte le fil d'un angle $\alpha = 40^\circ$ de sa position d'équilibre et on abandonne la bille sans vitesse initiale.

Calculer, en utilisant la conservation de l'énergie, la vitesse v de la bille lorsqu'elle passe par sa position d'équilibre.

Exercice 5.8 La figure montre une perle glissant sur un fil.



1. Quelle doit être la hauteur h_1 si la perle, partant au repos de A, atteint une vitesse

de 200 cm/s au point B ? Ne pas tenir compte du frottement.

2. On suppose maintenant que $h_1 = 50$ cm, $h_2 = 30$ cm et que la distance de A à C est de 400 cm. Une perle de 3,0 g est lâchée en A , glisse jusqu'en C et s'arrête. Quelle est l'intensité de la force de frottement qui s'oppose au mouvement ?

Exercice 5.9 Un ressort de raideur $k = 5$ N/cm et de longueur naturelle $l_0 = 12$ cm est comprimé avec une force d'intensité 20 N. Calculer la nouvelle longueur du ressort et son énergie potentielle élastique.

Exercice 5.10 Sur un ressort dont l'axe est orienté verticalement on pose une masse $m = 200$ g. Le ressort est comprimé de 4 cm.

1. Quelle est la raideur du ressort ? Calculer son énergie potentielle élastique.
2. Calculer la variation de l'énergie potentielle de pesanteur de la masse.

Exercice 5.11 Paul a une masse de 60 kg et tient dans chaque main une haltère de 30 kg. Il saute d'une hauteur de 3 m sur un trampoline. Au point le plus bas de sa trajectoire il dépose les deux haltères. Calculer la hauteur maximale qu'il va atteindre lors du rebondissement.

Exercice 5.12 Une balle de masse $m = 200$ g tombe d'une hauteur de 10 m.

1. De combien sera-elle aplatie quand elle touche le sol s'il faut une force de 100 N pour l'aplatir de 1 cm ?
2. Quelle est la hauteur maximale qu'elle va atteindre lors du 1^{er}, 2^e, ... rebondissement si son rendement est de 60 % ?

Exercice 5.13 Pour lancer une boule (masse 50 g) de « flipper », on comprime un ressort de raideur 200 N/m de 10 cm. Quelle sera la vitesse de la boule lorsqu'elle aborde le virage au bout d'une course de 1,5 m après qu'elle ait quitté le ressort :

1. si le flipper est horizontal ?
2. s'il fait un angle de 5° avec l'horizontale ?

Dans les deux cas, on néglige le frottement entre la boule et le support.

Exercice 5.14 Un fusil de fléchettes comprend un ressort de raideur $k = 250$ N/m, de longueur naturelle $l_0 = 12$ cm et qui, comprimé par la fléchette de masse 25 g, ne mesure plus que $l = 4$ cm.

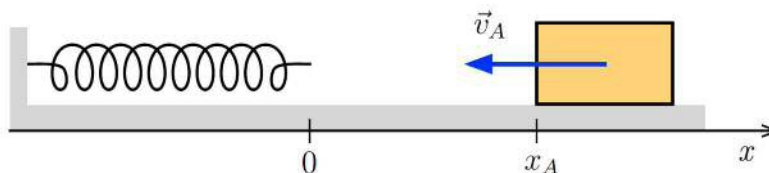
1. Avec quelle vitesse la fléchette sort-elle du fusil dans le cas d'un tir horizontal. Faire le calcul :
 - (a) sans tenir compte du frottement entre fléchette et fusil.
 - (b) en tenant compte d'une force de frottement de 0,15 N.

2. Quelle altitude maximale peut-elle atteindre dans le cas d'un tir vertical ? Faire le calcul sans tenir compte du frottement entre fléchette et fusil ni de la résistance de l'air.

Exercice 5.15 Deux chariots A et B , de masses $m_A = 150$ g et $m_B = 300$ g, sont placés sur un banc à coussin d'air horizontal. Un ressort de raideur $1,5$ N/cm, comprimé de 5 cm, est placé entre les deux chariots initialement immobiles. Le système « explose » quand le ressort se détend.

En supposant conservée l'énergie mécanique du système composé des deux chariots et du ressort, calculer les vitesses des deux chariots après l'explosion.

Exercice 5.16 La figure ci-dessous montre un corps de masse $m = 300$ g se déplaçant sans frottements sur un rail à coussin d'air. Il a été lancé, passe en A avec une vitesse $v_{Ax} = -5$ m/s et heurte en $x = 0$ un ressort non tendu. On donne $x_A = 20$ cm.



1. Dans une expérience préliminaire, le corps a été suspendu au ressort et a provoqué un allongement de 6 mm. Quelle est la raideur du ressort ?
2. Quelle est la compression maximale de ce ressort ?
3. Avec quelle vitesse le corps repassera-t-il par A ?
4. En réalité, il ne repassera en A qu'avec une vitesse de $4,8$ m/s. On admet qu'une force de frottement constante agit sur le corps et on demande de calculer son intensité.
5. Le rail est incliné de 30° , le départ en A est sans vitesse initiale. Quel est le chemin maximal lors du rebondissement en tenant compte de la force de frottement ?