Chapitre 5

Statistique descriptive

Sommaire

1 Introduction

La **statistique** est une méthode scientifique qui consiste à réunir des données chiffrées sur des ensembles nombreux, puis à analyser, à commenter et à critiquer ces données. Il ne faut pas confondre *la* statistique qui est la science qui vient d'être définie et *une* statistique qui est un ensemble de données chiffrées sur un sujet précis.
Les premières statistiques correctement élaborées ont été celles des **recensements démographiques**. Ainsi le vocabulaire statistique est essentiellement celui de la démographie.
Les ensembles étudiés sont appelés **population**. Les éléments de la population sont appelés **individus** ou unités statistiques. La population est étudiée selon un ou plusieurs **caractères.**

Les **statistiques descriptives** peuvent se résumer par le schéma suivant :

2 Echantillonnage statistique

Pour recueillir des informations sur une population statistique, l'on dispose de deux méthodes :

- la **méthode exhaustive** ou recensement où chaque individu de la population est étudié selon le ou les caractères étudiés.
- la **méthode des sondages** ou échantillonnage qui conduit à n'examiner qu'une fraction de la population, un **échantillon**.

2.1 Définition

L'**échantillonnage** représente l'ensemble des opérations qui ont pour objet de prélever un certain nombre d'individus dans une population donnée.

Pour que les résultats observés lors d'une étude soient généralisables à la population statistique, **l'échantillon doit être représentatif** de cette dernière, c'est à dire qu'il doit refléter fidèlement sa composition et sa complexité. Seul l'**échantillonnage aléatoire** assure la représentativité de l'échantillon.

Un échantillon est qualifié d'**aléatoire** lorsque chaque individu de la population a une **probabilité connue et non nulle** d'appartenir à l'échantillon.

Le cas particulier le plus connu est celui qui affecte à chaque individu **la même probabilité** d'appartenir à l'échantillon.

2.2 Echantillonnage aléatoire simple

L'**échantillonnage aléatoire simple** est une méthode qui consiste à prélever **au hasard** et de **façon indépendante**, n individus ou unités d'échantillonnage d'une population à N individus.

Chaque individu possède ainsi **la même probabilité** de faire partie d'un échantillon de n individus et chacun des échantillons possibles de taille n possède la même probabilité d'être constitué.

L'échantillonnage aléatoire simple assure l'**indépendance des erreurs**, c'est-à-dire l'absence d'**autocorrélations** parmi les données relatives à un même caractère. Cette indépendance est indispensable à la validité de plusieurs tests statistiques (chapitre 7).

Exemple :

Les données météorologiques ne sont pas indépendantes puisque les informations recueillies sont d'autant plus identiques qu'elles sont rapprochées dans le temps et dans l'espace.

Il existe d'autres techniques d'échantillonnage que nous ne développerons pas dans un premier temps dans ce cours **comme l'échantillonnage systématique** ou **l'échantillonnage stratifié** qui répondent à des problématiques biologiques spécifiques.

3 Les caractères statistiques

3.1 Définition

On appelle **caractère statistique simple** toute application :

$$X : P \rightarrow \mathbb{R}$$

avec P un ensemble fini appelé **population** ; tout élément ω de P s'appelle un **individu**.

Le **caractère** désigne une grandeur ou un attribut, observable sur un individu et susceptible de **varier** prenant ainsi différents états appelés **modalités**.

On appelle **modalité** toute valeur :

$$x_i \in X(P)$$

telle que : $X(P) = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_i, \ldots, x_k\}$ avec k nombre de modalités différentes de X

Remarque : Seuls les caractères quantitatifs ont valeurs dans $\mathbb{R}$, les caractères qualitatifs s'y ramenant par un codage.

Exemple :

Lors des recensements, les caractères étudiés sont l'âge, le sexe, la qualification professionnel, etc. Le caractère « sexe » présente deux modalités alors que pour la qualification professionnelle, le nombre de modalités va dépendre de la précision recherchée.

3.1.1 Les caractères qualitatifs

Mesurées dans une échelle **nominale**, les modalités sont exprimables par des **noms** et ne sont pas **hiérarchisées**. Un caractère nominal peut être **dichotomique** s'il ne peut prendre que deux modalités.

Exemple: la couleur du pelage, les groupes sanguins, les différents nucléotides de l'ADN, la présence ou l'absence d'un caractère (dichotomique), etc.

Mesurées dans une échelle **ordinale**: les modalités traduisent le **degré** d'un état caractérisant un individu sans que ce degré ne puisse être défini par un nombre qui résulte d'une mesure. Les modalités sont alors **hiérarchisées**.

Exemple: le stade d'une maladie.

Certains tests (non vus dans ce cours) permettent de profiter de cette information et sont alors plus puissants que des tests sur variable nominale.

3.1.2 Les caractères quantitatifs

Le caractère est **discret** s'il peut prendre seulement certaines valeurs dans un intervalle donné. En général il résulte d'un comptage ou dénombrement.

Exemple : le nombre de petits par portée, le nombre de cellules dans une culture, le nombre d'accidents pour une période donnée, etc.

Remarque : Attention, un caractère quantitatif discret peut résulter de la transformation d'un caractère nominal (ex. comptage des individus porteurs ou non d'un caractère).

Le caractère est **continu** s'il peut théoriquement prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle donné. En général il résulte d'une mesure.

Exemple : le poids, la taille, le taux de glycémie, le rendement, etc.

Remarque : En réalité le nombre de valeurs possibles pour un caractère donné dépend de la précision de la mesure. On peut considérer comme continu un caractère discret qui peut prendre un grand nombre de valeurs.

Exemple : le nombre de globules blancs ou rouges par ml de sang, le nombre de nucléotides A dans une très longue séquence d'ADN (plusieurs Mégabases) .

3.2 Liens avec les concepts probabilistes

Les concepts qui viennent d'être présentés sont les homologues de concepts **du calcul des probabilités** et il est possible de disposer en regard les concepts homologues (voir table ci-dessous).

Probabilités	Statistique
Espace fondamental	Population
Epreuve	Tirage (d'un individu), expérimentation
Evènement élémentaire	Individu, observation
Variable aléatoire	Caractère
Epreuves répétées	Echantillonnage
Nbre de répétitions d'une épreuve	Taille de l'échantillon, effectif total
Probabilité	Fréquence observée
Loi de probabilité	Distribution observée ou loi empirique
Espérance mathématique	Moyenne observée
Variance	Variance observée

Ainsi la notion de **caractère** se confond avec celle de **variable aléatoire**.

4 Représentation des données

Il existe plusieurs niveaux de description statistique : la présentation brute des données, des présentations par tableaux numériques, des représentations graphiques et des résumés numériques fournis par un petit nombre de paramètres caractéristiques.

4.1 Séries statistiques

Une **série statistique** correspond aux différentes modalités d'un caractère sur un échantillon d'individus appartenant à une population donnée.
Le nombre d'individus qui constituent l'échantillon étudié s'appelle **la taille** de l'échantillon.

Exemple :

Afin d'étudier la structure de la population de **gélinottes huppées** (Bonasa *umbellus*) abattues par les chasseurs canadiens, une étude du dimorphisme sexuel de cette espèce a été entreprise. Parmi les caractères mesurés figure **la longueur de la rectrice centrale** (plume de la queue). Les résultats observés exprimés en millimètres sur un échantillon de 50 mâles juvéniles sont notés dans la série ci-dessus :

La gélinotte huppée

153	165	160	150	159	151	163
160	158	149	154	153	163	140
158	150	158	155	163	159	157
162	160	152	164	158	153	162
166	162	165	157	174	158	171
162	155	156	159	162	152	158
164	164	162	158	156	171	164
158						

4.2 Tableaux statistiques

Le **tableau de distribution de fréquences** est un mode synthétique de présentation des données. Sa constitution est immédiate dans le cas d'un caractère discret mais nécessite en revanche une transformation des données dans le cas d'un caractère continu.

4.2.1 Fréquences absolues, relatives et cumulées

A chaque **modalité** du caractère X, peut correspondre un ou plusieurs individus dans l'échantillon de taille n.

On appelle **effectif** de la modalité x_i, le nombre n_i où n_i est le nombre d'individu ω tel que $X(\omega) = x_i$

Remarque : Parfois on peut rencontrer le terme de **fréquence absolue** pour les effectifs.

On appelle **fréquence** de la modalité x_i, le nombre f_i tel que $f_i = \dfrac{n_i}{n}$

Remarque : Parfois on peut rencontrer le terme de **fréquence relative** pour les fréquences. Le **pourcentage** est une fréquence exprimée en pour cent. Il est égal à $100\, f_i$.

L'emploi des fréquences ou fréquences relatives s'avère utile **pour comparer deux distributions** de fréquences établies à partir d'échantillons de **taille différente**.

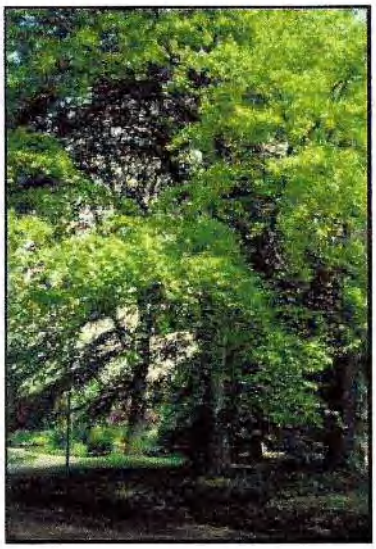
On appelle **fréquences cumulées** ou **fréquences relatives cumulées** en x_i, le nombre f_i cum tel que $f_i \text{ cum} = \sum_{p=1}^{i} f_p$

Remarque : On peut noter que $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$, taille de l'échantillon et $\sum_{i=1}^{k} f_i = 1$

4.2.2 Caractères quantitatifs discrets

Dans le cas d'un **caractère quantitatif discret,** l'établissement de la distribution des données observées associées avec leurs fréquences est immédiate.

Exemple :



La **cécidomyie** du hêtre provoque sur les feuilles de cet arbre des galles dont ***la distribution de fréquences observées*** est la suivante :

Caractère *X* : x_i : nombre de galles par feuille	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i : nombre de feuilles portant x_i galles	182	98	46	28	12	5	2	1	0	1	0
f_i : fréq. relative	0,485	0,261	0,123	0,075	0,032	0,013	0,005	0,003	0	0,003	0
f_i cum. : fréq. relative cumulée	0,485	0,746	0,869	0,944	0,976	0,989	0,994	0,997	0,997	1	1

La taille de l'échantillon étudié est n =375 feuilles

4.2.3 Caractères quantitatifs continues

Dans le cas d'un caractère quantitatif continu, l'établissement du tableau de fréquences implique d'effectuer au préalable **une répartition en classes** des données. Cela nécessite de définir le nombre de classes attendu et donc l'amplitude associée à chaque classe ou **intervalle de classe**.

En règle générale, on choisit des classes de même **amplitude**. Pour que la distribution en fréquence est un sens, il faut que chaque classe comprenne un nombre suffisant de valeurs (n_i).

Diverses formules empiriques permettent d'établir le **nombre de classes** pour un échantillon de taille n.

La règle de **STURGE** : Nombre de classes = 1+ (3,3 log n)

La règle de **YULE :** Nombre de classes = $2,5\sqrt[4]{n}$

L'**intervalle** entre chaque classe est obtenu ensuite de la manière suivante :

Intervalle de classe = (X max - X min) / Nombre de classes

avec X max et X min, respectivement la plus grande et la plus petite valeur de X dans la série statistique.

A partir de Xmin on obtient les limites de classes ou **bornes de classes** par addition successive de l'intervalle de classe. En règle général, on tente de faire coïncider **l'indice de classe** ou valeur centrale de la classe avec un nombre entier ou ayant peu de décimales.

Exemple :

Dans le cadre de l'étude de la population de **gélinottes huppées** (Bonasa *umbellus*), les valeurs de la longueur de la rectrice principale peuvent être réparties de la façon suivante :

- **définition du nombre de classes :**

Règle de Sturge : 1 + (3,3 log 50) = 6,60

Règle de Yule : $2,5\sqrt[4]{50}$ = 6,64 les deux valeurs sont très peu différentes

- **définition de l'intervalle de classe :**

$$IC = \frac{174-140}{6,6} = 5,15 \text{ mm que l'on arrondit à 5 mm par commodité}$$

- **Tableau de distribution des fréquences**

Caractère X : x_i : longueur de la rectrice bornes des classes	[140-145[	[145-150[	[150-155[	[155-160[	[160-165[	[165-170[	[170-175[
Valeur médiane des classes, x_i	142,5	147,5	152,5	157,5	162,5	167 ,5	172,5
n_i : nombre d'individu par classe de taille x_i	1	1	9	17	16	3	3
f_i : fréquence relative	0,02	0,02	0,18	0,34	0,32	0,06	0,06
$f_i cum.$: fréquence relative cumulée	0,02	0,04	0,22	0,56	0,88	0,94	1

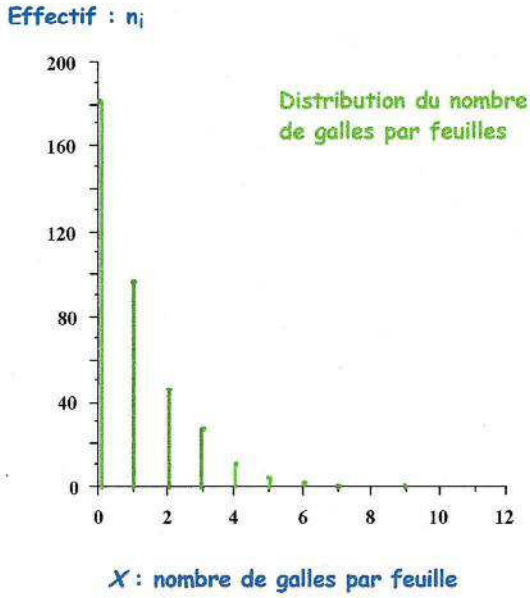
4.3 Représentations graphiques

Les représentations graphiques ont l'avantage de renseigner immédiatement sur l'allure générale de la distribution. Elles facilitent l'interprétation des données recueillies.

4.3.1 Caractères quantitatifs discrets

Pour les caractères quantitatifs discrets, la représentation graphique est le **diagramme en bâtons** où la hauteur des bâtons correspond à l'effectif n_i associé à chaque modalité du caractère x_i.

Exemple :

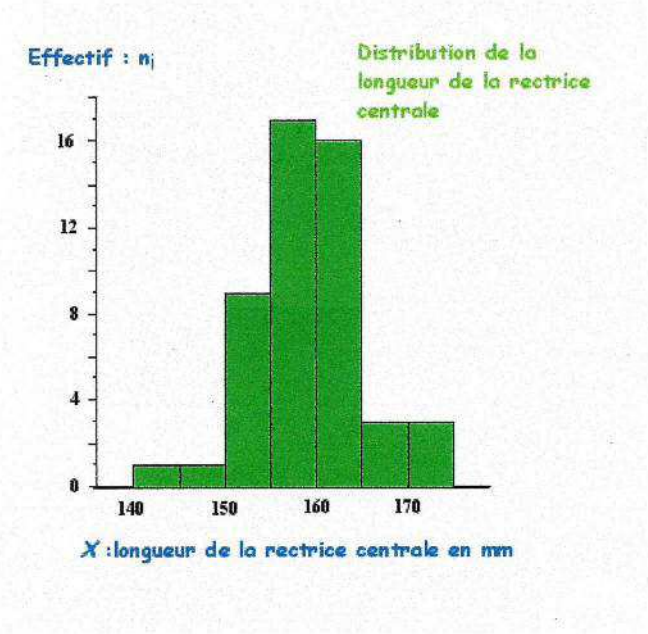


Dans l'exemple de la **cécidomyie** du hêtre, la distribution des fréquences observées du nombre de galles par feuille peut être représentée par **un diagramme en bâtons** avec en ordonnée les **effectifs** n_i et en abscisse les différentes **modalités** de la variable étudiée.

4.3.2 Caractères quantitatifs continus

Pour les caractères quantitatifs continus, la représentation graphique est **l'histogramme** où la hauteur du rectangle est proportionnelle à l'effectif n_i. Ceci n'est vrai que si l'intervalle de classe est constant. Dans ce cas l'aire comprise sous l'histogramme s'avère proportionnelle à l'effectif total. En revanche lorsque les intervalles de classe sont inégaux, des modifications s'imposent pour conserver cette proportionnalité. Dans ce cas, en ordonnée, au lieu de porter l'effectif, on indique le rapport de la fréquence sur l'intervalle de classe. Ainsi la superficie de chaque rectangle représente alors l'effectif associé à chaque classe.

Exemple :



Dans l'exemple de la longueur de la rectrice centrale des individus mâles de la gélinotte huppée, la distribution des fréquences observées est représentée par un **histogramme** avec en ordonnée les **effectifs** n_i et en abscisse **les limites de classe** de la variable étudiée.

5 Indicateurs numériques

Le dernier niveau de description statistique est le résumé numérique d'une distribution statistique par des **indicateurs numériques** ou **paramètres caractéristiques**.

Remarque : Ces derniers représentent une transition entre la statistique purement descriptive et **l'estimation des paramètres** qui caractérisent les distributions de probabilité (chapitre 6).

5.1 Indicateur de position

Ces paramètres ont pour objectif dans le cas d'un caractère quantitatif de caractériser **l'ordre de grandeur** des observations.

5.1.1 La moyenne arithmétique

Soit un échantillon de n valeurs observées $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n$ d'un caractère quantitatif X, on définit sa moyenne observée $\bar{x}$ comme **la moyenne arithmétique** des n valeurs :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Remarque : Une des propriétés de la moyenne arithmétique est que la somme des écarts à la moyenne est nulle: $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$

Si les données observées x_i sont **regroupées en k classes d'effectif n_i** (caractère continu regroupé en classe ou caractère discret), il faut les pondérer par les effectifs correspondants:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i \quad \text{avec} \quad n = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

Exemples :

Dans le cas de l'étude du dimorphisme sexuel de la **gélinotte huppée**, la longueur moyenne de la rectrice principale du mâle juvénile est :

- dans le cas des **données non groupées** :

$$\bar{x} = \frac{153 + 165 + 160 + ... + 171 + 164 + 158}{50} = \frac{7943}{50} = \mathbf{158{,}9\ mm}$$

- dans le cas des **données groupées** où les valeurs x_i correspondent aux valeurs médianes des classes,

$\sum_{i=1}^{k} n_i x_i = 7\,960$ d'où $\bar{x} = \frac{7960}{50} =$ **159,2 mm** (voir **graphe**)

Remarque : La moyenne obtenue après regroupement des données en classe dans l'exemple de la longueur de la rectrice centrale diffère légèrement en raison d'une perte d'information. Si l'échantillonnage n'est pas de type aléatoire simple, les deux moyennes peuvent être très différentes.

5.1.2 La médiane

La **médiane, M_e,** est la valeur du caractère pour laquelle la **fréquence cumulée** est égale à 0,5 ou 50%. Elle correspond donc au centre de la série statistique classée par ordre croissant, ou à la valeur pour laquelle 50% des valeurs observées sont supérieures et 50% sont inférieures.

• Dans le cas où les valeurs prises par le caractère étudié **ne sont pas regroupées en classe**,

• si n est **impair**, alors $n = 2m + 1$ et ***la*** médiane est la valeur du milieu $M_e = x_{m+1}$.

• si n est **pair**, alors $n = 2m$ et ***une*** médiane est une valeur quelconque entre x_m et x_{m+1}.

Dans ce cas il peut être commode de prendre le milieu.

• Dans le cas où les valeurs prises par le caractère étudié **sont groupées en classe**, on cherche la classe contenant le $n^e/2$ individu de l'échantillon. En supposant que tous les individus de cette classe sont uniformément répartis à l'intérieur, la position exacte du $n^e/2$ individu de la façon suivante par **interpolation linéaire** :

$$M_e = x_m + (x_{m+1} - x_m)\left(\frac{\frac{n}{2} - N_i}{n_i}\right)$$

avec

x_m : limite inférieure de la classe dans laquelle se trouve le $n^e/2$ individu (classe médiane).

x_{m+1} : limite supérieure de la classe dans laquelle se trouve le $n^e/2$ individu (classe médiane).

n_i : effectif de la classe médiane

N_i. : effectif cumulé inférieur à x_m

n : taille de l'échantillon

Exemple :

Dans le cas de la distribution de la longueur de la rectrice centrale de la **gélinotte huppée**, la valeur de la médiane est :

- Cas des **données non groupées** :

$n = 50$ donc $M_e \in [x_{25}, x_{26}]$

soit $M_e \in$ [158mm, 159mm] ou ***Me*** **=158,5mm**

- Cas des **données groupées** :

n=50, la 25ème valeur se situe dans la classe [155-160[qui contient les individus de 12 à 28. d'où avec $L_m = 155$ mm, $f_m = 17$ individus, $f_{m\text{cum.}} = 11$ individus et $i = 5$mm

$$M_e = 155 + \frac{5}{17}\left(\frac{50}{2} - 11\right) = 159{,}11 \text{ mm d'où } \textit{Me} = \textbf{159,1 mm} \text{ (voir graphe)}$$

Remarque : La médiane ne s'applique qu'aux échelles ordinales, d'intervalles et de rapport, car elle nécessite un ordre linéaire entre les variables.

Si la **distribution** des valeurs est **symétrique**, la valeur de la **médiane est proche** de la valeur de la **moyenne arithmétique**.

$$M_e \approx \bar{x}$$

5.1.3 *Le mode*

Le **mode, M_o** d'une série statistique est la valeur du caractère **la plus fréquente** ou dominante dans l'échantillon. Le mode correspond à la classe de fréquence maximale dans la distribution des fréquences.

On peut identifier le mode comme la valeur médiane de la classe de fréquence maximale ou bien effectuer une interpolation linaire pour obtenir la valeur exacte du mode comme suit :

$$M_o = x_m + \frac{i\Delta i}{\Delta s + \Delta i}$$ (voir démonstration géométrique)

avec

x_m : limite inférieure de la classe d'effectif maximal
i : intervalle de classe $(x_{m+1} - x_m)$
Δi : Ecart d'effectif entre la classe modale et la classe inférieure la plus proche
Δs : Ecart d'effectif entre la classe modale et la classe supérieure la plus proche

Exemple :
Dans le cas de la distribution de la longueur de la rectrice centrale de la gélinotte huppée, la valeur du mode est :

- **Valeur approchée :**

La classe de fréquence maximale est [155,160[avec $n_i = 17$ d'où **M_o = 157,5 mm**

- **Valeur exacte :**

$$Mo = 155 + \frac{5 \times 8}{(1+8)} = 159{,}44 \text{ mm d'où } \mathbf{M_o = 159{,}4 \text{ mm}}$$

avec $x_m = 155$ mm, $\Delta i = 17\text{-}9 = 8$, $\Delta s = 17\text{-}16 = 1$ et $i = 5$mm

Remarque : Une distribution de fréquences peut présenter un seul mode (**distribution unimodale**) ou plusieurs modes (**distribution bi ou trimodale**).

Si la **distribution** des valeurs est **symétrique,** la valeur du mode **est proche** de la valeur de la **moyenne arithmétique**.

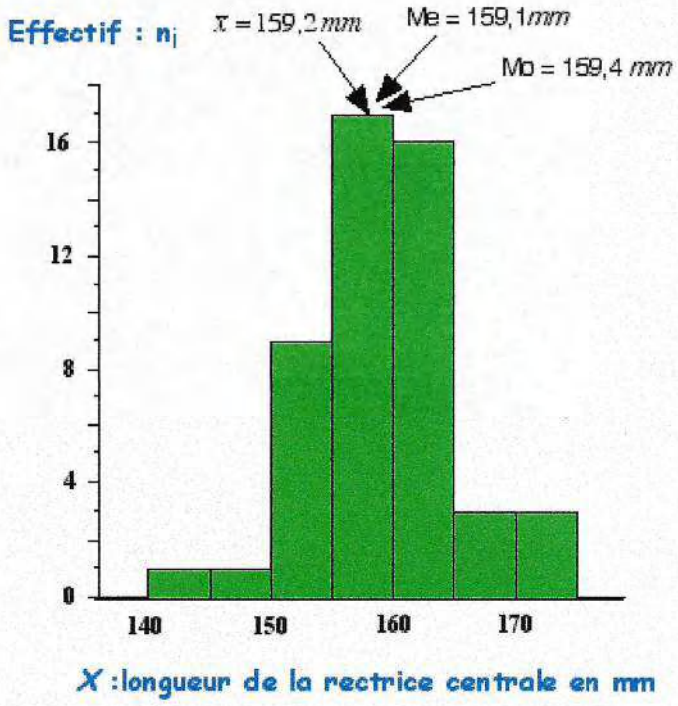
$$M_o \approx \bar{x}$$

5.1.4 *Comparaison des indicateurs de position*

	Avantages	Inconvenients
Moyenne arithmétique	- Facile à calculer, - Répond au principe des moindres carrés.	- Fortement influencée par les valeurs extrêmes de la v.a., - Représente mal une population hétérogène (polymodale).
Médiane	- Pas influencée par les valeurs extrêmes de la v.a., - Peu sensible aux variations d'amplitude des classes, - Calculable sur des caractères cycliques (saison, etc.) où la moyenne a peu de signification.	- Se prête mal aux calculs statistiques, - Suppose l'équi-répartition des données - Ne représente que la valeur qui sépare l'échantillon en 2 parties égales.
Mode	- Pas influencée par les valeurs extrêmes de la v.a., - Calculable sur des caractères cycliques (saison, etc.) où la moyenne a peu de signification, - Bon indicateur de population hétérogène.	- Se prête mal aux calculs statistiques, - Très sensible aux variations d'amplitude des classes, - Son calcul ne tient compte que des individus dont les valeurs se rapprochent de la classe modale.

Exemples :

Représentation graphique des trois **indices de position** sur l'exemple de la distribution de la longueur de la rectrice centrale de la gélinotte huppée.



Dans le cas où le caractère étudié se distribue selon une **loi normale Laplace-Gauss,** alors,

la moyenne $\bar{x}$, la médiane M_e et le mode M_o **prennent la même valeur**.

Il existe d'autres paramètres de position comme la moyenne quadratique ou la moyenne géométrique qui ne seront pas développés dans ce cours.

5.2 Indicateurs de dispersion

Ces paramètres ont pour objectif dans le cas d'un caractère quantitatif de caractériser **la variabilité des données** dans l'échantillon.
Les indicateurs de dispersion fondamentaux sont **la variance observée** et **l'écart-type observé**.

5.2.1 La variance observée

Soit un échantillon de n valeurs observées $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n$ d'un caractère quantitatif X et soit $\bar{x}$ sa moyenne observée. On définit **la variance observée notée s^2** comme la moyenne arithmétique des carrés des écarts à la moyenne.

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

Pour des commodités de calcul, on se sert du **théorème de Kœnig** que nous démontrons dans un cas particulier.

Voici pourquoi :

Soit $A = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) = \sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \sum_{i=1}^{n}2x_i\bar{x} + \sum_{i=1}^{n}\bar{x}^2$

d'où $A = \sum_{i=1}^{i=n}x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^{i=n}x_i + n\bar{x}^2$ or $\sum_{i=1}^{i=n}x_i = n\bar{x}$

d'où $A = \sum_{i=1}^{i=n}x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{i=n}x_i^2 - n\bar{x}^2$

ainsi $A = \sum_{i=1}^{i=n}x_i^2 - n\bar{x}^2$

La formule de la variance qui résulte du théorème de **Kœnig** est donc :

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 - \bar{x}^2$$

Dans le cas de **données regroupées en *k* classes d'effectif n_i** (variable continue regroupée en classes ou variable discrète), la formule de la variance est la suivante :

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=k} n_i (x_i - \bar{x})^2$$

Pour des commodités de calcul, on utilisera la formule développée suivante :

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=k} n_i x_i^2 - \bar{x}^2 \quad \text{avec} \quad n = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$$

L'**écart-type observé** correspond à la racine carrée de la variance observée:

$$s = \sqrt{s^2}$$

Exemple :

Dans le cas de l'étude du dimorphisme sexuel de la gélinotte huppée, la variance observée de la longueur de la rectrice centrale du mâle juvénile est :

- **cas des données non groupées :**

$\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 = 1263647$ et $\bar{x} = 158{,}86$ mm

$s^2 = \frac{1}{50}(1263647) - (158{,}86)^2 = 36{,}44$ d'où **s^2=36,44** et **s =6,04 mm**

- **cas des données groupées :**

$\sum_{i=1}^{i=n} n_i x_i^2 = 1269012{,}5$ et $\bar{x} = 159{,}20$ mm

$s^2 = \frac{1}{50}(1263647) - (158{,}86)^2 = 35{,}61$ d'où **s^2=35,61** et **s= 5,97 mm**

Remarque : De part sa définition, **la variance est toujours un nombre positif.** Sa dimension est le carré de celle de la variable. Il est toutefois difficile d'utiliser la variance comme mesure de dispersion car le recours au carré conduit à un changement d'unités. **Elle n'a donc pas de sens biologique direct** contrairement à l'écart-type qui s'exprime dans les mêmes unités que la moyenne.

5.2.2 Coefficient de variation

La **variance** et l'**écart-type observée** sont des paramètres de **dispersion absolue** qui mesurent la variation absolue des données indépendamment de l'ordre de grandeur des données.

Le **coefficient de variation** noté $C.V.$ est un indice de **dispersion relatif** prenant en compte ce biais et est égal à :

$$C.V. = \frac{100s}{\bar{x}}$$

Exprimé en pour cent, il est indépendant du choix des unités de mesure permettant la comparaison des distributions de fréquence d'unité différente.

Exemple :
Le coefficient de variation des longueurs de la rectrice centrale des gélinottes huppées mâles juvéniles est égal à :

$$C.V. = \frac{100 \times 6,09}{158,86} = 3,83\%$$