Chapitre 6

Électricité

6.1 Champ électrique

6.1.1 Interaction électrique

L'étude de l'électricité peut se ramener à l'étude des charges électriques et de leurs interactions. Rappelons que l'interaction électrique est une des interactions fondamentales de la nature. Elle s'exprime par la *loi de Coulomb*, loi qui décrit l'interaction entre deux charges ponctuelles.

Loi de Coulomb *Deux objets ponctuels A et B distants de r, portant les charges électriques q_1 et q_2, exercent l'un sur l'autre des forces $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ de même droite d'action (AB), répulsives si q_1 et q_2 sont de même signe (figure 6.1a), attractives si q_1 et q_2 sont de signes contraires (figure 6.1b), et de même valeur F :*

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1\,q_2|}{r^2} = k\,\frac{|q_1\,q_2|}{r^2}}$$

(a) charges de même signe (b) charges de signes opposés

FIGURE 6.1 – Interaction de deux charges électriques ponctuelles

La constante ϵ_0 est appelée *permittivité électrique du vide*. L'unité de charge électrique dans le système S.I. est le *coulomb* (C).
Valeurs des constantes : $\epsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{N^{-1}\,C^2\,m^{-2}}$ et $k = 9{,}0 \cdot 10^{9}\,\mathrm{N\,C^{-2}\,m^2}$.

6.1.2 Le champ électrostatique

Dans de nombreuses situations, une charge ponctuelle interagit avec un ensemble de charges dont les positions sont fixes ou ne varient que très peu sous l'influence de la charge ponctuelle. Dans une telle situation, l'introduction de la notion de *champ électrique* créé par un ensemble de charges facilite l'analyse d'un problème d'électricité.

Exemple 6.1 Un bâton de verre frotté avec de la matière plastique porte des charges électriques positives fixées sur la surface du bâton. Lorsqu'on approche une charge ponctuelle q du bâton, elle subit une force électrique qui résulte de l'interaction avec toutes les charges du bâton. Nous disons que le bâton chargé crée un *champ électrostatique*.

Définition *Un champ électrostatique règne dans une région de l'espace si dans cette région une charge électrique est soumise à des forces électrostatiques.*

Le champ électrique est dit *statique* si les positions des charges qui le créent sont fixes dans un repère donné.

Considérons la force résultante $\vec{F}_{\text{él}}$ exercée par un ensemble de charges q_1, q_2, ... sur une charge d'« essai » ponctuelle q. D'après la loi de Coulomb, l'intensité de la force exercée par chacune des charges q_i sur la charge q est proportionnelle à q ; la résultante de ces forces est donc également proportionnelle à q !

Le vecteur $\vec{F}_{\text{él}}/q$ ne dépend pas de la valeur de la charge d'essai mais uniquement de sa position et des positions et valeurs des charges qui créent le champ. Ce vecteur est appelé *vecteur champ électrostatique*.

Définition *Une charge q placée en un point A dans un champ électrostatique subit une force électrostatique $\vec{F}_{\text{él}}$. Le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ en A est :*

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{él}}}{q}}$$

Propriétés du vecteur champ électrostatique :

- Direction : $\vec{E}$ est parallèle à $\vec{F}_{\text{él}}$.
- Sens : $\vec{E}$ et $\vec{F}_{\text{él}}$ ont le même sens si $q > 0$ et des sens contraires si $q < 0$.
- Intensité : $E = F_{\text{él}}/|q|$. Unité de l'intensité du champ : $1\,\text{N/C}$.

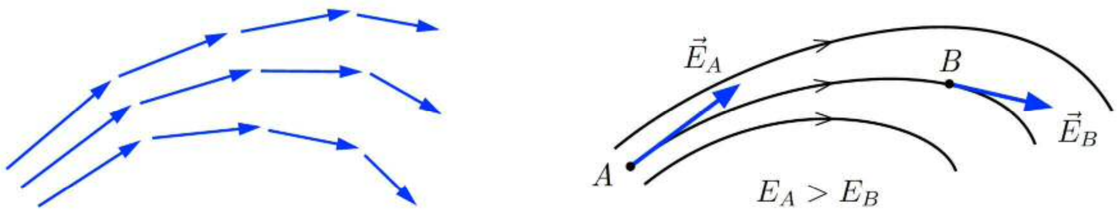
Principe de superposition *Si plusieurs ensembles de charges créent en un point les champs $\vec{E}_i$, le champ résultant en ce point est égal à leur somme vectorielle :*

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i.$$

6.1.3 Lignes de champ

Le champ en un point quelconque de l'espace est défini par le vecteur champ en ce point. On peut représenter la configuration du champ en traçant les vecteurs en des points quelconques de l'espace (figure 6.2a).

On préfère représenter le champ par des *lignes de champ* continues (figure 6.2b). En tout point d'une telle ligne, le vecteur champ électrique est tangent à la ligne. La ligne de champ est orientée dans le sens de $\vec{E}$.



(a) vecteurs champ (b) lignes de champ

FIGURE 6.2 – Représentation d'un champ électrique

Un ensemble de lignes de champ constitue un *spectre électrique* du champ. L'orientation du vecteur champ en un point donné est déterminée par la seule ligne de champ qui passe par ce point.

Le spectre électrique peut nous renseigner sur l'intensité du champ : plus les lignes de champ sont rapprochées autour d'un point de l'espace, plus le champ en ce point est intense.

Remarque : les lignes de champ ne sont pas réelles, mais elles nous aident à mieux visualiser le champ électrique.

6.1.4 Exemples de spectres électriques

Une charge ponctuelle

Considérons le champ électrostatique créé par un charge ponctuelle positive q placée en un point O. Pour déterminer l'allure du spectre électrique on place une charge d'« essai » positive q' dans le champ.

En chaque point du champ la charge d'essai est repoussée par la charge q, la direction de la force étant la droite reliant les deux charges. Comme le vecteur champ a la même direction et le même sens que la force électrostatique subie par $q' > 0$, les lignes de champ sont des lignes droites issues de la charge q (figure 6.3).

L'intensité du champ à une distance r du point O est :

$$E = \frac{F_{\text{él}}}{q'} = \frac{1}{q'}\,k\,\frac{|q\,q'|}{r^2}$$

ce qui est indépendant de q' :

$$E = k\,\frac{|q|}{r^2}.$$

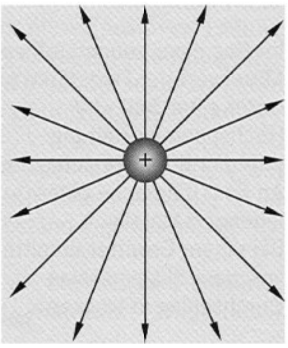


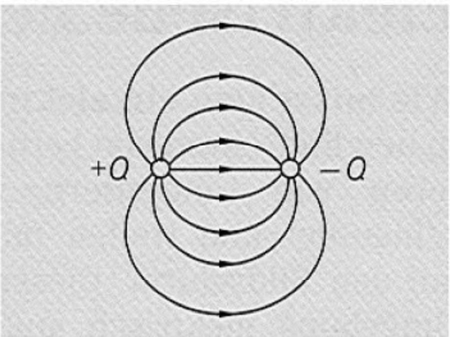
Figure 6.3 – Spectre d'une charge ponctuelle $q > 0$

En tout point d'une sphère de centre O et de rayon r, l'intensité du champ est la même ; on parle d'un champ *radial*.

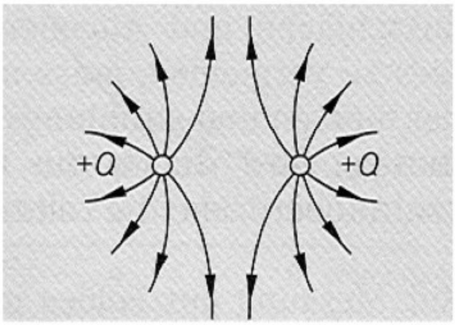
Dans le cas d'une charge ponctuelle négative, seule l'orientation des lignes de champ change.

Deux charges ponctuelles

La figure 6.4 montre les spectres de deux charges électriques. Dans le cas de deux charges de signes contraires, les lignes de champ commencent sur la charge positive et se terminent sur la charge négative.



(a) charges de signes opposés



(b) charges de même signe

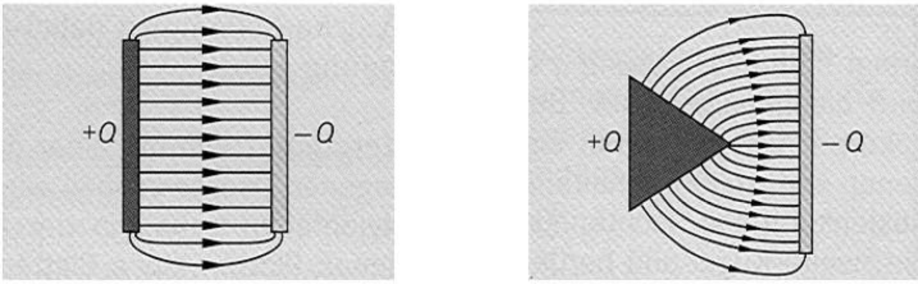
Figure 6.4 – Champ créé par deux charges ponctuelles

Surfaces conductrices

Un *condensateur plan* est composé de deux plaques planes conductrices, parallèles et séparées par un isolant. Les deux plaques d'un condensateur chargé portent des charges électriques opposées.

La figure 6.5a montre le spectre électrique d'un condensateur chargé. Si la distance entre les plaques est petite par rapport aux dimensions de la plaque, les lignes de champ entre les plaques sont parallèles. Le vecteur champ électrostatique est le même en tout point de cette région, on dit que le champ est *uniforme*.

À l'extérieur du condensateur le champ électrique est pratiquement nul. Les effets des champs créés par les deux plaques se compensent dans cette région.



(a) condensateur (b) effet de pointe

FIGURE 6.5 – Champ créé par deux électrodes de signes opposés

La paire de conducteurs de la figure 6.5b montre un *effet de pointe*. On remarque que les lignes de champ sont particulièrement denses sur la pointe orientée vers la plaque conductrice. L'intensité du champ est très importante en cet endroit.

Remarque : les lignes de champ sont toujours perpendiculaires aux surfaces conductrices.

6.1.5 Exercices

Exercice 6.1 Deux charges électriques négatives q et $2q$ sont situées respectivement en des points A et B, tels que $AB = 2a$.

1. Déterminer en fonction de a les caractéristiques du champ électrostatique au milieu M de $[AB]$.
2. Déterminer numériquement la position du point P de la droite AB où le champ électrostatique est nul. On donne $a = 10\,\mathrm{cm}$.

Exercice 6.2 Un pendule électrostatique de longueur $l = 20\,\mathrm{cm}$ et de masse $m = 1\,\mathrm{g}$ porte une charge $q = 10^{-7}\,\mathrm{C}$. Lorsqu'il est placé dans un champ électrostatique uniforme horizontal, il s'écarte de la verticale d'un angle $\alpha = 5{,}5°$.

1. Déterminer les caractéristiques des forces qui agissent sur la charge du pendule.
2. En déduire l'intensité E du champ électrostatique.

Exercice 6.3 On donne un triangle ΔABC, rectangle et isocèle en B et de côtés $AB = BC = r$, avec $r = 15\,\mathrm{cm}$. En A et C on place des charges de valeur respective $q_A = 30\,\mathrm{nC}$ et $q_C = -40\,\mathrm{nC}$.
Dessiner le champ résultant en B, calculer son intensité et sa direction.

6.2 Potentiel et énergie potentielle électriques

6.2.1 Travail de la force électrostatique

Considérons une charge positive q se déplaçant dans le champ uniforme $\vec{E}$ d'un condensateur chargé (figure 6.6).

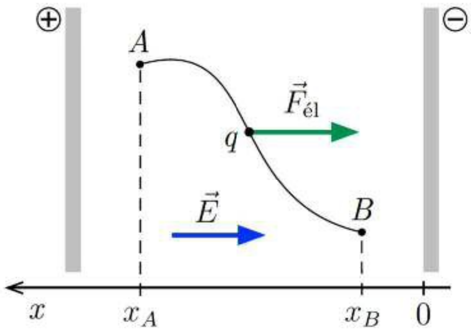


FIGURE 6.6 – Charge ponctuelle positive dans un champ uniforme

La charge est soumise à la force électrostatique :

$$\vec{F}_{\text{él}} = q\,\vec{E}.$$

Le travail effectué par cette force constante lors du déplacement de la charge du point A au point B est :

$$W_{AB}(\vec{F}_{\text{él}}) = \vec{F}_{\text{él}} \cdot \overrightarrow{AB} = q\,\vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}.$$

Comme le champ électrique est parallèle à l'axe x du repère choisi, le produit vectoriel se réduit au produit des coordonnées x des deux vecteurs :

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{F}_{\text{él}}) &= q\,(-E)\,(x_B - x_A) \\ &= q\,E\,(x_A - x_B). \end{aligned} \tag{6.1}$$

Le travail de la force électrique est moteur lorsque la charge positive se déplace vers la plaque négative. La force électrique est conservative, son travail est indépendant de la trajectoire entre A et B.

6.2.2 Énergie potentielle électrique

Considérons le système composé du condensateur chargé et de la charge positive q. La seule force intérieure est la force électrique $\vec{F}_{\text{él}}$. L'énergie potentielle électrique $\mathcal{E}_{\text{p él}}$ du système est définie par sa variation lors d'un déplacement de la charge de A vers B :

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{p él}} = -W_{AB}(\vec{F}_{\text{él}}).$$

En utilisant l'expression (6.1) il vient :

$$\mathcal{E}_{\text{p él}}(B) - \mathcal{E}_{\text{p él}}(A) = q\,E\,(x_B - x_A).$$

Cette expression détermine l'énergie potentielle électrique en un point d'abscisse x à une constante près :

$$\mathcal{E}_{\text{p él}} = q\,E\,x + \text{cte}.$$

Nous allons choisir la plaque négative d'abscisse $x = 0$ comme *niveau de référence* pour lequel l'énergie potentielle est nulle. En un point d'abscisse x, l'énergie potentielle électrique s'écrit :

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{p él}} = q\,E\,x} \tag{6.2}$$

Cette énergie est due à la position de la charge dans le champ électrique. L'énergie potentielle électrique d'une charge positive augmente quand celle-ci s'éloigne de la plaque négative du condensateur.

Remarque : l'expression (6.2) reste valable pour une charge négative.

6.2.3 Potentiel électrique

L'énergie potentielle électrique d'une charge ponctuelle dans un champ électrostatique est proportionnelle à sa valeur q. La grandeur $\mathcal{E}_{\text{p él}}/q$ est indépendante de q et ne dépend que du champ électrostatique et de la position dans le champ. Cette grandeur électrique est appelée *potentiel électrique*.

Définition *Le potentiel électrique V en un point d'abscisse x d'un champ uniforme $\vec{E}$ est :*

$$V = E\,x$$

l'axe x étant parallèle au champ électrique, orienté dans le sens contraire du champ et ayant son origine sur la plaque négative.

L'unité du potentiel électrique est le *volt* (V).

L'expression (6.2) de l'énergie potentielle électrique peut s'écrire :

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{p él}} = q\,V} \tag{6.3}$$

Le travail de la force électrostatique effectué sur une charge q entre A et B est :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}_{\text{él}}) = q\,(V_A - V_B)} \tag{6.4}$$

Remarques :

- Le potentiel augmente lorsqu'on s'éloigne de la plaque négative et est maximal sur la plaque positive.
- Comme l'énergie potentielle, le potentiel est défini à une constante près.
- Le potentiel électrique représente l'énergie potentielle électrique d'une charge positive de valeur 1 C.
- On déduit de la définition du potentiel l'unité du champ électrique la plus couramment utilisée : 1 V/m.

6.2.4 Tension et différence de potentiel

La valeur du potentiel en un point dépend du choix du niveau de référence. La différence des potentiels en deux points différents d'un champ électrostatique est indépendante de ce choix et peut être mesurée à l'aide d'un *voltmètre*. Cette différence de potentiel est appelée *tension électrique*.

Définition *La tension électrique U_{AB} entre deux points A et B d'un champ électrostatique est la différence de potentiel entre ces points :*

$$U_{AB} = V_A - V_B.$$

Elle est représentée par une flèche orientée de B vers A.

L'unité de tension est celle du potentiel électrique : le *volt* (V).

La tension U_{AB} est positive lorsque $V_A > V_B$. La flèche qui représente la tension est alors orientée dans le sens des potentiels croissants.

Les propriétés suivantes sont faciles à montrer en utilisant la définition de la tension :

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$$

et :

$$U_{AB} = -U_{BA}.$$

Le travail de la force électrostatique effectué sur une charge q entre A et B est :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}_{\text{él}}) = q\,U_{AB}} \tag{6.5}$$

Remarque : cette expression du travail reste valable dans un champ non uniforme.

6.2.5 Relations pour un condensateur plan

Entre les plaques parallèles d'un condensateur plan chargé, distantes de d (figure 6.7), le travail de la force électrostatique est (relation 6.1) :

$$W_{AB}(\vec{F}_{\text{él}}) = q\,E\,(x_A - x_B) = q\,E\,d.$$

Ce travail peut également être exprimé en fonction de la tension entre les plaques (relation 6.5) :

$$W_{AB}(\vec{F}_{\text{él}}) = q\,U_{AB}.$$

De ces deux relations on obtient :

$$q\,E\,d = q\,U_{AB}$$

dont on peut déduire une expression pour l'intensité du champ électrostatique :

$$\boxed{E = \frac{U_{AB}}{d}}$$

Le vecteur champ électrostatique est dirigé de A vers B, c'est-à-dire vers les potentiels décroissants.

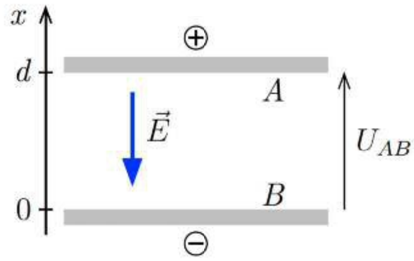


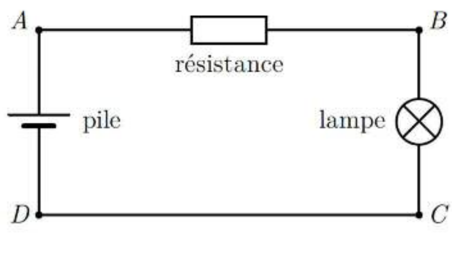
FIGURE 6.7 – Tension entre les plaques d'un condensateur plan

6.2.6 Exercices

Exercice 6.4 Un pendule électrostatique est en équilibre entre deux plaques A et B conductrices, verticales et parallèles, distantes de $d = 10\,\text{cm}$. Celles-ci portent des charges opposées. Le fil isolant de masse négligeable fait avec la verticale l'angle $\alpha = 6{,}5°$. La sphère de masse $m = 1{,}2\,\text{g}$ porte la charge négative $q = -75\,\text{nC}$.

1. Déterminer les caractéristiques de la force électrostatique $\vec{F}_{\text{él}}$ agissant sur le pendule.
2. Déterminer les caractéristiques du champ électrostatique $\vec{E}$ entre les plaques.
3. Quels sont le signe et la valeur de la tension $U_{AB} = V_A - V_B$ entre les plaques ?
4. La tension appliquée par le générateur double. Quelle est la nouvelle valeur de l'angle α ?

Exercice 6.5 Considérons le circuit ci-contre formé d'une pile de tension 6 V, d'une résistance chauffante de valeur $R = 10\,\Omega$ et d'une lampe. L'intensité du courant est $I = 0{,}45\,\text{A}$.



1. Déterminer les potentiels en A, B et C en choisissant $V_D = 0$.
2. Calculer la tension aux bornes de la lampe.

Exercice 6.6 Un électron initialement au repos est accéléré entre les plaques horizontales d'un condensateur plan. Les plaques sont distantes de 2 cm, la tension entre les plaques est 1 V.

1. Déterminer les caractéristiques du champ électrostatique $\vec{E}$ entre les plaques.
2. Déterminer les caractéristiques de la force électrostatique $\vec{F}_{\text{él}}$ agissant sur l'électron.

3. Calculer l'énergie cinétique maximale de l'électron en joule et en électron-volt (eV). Montrer que le poids de l'électron peut être négligé.

4. Quelle est la vitesse maximale de l'électron ?

6.3 Énergie et puissance électriques

Le fonctionnement d'un circuit électrique est assuré par le mouvement d'un grand nombre de charges électriques ponctuelles. Nous allons faire une analyse énergétique des circuits comprenant des éléments à deux bornes, appelés *dipôles*.

Des exemples de dipôles d'usage quotidien sont la pile, l'accumulateur, la lampe à incandescence, le moteur électrique, ...

6.3.1 Générateurs et récepteurs électriques

Il est possible de classer les dipôles électriques en deux catégories : les *récepteurs* et les *générateurs*. Ce sont tous des convertisseurs d'énergie, mais ils se différencient par la nature des formes d'énergie qui entrent et qui sortent.

Exemple 6.2 Considérons un circuit simple comprenant une pile et une résistance chauffante (figure 6.8).

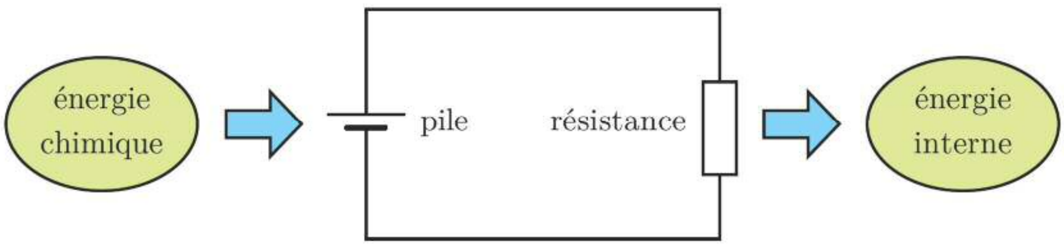


FIGURE 6.8 – Transformations d'énergie dans un circuit simple

La pile est un générateur électrique qui transforme de l'énergie chimique en énergie électrique. Les charges constituant le courant électrique transportent cette énergie électrique de la pile vers la résistance. La résistance est un récepteur électrique qui transforme l'énergie électrique en énergie interne par une dissipation de chaleur.

Définition *Un récepteur est un dipôle qui reçoit de l'énergie électrique et la transforme en d'autres formes d'énergie (rayonnée, chimique, mécanique).*

Exemples :

- L'ampoule transforme de l'énergie électrique en énergie rayonnée.
- L'électrolyseur transforme de l'énergie électrique en énergie chimique.
- Le moteur électrique transforme de l'énergie électrique en énergie mécanique.

Le plus souvent, les transformations s'accompagnent de dissipation de chaleur. Si l'énergie électrique est entièrement transformée en énergie interne on parle d'un *récepteur thermique.*

Définition *Un générateur électrique est un dipôle qui transforme différentes formes d'énergie (chimique, mécanique, rayonnée) en énergie électrique.*

Exemples :

- La pile transforme de l'énergie chimique en énergie électrique.
- La dynamo transforme de l'énergie mécanique en énergie électrique.
- La photopile transforme de l'énergie rayonnée en énergie électrique.

Ici aussi, les transformations s'accompagnent le plus souvent de dissipation de chaleur.

6.3.2 Énergie reçue, énergie fournie

Considérons une charge positive q qui traverse un dipôle de A vers B. L'énergie potentielle électrique de la charge varie lors de ce passage :

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{p él}} = q\,V_B - q\,V_A = q\,(V_B - V_A).$$

Dans le cas d'un récepteur (figure 6.9), cette énergie diminue. La diminution correspond à l'*énergie électrique reçue* par le récepteur :

$$\mathcal{E}_{\text{él reçue}} = -\Delta\mathcal{E}_{\text{p él}} = q\,(V_A - V_B)$$

ce qui peut s'écrire, en introduisant la tension entre A et B :

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{él reçue}} = q\,U_{AB}} \qquad (6.6)$$

L'énergie reçue par le récepteur étant positive, le potentiel électrique décroît quand on se déplace de A vers B :

$$U_{AB} > 0 \Longrightarrow V_B < V_A.$$

La relation (6.6) permet d'interpréter la tension aux bornes d'un récepteur comme l'énergie électrique reçue par unité de charge.

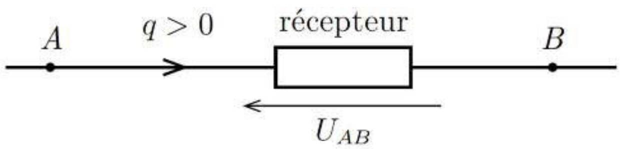


FIGURE 6.9 – Récepteur traversé de A en B par une charge positive

Remarque :

Dans les conducteurs métalliques, les porteurs de charge qui constituent le courant électrique sont des électrons chargés négativement. Leur sens de mouvement est contraire au sens d'une charge positive. La formule de l'énergie électrique reçue reste cependant inchangée :

$$\mathcal{E}_{\text{él reçue}} = -|q|\, U_{BA} = |q|\, U_{AB}.$$

Lorsque la charge positive traverse un générateur (figure 6.10), son énergie potentielle électrique augmente. L'augmentation correspond à l'*énergie électrique fournie* par le générateur :

$$\mathcal{E}_{\text{él fournie}} = \Delta\mathcal{E}_{\text{p él}} = q\,(V_B - V_A)$$

et donc :

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{él fournie}} = q\, U_{BA}} \tag{6.7}$$

L'énergie fournie par le générateur étant positive, le potentiel électrique augmente quand on se déplace de A vers B :

$$U_{BA} > 0 \Longrightarrow V_B > V_A.$$

La relation (6.7) permet d'interpréter la tension aux bornes d'un générateur comme l'énergie électrique fournie par unité de charge.

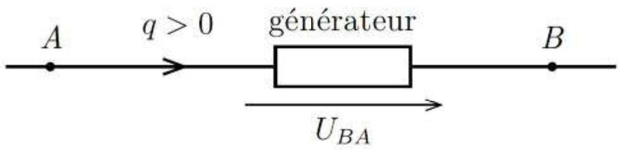


FIGURE 6.10 – Générateur traversé de A en B par une charge positive

6.3.3 Dipôle parcouru par un courant continu

Lorsque le dipôle est parcouru par un courant électrique continu d'intensité I, chacune des charges q_i qui constituent le courant contribue à l'énergie électrique transformée par le dipôle pendant la durée t en présence d'une tension U :

$$\mathcal{E}_{\text{él}} = \sum_i q_i\, U = U \sum_i q_i = U\, Q$$

où

$$Q = \sum_i q_i$$

est la charge totale traversant le dipôle pendant la durée t. Cette charge peut être exprimée en fonction de l'intensité du courant électrique :

$$Q = I\, t.$$

D'où l'expression pour l'énergie électrique transformée :

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{él}} = U\, I\, t} \tag{6.8}$$

La *puissance électrique* du dipôle est égale au quotient de l'énergie électrique transformée par la durée t :

$$P_{\text{él}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{él}}}{t}$$

et en utilisant la relation (6.8) :

$$\boxed{P_{\text{él}} = U\,I} \tag{6.9}$$

Cette expression permet d'interpréter la tension aux bornes d'un dipôle comme la puissance électrique par unité d'intensité de courant qui le parcourt.

L'énergie électrique peut être exprimée en fonction de la puissance :

$$\mathcal{E}_{\text{él}} = P_{\text{él}}\,t.$$

En utilisant les unités kilowatt (kW) pour la puissance et heure (h) pour le temps, l'unité d'énergie est la *kilowattheure* (kWh).

6.3.4 Loi de Joule

Appliquons les résultats précédents au cas particulier d'un *conducteur ohmique*, pour lequel :

$$U_{AB} = R\,I$$

où R est la résistance du conducteur. Le conducteur reçoit l'énergie électrique

$$\boxed{E_{\text{él reçue}} = R\,I^2\,t}$$

et la transforme entièrement en chaleur dissipée dans l'environnement : c'est l'*effet Joule*.

Loi de Joule *La quantité de chaleur Q dissipée dans l'environnement pendant la durée t par un conducteur ohmique de résistance R, parcouru par un courant d'intensité I, est :*

$$\boxed{Q = R\,I^2\,t}$$

La puissance électrique reçue par le conducteur ohmique s'écrit, en utilisant la relation (6.9) :

$$\boxed{P_{\text{él reçue}} = R\,I^2}$$

L'effet Joule :

- est utilisé dans les appareils dont la fonction est de produire de la chaleur ou un rayonnement : chauffe-eau électrique, lampe à incandescence, ...
- constitue un inconvénient dans tous les cas où la dissipation de la chaleur n'est pas recherchée : moteur électrique, circuit électronique, ...

6.3.5 Exercices

Exercice 6.7 L'énergie électrique reçue par un moteur pendant une durée de 80 min est 38 MJ. La tension d'alimentation du moteur est 360 V.

1. Quelle est la puissance électrique du transfert ?
2. Calculer l'intensité du courant électrique qui parcourt le moteur.

Exercice 6.8 En termes de puissance, les transferts énergétiques au niveau d'un moteur électrique sont :

- puissance électrique reçue $P_{\text{él}}$;
- puissance mécanique utile de 640 W ;
- puissance des pertes dans les circuits électriques de 138 W ;
- puissance des pertes par frottement à l'intérieur du moteur de 32 W.

1. Calculer la puissance électrique reçue par le moteur.
2. Sous forme d'un schéma, faire le bilan énergétique de ce moteur.
3. Calculer le rendement du moteur.
4. Calculer l'énergie électrique consommée en 3 h 45 min de fonctionnement du moteur.

Exercice 6.9 Deux résistances chauffantes $R_1 = 25\,\Omega$ et $R_2 = 50\,\Omega$ sont utilisées dans des bouilloires de puissances de chauffe différentes.

1. On les alimente avec une tension de 230 V. Pour quelle résistance l'effet Joule est-il le plus important ?
2. Les résistances sont maintenant parcourues par une même intensité de 9,4 A. Comparer leur effet Joule.

Exercice 6.10 Une batterie d'accumulateur au plomb alimente les lampes d'une automobile. La tension entre les bornes de la batterie est de 11,9 V et l'intensité du courant qui passe dans la batterie est 10,3 A.

1. Quelle est la puissance électrique fournie par la batterie ?
2. Dans ces conditions, le fonctionnement de la batterie dure 17 min. Quelle est l'énergie électrique transférée dans les circuits récepteurs ?

Exercice 6.11 Un panneau de photopiles alimente le moteur électrique d'une pompe.

1. Exposé en plein soleil, il présente entre ses bornes une tension de 15,9 V. L'intensité du courant électrique parcourant le moteur est 3,12 A. Calculer la puissance électrique fournie.
2. Le ciel se couvre et la tension entre les bornes du panneau n'est plus que 12,1 V. La puissance fournie au moteur n'est plus que la moitié de celle calculée dans la

question précédente. Quelle est la nouvelle intensité du courant électrique dans le moteur ?

Exercice 6.12 L'aire de la surface active des panneaux solaires de la station orbitale internationale est de $4000\,\mathrm{m}^2$. Dans l'espace, au voisinage de la Terre, le rayonnement solaire est de $1{,}35\,\mathrm{kW/m^2}$.

1. Le rendement de la conversion d'énergie rayonnée en énergie électrique est $\rho = 17\,\%$. Quelle est la puissance électrique fournie par ces panneaux ?
2. En 24 h, les panneaux sont actifs pendant 11 h. Calculer en kWh, l'énergie électrique produite en un an.

6.4 Dipôles actifs

La *caractéristiques courant-tension* $U = f(I)$ d'un dipôle nous renseigne sur son comportement dans un circuit électrique.

La caractéristique d'un conducteur ohmique passe par l'origine. L'énergie électrique qu'il reçoit est entièrement dissipée par effet Joule. Un tel dipôle est dit *passif*.

Un dipôle *actif* a une caractéristique qui ne passe pas par l'origine. Dans la suite nous allons étudier séparément les caractéristiques des générateurs et des récepteurs.

6.4.1 Générateurs

Loi d'Ohm pour un générateur

La figure 6.11 montre le schéma du montage utilisé pour relever la caractéristique d'une pile. Le rhéostat permet de faire varier l'intensité du courant débité par la pile. Simultanément, la tension aux bornes de celle-ci varie.

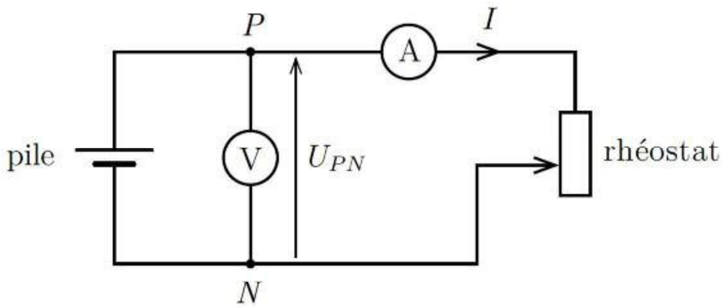


FIGURE 6.11 – Montage utilisé pour relever la caractéristique d'une pile

L'ampèremètre et le voltmètre mesurent des valeurs positives : le courant sort par la borne positive de la pile, la tension U_{PN} est positive car le potentiel électrique est plus élevé en P qu'en N. La figure 6.12 montre le tracé des résultats des mesures.

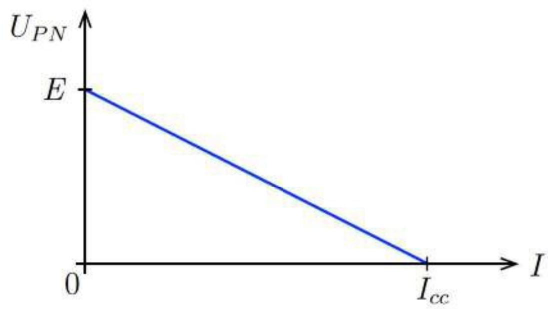


FIGURE 6.12 – Caractéristique courant-tension d'un générateur

La pile est un dipôle *actif linéaire* pour lequel on peut donner l'équation de la caractéristique sous la forme $U_{PN} = a + b\,I$.

Les paramètres de cette équation peuvent-être reliés à des grandeurs physiques :

- $a = E$, ordonnée à l'origine, est la tension à vide de la pile, lorsque l'intensité du courant est nulle. La tension E est encore appelée *force électromotrice (f.é.m.)* de la pile.
- b est la pente négative de la droite qu'on peut exprimer en fonction de E et de I_{cc}. Le courant I_{cc} est le courant maximal que peut débiter la pile lorsqu'elle est en court-circuit, ce qui est le cas si la résistance du rhéostat est nulle. La tension aux bornes de la pile est alors nulle :

$$U_{PN} = E + b\,I_{cc} = 0 \Longrightarrow b = -\frac{E}{I_{cc}}.$$

Le rapport $r = \dfrac{E}{I_{cc}}$ représente une résistance appelée *résistance interne* de la pile.

Pour la pile, lorsqu'elle fonctionne en générateur d'énergie, la relation entre tension et intensité s'exprime finalement par :

$$\boxed{U_{PN} = E - r\,I}$$

Cette relation est appelée *loi d'Ohm pour un générateur.*

Remarques :

- Dans la convention de tension et de courant utilisée ici (figure 6.13), appelée *convention générateur*, la tension et l'intensité sont positives : $U_{PN} > 0$ et $I > 0$.

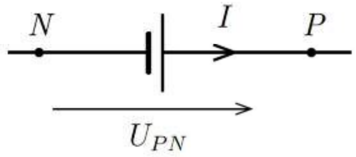


FIGURE 6.13 – Convention générateur

- La tension aux bornes d'une pile diminue lorsque l'intensité du courant débité augmente.
- En circuit ouvert, $I = 0$ et donc $U_{PN} = E$.
- Dans le cas d'un court-circuit, $U_{PN} = 0$ et donc $I = \dfrac{E}{r} = I_{cc}$.

Bilan énergétique d'un générateur

La puissance et l'énergie électriques fournies par la pile s'écrivent :

$$P_{\text{él}} = U_{PN}\,I = E\,I - r\,I^2,$$

$$\mathcal{E}_{\text{él}} = U_{PN}\,I\,t = E\,I\,t - r\,I^2\,t.$$

L'énergie électrique effectivement fournie par la pile se présente donc comme la différence de deux termes :

$\mathcal{E}_{\text{él}} = U_{PN}\, I\, t$	énergie électrique fournie au circuit électrique
$\mathcal{E}_{\text{ch}} = E\, I\, t$	énergie chimique transformée par la pile
$Q = r\, I^2\, t$	quantité de chaleur dissipée dans la pile par effet Joule du fait de sa résistance interne r

La figure 6.14 montre un schéma représentant les transformations d'énergie dans une pile.

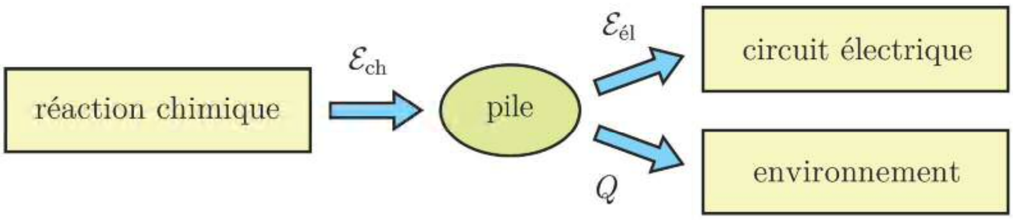


FIGURE 6.14 – Bilan énergétique d'une pile

Pour un générateur électrique, le rendement est le rapport de l'énergie électrique fournie au circuit à l'énergie transformée par le générateur, ici :

$$\rho = \frac{\mathcal{E}_{\text{él}}}{\mathcal{E}_{\text{ch}}} = \frac{U_{PN}\, I\, t}{E\, I\, t} = \frac{U_{PN}}{E}.$$

La même discussion peut être menée à l'aide des puissances. En particulier, la puissance transformée par la pile est $P_{\text{ch}} = E\, I$. Cette relation permet d'interpréter la force électromotrice E du générateur comme étant la puissance transformée par unité d'intensité de courant qui le parcourt, ici :

$$E = \frac{P_{\text{ch}}}{I}.$$

Exercices

Exercice 6.13 Une génératrice de courant continu convertit une puissance mécanique de $P_{\text{m}} = 1{,}86\,\text{kW}$ en énergie électrique. La tension à ses bornes est de 112 V et elle débite un courant d'intensité 14,2 A.

1. Calculer la puissance électrique fournie par cette génératrice.
2. Calculer la puissance dissipée par effet Joule.
3. Quelles sont la f.é.m. de la génératrice ainsi que sa résistance interne ?
4. Sous forme d'un schéma, faire un bilan d'énergie de cette génératrice en terme de puissance.

Exercice 6.14 Une batterie d'accumulateur au plomb est chargée de 40 Ah.

1. La batterie se décharge complètement en 1 h. La tension au cours de cette décharge est 11,8 V. Quelle est l'énergie électrique fournie ?

2. On utilise la batterie pour démarrer une automobile pendant 1,5 s. La batterie est alors traversée par un courant d'intensité 0,2 kA et la tension à ses bornes est de 10,2 V.
   (a) Quelle est l'énergie électrique fournie ?
   (b) Quelle est la puissance électrique ?
   (c) Quelles sont la f.é.m. et la résistance interne de la batterie ?

Exercice 6.15 On se propose de tracer la caractéristique $U = f(I)$ d'une pile électrochimique. Les différentes mesures sont consignées dans le tableau suivant :

I (mA)	0	100	200	300	400	500	600
U_{PN} (V)	4,70	4,54	4,40	4,27	4,13	3,98	3,82

1. Tracer la caractéristique de la pile.
2. En utilisant le tracé, déterminer la f.é.m. de la pile et sa résistance interne.
3. Si la pile était mis en court-circuit, quelle serait alors l'intensité I_{cc} du courant électrique.

6.4.2 Récepteurs

Loi d'Ohm pour un récepteur

La figure 6.15 montre le schéma du montage utilisé pour relever la caractéristique d'un récepteur, comme par exemple un moteur électrique ou un électrolyseur. Le générateur de tension variable permet de faire varier la tension aux bornes du récepteur et, par conséquent, l'intensité du courant qui le traverse.

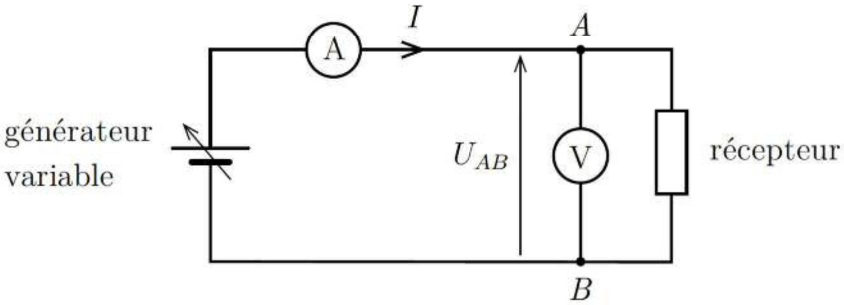


FIGURE 6.15 – Montage utilisé pour relever la caractéristique d'un récepteur

L'ampèremètre et le voltmètre mesurent des valeurs positives : le courant traverse le récepteur de A vers B, la tension U_{AB} est positive car le potentiel électrique est plus élevé en A qu'en B. La figure 6.16 montre le tracé des résultats des mesures.

Le récepteur étudié est un dipôle *passif linéaire* pour lequel on peut donner l'équation de la caractéristique sous la forme $U_{AB} = a + b\,I$ lorsque U_{AB} dépasse E'.

Les paramètres de cette équation peuvent-être reliés à des grandeurs physiques :

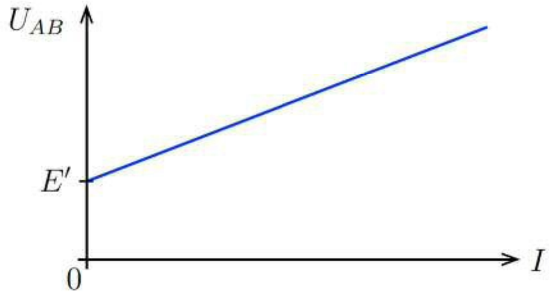


Figure 6.16 – Caractéristique courant-tension d'un récepteur

- $a = E'$, ordonnée à l'origine, est une tension appelée *force contre-électromotrice (f.c.é.m.)* du récepteur.
- b est la pente positive de la droite. Elle est égale au quotient de la variation de la tension aux bornes du récepteur par la variation de l'intensité du courant correspondante :
$$b = \frac{\Delta U_{AB}}{\Delta I}.$$
La pente représente une résistance, c'est la *résistance interne* r' du récepteur.

Finalement, lorsque U_{AB} dépasse E', la relation entre tension et intensité s'exprime par :

$$\boxed{U_{AB} = E' + r'\,I}$$

Cette relation est appelée *loi d'Ohm pour un récepteur.*

Remarques :

- Dans la convention de tension et de courant utilisée ici (figure 6.17), appelée *convention récepteur*, la tension et l'intensité sont positives : $U_{AB} > 0$ et $I > 0$.

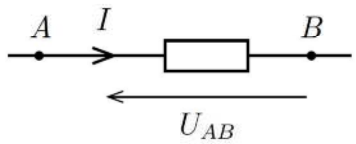


Figure 6.17 – Convention récepteur

- La tension aux bornes d'un récepteur augmente lorsque l'intensité du courant qui le parcourt augmente.

Lorsque $U_{AB} < E'$, les phénomènes dépendent du cas particulier. Voici quelques remarques concernant le moteur électrique et l'électrolyseur :

- Il n'y a pas de rotation du moteur électrique et pas de réaction chimique dans l'électrolyseur.
- Aucun courant ne traverse l'électrolyseur : $I = 0$.
- Le moteur électrique se comporte comme un conducteur ohmique : $E' = 0$. La tension et l'intensité sont alors reliées par : $U_{AB} = r'\,I$.

Bilan énergétique d'un récepteur

Lorsque $U_{AB} > E'$, la puissance et l'énergie électriques reçues par le récepteur s'écrivent :

$$P_{\text{él}} = U_{AB}\, I = E'\, I + r'\, I^2,$$

$$\mathcal{E}_{\text{él}} = U_{AB}\, I\, t = E'\, I\, t + r'\, I^2\, t.$$

L'énergie électrique reçue par le récepteur se présente donc comme la somme de deux termes :

$\mathcal{E}_{\text{él}} = U_{AB}\, I\, t$	énergie électrique reçue par le récepteur
$\mathcal{E}_{\text{utile}} = E'\, I\, t$	énergie utile fournie à un autre système
$Q = r\, I^2\, t$	quantité de chaleur dissipée dans le récepteur par effet Joule du fait de sa résistance interne r'

La figure 6.18 montre un schéma représentant les transformations d'énergie dans un récepteur.

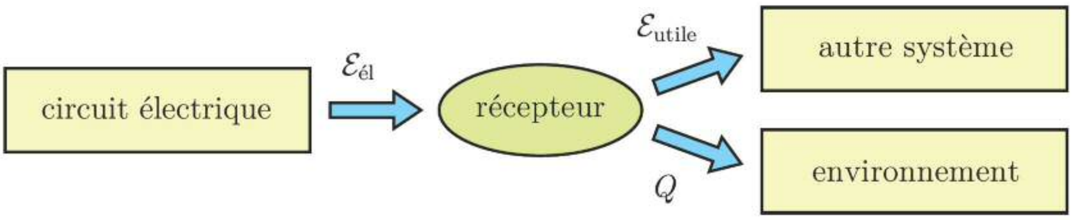


FIGURE 6.18 – Bilan énergétique d'un récepteur

Pour un récepteur électrique, le rendement est le rapport de l'énergie utile à l'énergie électrique reçue :

$$\rho = \frac{\mathcal{E}_{\text{utile}}}{\mathcal{E}_{\text{él}}} = \frac{E'\, I\, t}{U_{AB}\, I\, t} = \frac{E'}{U_{AB}}.$$

La même discussion peut être menée à l'aide des puissances. En particulier, la puissance utile est $P_{\text{utile}} = E'\, I$. Cette relation permet d'interpréter la force contre-électromotrice E' du récepteur comme étant la puissance utile par unité d'intensité de courant qui le parcourt :

$$E' = \frac{P_{\text{utile}}}{I}.$$

Exercices

Exercice 6.16 Un moteur électrique de force contre-électromotrice $E' = 100\,\text{V}$ a une résistance interne $r' = 4\,\Omega$.

1. On applique à ce moteur une tension $U = 110\,\text{V}$. Quelle est l'intensité du courant qui le traverse ? Faire le bilan énergétique du moteur en terme de puissance.

2. Quelle est la tension à appliquer pour que l'intensité du courant qui le traverse soit 4 A ? Quel est alors le rendement du moteur ?

Exercice 6.17 Lorsqu'il est soumis à une tension de 1,6 V, un électrolyseur est traversé par un courant d'intensité 0,4 A. Cette intensité est de 0,8 A lorsque la différence de potentiel aux bornes est de 2,0 V.
Calculer la force contre-électromotrice et la résistance interne de cet électrolyseur.

Exercice 6.18 On se propose de tracer la caractéristique $U = f(I)$ d'un électrolyseur. On constate qu'il n'y a pas de réaction chimique pour des tensions appliquées inférieures à 2,3 V. Au dessus de 2,3 V on relève les valeurs suivantes :

I (mA)	1	5	10	20	30	40	50	60
U_{AB} (V)	2,30	2,46	2,58	2,64	2,66	2,68	2,70	2,72

1. Représenter la caractéristique de cet électrolyseur.
2. En utilisant la droite de régression, déterminer la f.c.é.m. de l'électrolyseur et sa résistance interne.

6.4.3 Association de dipôles en série

Considérons un circuit série, sans dérivations, constitué par deux accumulateurs en opposition, un moteur, un électrolyseur et deux conducteurs ohmiques (figure 6.19).

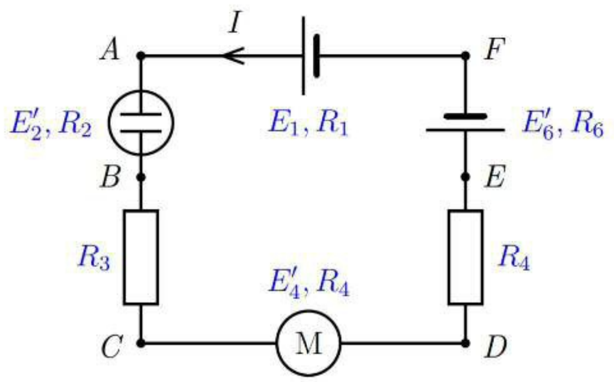


Figure 6.19 – Association de dipôles en série

Bilan énergétique

Déterminons les puissances électriques pour les différents dipôles :

- L'accumulateur 1 fonctionne en générateur d'énergie ; il fournit au circuit la puissance électrique : $P_1 = E_1\,I - R_1\,I^2$.
- L'électrolyseur reçoit la puissance électrique : $P_2 = E'_2\,I + R_2\,I^2$.
- Le moteur reçoit la puissance électrique : $P_4 = E'_4\,I + R_4\,I^2$.
- Les conducteurs ohmiques reçoivent les puissances électriques : $P_3 = R_3\,I^2$ et $P_5 = R_5\,I^2$.
- L'accumulateur 6 fonctionne en récepteur d'énergie ; il reçoit la puissance électrique : $P_6 = E'_6\,I + R_6\,I^2$.

La conservation de l'énergie permet d'écrire :

$$P_1 = P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6.$$

En remplaçant les différentes puissances par leurs expressions, il vient :

$$\begin{aligned} E_1\, I - R_1\, I^2 = {} & (E'_2\, I + R_2\, I^2) + R_3\, I^2 \\ & + (E'_4\, I + R_4\, I^2) \\ & + R_5\, I^2 + (E'_6\, I + R_6\, I^2) \end{aligned}$$

ou, d'une autre façon :

$$\begin{aligned} E_1\, I = {} & E'_2\, I + E'_4\, I + E'_6\, I \\ & + R_1\, I^2 + R_2\, I^2 + R_3\, I^2 + R_4\, I^2 + R_5\, I^2 + R_6\, I^2. \end{aligned} \tag{6.10}$$

Cette relation montre que la puissance électrique $E_1\, I$ développée par l'accumulateur 1 est :

- utilisée par les récepteurs pour fournir la puissance utile :

$$E'_2\, I + E'_4\, I + E'_6\, I,$$

- dissipée par effet Joule dans toutes les résistances :

$$R_1\, I^2 + R_2\, I^2 + R_3\, I^2 + R_4\, I^2 + R_5\, I^2 + R_6\, I^2.$$

Loi de Pouillet

Appliquons la loi d'Ohm aux différents dipôles. En utilisant $U_{AA} = 0$ il vient :

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EF} + U_{FA} = 0$$

ou, en remarquant que $U_{FA} = -U_{AF}$:

$$U_{AF} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EF}$$

et en utilisant les différentes expressions de la loi d'Ohm :

$$E_1 - R_1\, I = (E'_2 + R_2\, I) + R_3\, I + (E'_4 + R_4\, I) + R_5\, I + (E'_6 + R_6\, I).$$

En ordonnant et en mettant I en évidence on trouve :

$$E_1 - E'_2 - E'_4 - E'_6 = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6)\, I.$$

Finalement :

$$I = \frac{E_1 - E'_2 - E'_4 - E'_6}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6}\,.$$

La généralisation de cette expression conduit à la *loi de Pouillet*.

Loi de Pouillet *L'intensité du courant électrique qui parcourt un circuit série est égale à la somme des forces électromotrices des générateurs, moins les forces contre-électromotrices des récepteurs, l'ensemble étant divisé par la somme de toutes les résistances du circuit. On peut écrire :*

$$I = \frac{\sum E_{\text{générateurs}} - \sum E'_{\text{récepteurs}}}{\sum R_{\text{tous les dipôles}}} .$$

Remarques :

- Le sens positif de I doit être le sens de circulation réel du courant. On cherche par exemple le générateur de plus grande force électromotrice sachant que celui-ci imposera le sens du courant.
- En divisant l'expression (6.10) par I et en mettant I en évidence on retrouve la loi de Pouillet.

6.4.4 Exercices

Exercice 6.19 Une cellule à électrolyse a une f.c.é.m. $E' = 1{,}6\,\text{V}$ et une résistance interne $r = 0{,}1\,\Omega$.

1. On applique une tension $U_1 = 2{,}1\,\text{V}$. Calculer l'intensité I_1 du courant qui traverse la cellule à électrolyse.
2. On veut que l'intensité du courant soit $I_2 = 8\,\text{A}$.
   (a) Quelle est la tension U_2 à appliquer ?
   (b) Calculer la puissance électrique reçue par la cellule ainsi que la puissance dissipée par effet Joule.
   (c) En déduire le rendement de la transformation d'énergie dans l'électrolyseur.
3. On veut que la puissance électrique consommée par l'électrolyseur soit de 15,5 W. Quelle tension faut-il appliquer ?

Exercice 6.20 On utilise un générateur dont la tension entre les bornes est de 8,75 V lorsqu'il débite un courant d'intensité 1,3 A.
Une autre expérience permet de mesurer une intensité débitée de 1,8 A lorsque la tension entre les bornes de ce générateur est de 7,5 V.
Calculer la f.é.m. et la résistance interne de ce générateur.

Exercice 6.21 Un moteur électrique de résistance $0{,}8\,\Omega$ est parcouru par un courant $I = 10\,\text{A}$ lorsqu'il est alimenté sous une tension $U = 90\,\text{V}$. Déterminer :

1. sa force contre-électromotrice,
2. la puissance absorbée,
3. la puissance utile fournie par ce moteur,
4. le rendement électrique de ce moteur.

Exercice 6.22 Un moteur électrique a une f.c.é.m. de 100 V et une résistance interne de 2 Ω ; le courant qui traverse le moteur ne doit pas dépasser une intensité maximale de 10 A.

1. Ce moteur est alimenté sous une tension de 110 V. Quelle est l'intensité du courant qui le traverse ?
2. Lorsqu'il est soumis à une tension de 90 V, le moteur ne tourne pas. Calculer dans ce cas la nouvelle intensité du courant à travers le moteur. Que peut-on conclure ?
3. Il est indispensable d'associer à ce type de moteur un rhéostat de démarrage pour permettre à l'intensité de ne pas dépasser la valeur maximale.
   Quelle doit être dans ce cas la résistance totale du rhéostat employé sachant que l'utilisation courante du moteur est prévue pour une tension de 110 V ?

Exercice 6.23 Un générateur de tension a une f.é.m. $E = 11$ V et une résistance interne $r = 5{,}5\,\Omega$.

1. Exprimer, en fonction de l'intensité I débitée :
   (a) la tension entre les bornes de ce générateur,
   (b) la puissance utile P_{utile} fournie par le générateur,
   (c) le rendement de ce générateur.
2. Tracer la courbe représentant $P_{\text{utile}} = f(I)$. Pour quelle valeur de l'intensité la puissance débitée est-elle maximale ?

Exercice 6.24 Une pile a une force électromotrice $E = 1{,}5$ V et une résistance interne $r = 0{,}5\,\Omega$. On monte cette pile en court-circuit.
Quelle est la puissance dissipée par effet Joule ?

Exercice 6.25 Un moteur électrique a une force contre-électromotrice $E' = 80$ V et une résistance interne $r = 2\,\Omega$.

1. Tracer la caractéristique tension-courant de ce moteur pour une tension appliquée variant de 80 à 110 V.
2. Calculer la puissance absorbée par le moteur ainsi que la puissance dissipée par effet Joule lorsque $U = 110$ V.
3. L'intensité maximale du courant qui peut traverser les fils de bobinage est de 20 A. Quelle est la puissance maximale dissipée par effet Joule ?
4. Calculer l'intensité du courant qui traverse le moteur et la puissance dissipée par effet Joule lorsque :
   (a) $U = 81$ V,
   (b) $U = 79$ V.

   Conclure.

Exercice 6.26 Une pile de f.é.m. $E = 4{,}5\,\mathrm{V}$ et de résistance interne $r = 2\,\Omega$ est branchée aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance R. L'intensité du courant qui traverse le circuit est $I = 0{,}3\,\mathrm{A}$.

1. Déterminer la tension aux bornes de la pile et la puissance électrique qu'elle fournit.
2. Calculer la valeur de la résistance R.
3. Calculer la puissance totale dissipée par effet Joule dans ce circuit.

Exercice 6.27 Un générateur de f.é.m. $E = 33\,\mathrm{V}$ débite un courant d'intensité $I = 11\,\mathrm{A}$ lorsqu'il est connecté à un conducteur ohmique de résistance $R = 2{,}5\,\Omega$. Calculer :

1. la puissance dissipée par effet Joule dans le conducteur ohmique,
2. la puissance totale disponible dans le générateur,
3. la puissance dissipée par effet Joule dans le générateur,
4. la résistance interne du générateur.

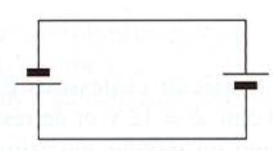
Exercice 6.28 Un accumulateur de f.é.m. $E = 12\,\mathrm{V}$ et de résistance interne $r = 1\,\Omega$ alimente un moteur électrique de force contre-électromotrice $E' = 10\,\mathrm{V}$ et de résistance interne $r' = 2\,\Omega$. Déterminer :

1. l'intensité du courant dans le circuit,
2. la tension aux bornes de l'accumulateur,
3. la puissance utile fournie par le moteur,
4. le rendement du moteur.

Exercice 6.29 Un moteur électrique ($E' = 4\,\mathrm{V}$, $r' = 4\,\Omega$) est alimenté par un générateur ($E = 12\,\mathrm{V}$, $r = 2\,\Omega$).

1. Calculer la tension aux bornes du moteur et l'intensité qui le traverse.
2. Le moteur est bloqué. Que deviennent la tension et l'intensité ?

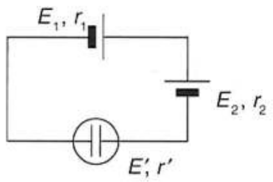
Exercice 6.30 On considère le circuit suivant formé de deux piles de même f.é.m. $E = 4{,}5\,\mathrm{V}$ et de même résistance interne $r = 1{,}5\,\Omega$.



1. Calculer :
   (a) l'intensité du courant qui traverse le circuit,
   (b) la puissance totale dissipée par effet Joule.
2. Reprendre les mêmes questions après avoir inversé le sens de l'une des deux piles.

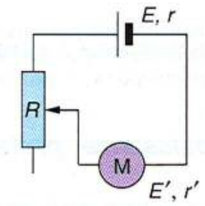
Exercice 6.31 On considère le circuit suivant comportant l'association en série de deux accumulateurs (E_1, r_1) et (E_2, r_2), et d'un électrolyseur (E', r') :

$$E_1 = 12\,\mathrm{V}\ ;\ r_1 = 4\,\Omega\ ;\ E_2 = 4\,\mathrm{V}\ ;\ r_2 = 3\,\Omega\ ;\ E' = 3\,\mathrm{V}\ ;\ r' = 2\,\Omega$$



1. Déterminer le sens et l'intensité du courant dans le circuit.
2. Comment fonctionne l'accumulateur 2 ?
3. Calculer :
   (a) la puissance totale fournie par l'accumulateur 1,
   (b) la puissance électrique reçue par l'accumulateur 2,
   (c) la puissance électrique reçue par l'électrolyseur.

Exercice 6.32 On donne le circuit suivant dans lequel une batterie d'accumulateurs de f.é.m. $E = 12\,\mathrm{V}$ et de résistance interne $r = 5\,\Omega$ alimente un moteur électrique de f.c.é.m. $E' = 6{,}5\,\mathrm{V}$ et de résistance interne $r' = 1{,}5\,\Omega$ par l'intermédiaire d'un rhéostat R.



1. L'intensité maximale supportée par le moteur électrique vaut $I_{\max} = 500\,\mathrm{mA}$. A quelle valeur doit-on régler la résistance du rhéostat lorsque le moteur est en fonctionnement ?
2. En fait, le rhéostat sert aussi de rhéostat de protection destiné à limiter l'intensité du courant dans le moteur lorsque celui-ci ne tourne pas ; quelle doit être la valeur minimale de la résistance du rhéostat pour assurer une protection efficace du moteur ?

6.5 Condensateurs

6.5.1 Qu'est-ce qu'un condensateur ?

Le principe du *condensateur* fut découvert en 1782 par *Alessandro Volta* qui s'était rendu compte de la « condensation » (c'est-à-dire de l'accumulation) de charges électriques sur les faces de deux lames conductrices rapprochées et reliées aux bornes d'un générateur.

Définition *Un condensateur est constitué par deux lames parallèles séparées par un isolant.*

La figure 6.20 en donne la représentation symbolique : les plaques métalliques en regard sont les *armatures*, elles sont séparées par un isolant encore appelé *diélectrique*.

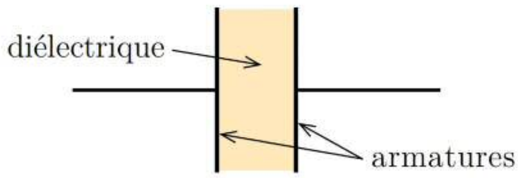


FIGURE 6.20 – Représentation symbolique d'un condensateur

6.5.2 Charge et décharge d'un condensateur

Pour charger un condensateur d'électricité, nous allons le relier à un générateur. Un courant électrique va apporter des charges électriques sur les armatures.

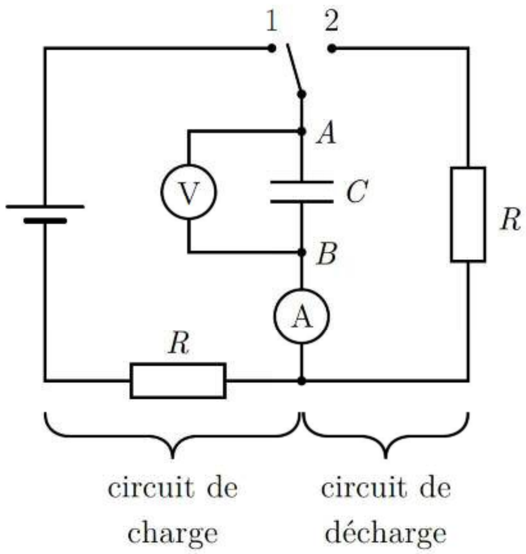


FIGURE 6.21 – Montage utilisé pour la charge et de la décharge d'un condensateur

On réalise le montage de la figure 6.21. Le générateur délivre une tension constante, R est une résistance et C est le condensateur. Le rôle des résistances est de limiter l'intensité du courant dans les circuits de charge et de décharge.

Le voltmètre permet de mesurer la tension entre les armatures, l'ampèremètre permet de détecter le passage du courant dans un sens ou dans l'autre. La tension aux bornes du condensateur est initialement nulle.

Charge du condensateur

On bascule l'interrupteur en position 1. L'ampèremètre indique le passage d'un *bref* courant électrique. La tension affichée par le voltmètre croît simultanément jusqu'à la valeur de la force électromotrice du générateur, puis demeure constante : *le condensateur s'est chargé.*

Interprétation :

Lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 1, un *courant transitoire* d'intensité i circule dans la branche AB de A vers B. Ce courant, arrivant sur l'armature A y apporte une charge positive $+Q$ (figure 6.22).

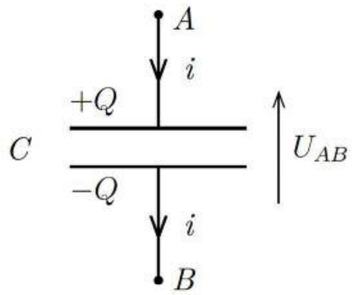


FIGURE 6.22 – Un courant transitoire charge le condensateur

La charge qui sort du pôle positif du générateur est la même que celle qui rentre dans son pôle négatif, pendant le même intervalle de temps. Ainsi, le courant qui sort de l'armature B emporte autant de charges que le même courant en a apporté sur l'armature A. Il en résulte la création d'une charge $-Q$ sur l'armature B.

- Les charges électriques portées par les armatures d'un condensateur chargé sont égales et opposées :
$$Q_A = Q \text{ et } Q_B = -Q.$$
- On appelle *charge du condensateur* la valeur absolue de l'une d'entre elles.

Le courant de charge cesse dès que la tension entre les armatures est égale à la tension aux bornes du générateur.

Énoncé *Aucun courant permanent ne peut circuler lorsqu'on branche un condensateur entre les bornes d'un générateur délivrant une tension constante.*

Cela n'est pas très étonnant car le circuit de charge est un circuit ouvert ; il n'y a pas de liaison conductrice entre les armatures du condensateur.

Remarque : pendant la charge, le condensateur se comporte comme un récepteur.

Décharge du condensateur

Le condensateur étant chargé, on bascule l'interrupteur en position 2. L'ampèremètre indique un bref courant en sens inverse du courant de charge. La tension mesurée par le voltmètre s'annule simultanément : *le condensateur s'est déchargé.*

Interprétation :

Lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 2, un courant transitoire d'intensité i circule dans la branche AB de B vers A (figure 6.23).

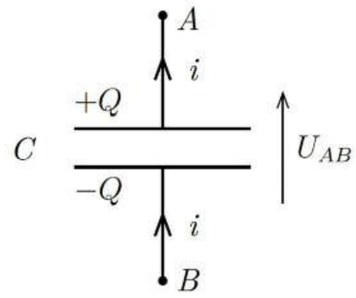


FIGURE 6.23 – Un courant transitoire décharge le condensateur

Ce courant transitoire emporte une charge positive de l'armature A qui va neutraliser la charge négative sur l'armature B.

Remarque : pendant la décharge, le condensateur se comporte comme un générateur.

Courant transitoire

L'intensité du courant transitoire n'étant pas constante, nous devons généraliser la relation entre i et la charge q du condensateur.

Lorsque le courant i arrive à l'armature A portant la charge q, il apporte la charge δq pendant l'intervalle de temps δt. Cet intervalle étant très court, l'intensité peut être considérée comme constante et on peut écrire :

$$\delta q = i\,\delta t \Longrightarrow i = \frac{\delta q}{\delta t}.$$

En introduisant la dérivée à la limite quand $\delta t \to 0$:

$$\boxed{i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}}$$

L'intensité qui arrive sur une armature est égale à la dérivée par rapport au temps de la charge q qu'elle porte.

6.5.3 Capacité d'un condensateur

La capacité d'un condensateur est sa caractéristique fondamentale. L'étude quantitative de la charge d'un condensateur va nous permettre de définir cette nouvelle grandeur.

Nous allons nous intéresser à la relation entre la charge du condensateur et la tension entre ses armatures.

Expérience

Considérons le montage de la figure 6.24. Le générateur de courant débite un courant de charge d'intensité constante I mesurée à l'aide de l'ampèremètre. Le voltmètre mesure la tension U_{AB} entre les armatures du condensateur.

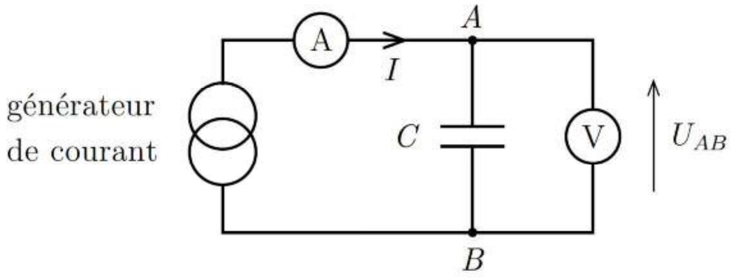


FIGURE 6.24 – Montage utilisé pour étudier la relation entre charge et tension

Le condensateur étant initialement déchargé, sa charge à l'instant t est calculée à l'aide de l'expression $Q = I\,t$, avec $I = \ldots\ldots$ µA.

Tableau des mesures :

Q (µC)							
U_{AB} (V)							

Conclusion :

La tension entre les armatures est proportionnelle à la charge du condensateur :

$$\boxed{U_{AB} \sim Q}$$

Définition de la capacité

D'après le résultat de l'expérience précédente, le rapport de la charge par la tension est constant pour un condensateur donné. Ce coefficient de proportionnalité est appelé *capacité* du condensateur.

Définition *La capacité C d'un condensateur est égale au rapport de la charge Q du condensateur par la tension U_{AB} entre ses armatures :*

$$\boxed{C = \frac{Q}{U_{AB}}}$$

Dans le système international, l'unité de capacité est le *farad* (F) : $1\,\mathrm{F} = 1\,\mathrm{C/V}$.

La capacité d'un condensateur représente la quantité de charge qu'un condensateur peut accumuler sous une tension de 1 V.

Considérons plusieurs condensateurs différents qui ont été chargés aux bornes du même générateur. La charge d'un condensateur est donnée par la relation :

$$Q = C\,U_{AB}.$$

À tension constante, la charge accumulée sur les armatures d'un condensateur est donc proportionnelle à sa capacité.

Capacité d'un condensateur plan

Un condensateur est plan lorsque ses armatures sont planes et parallèles. Rappelons les propriétés déjà établies :

- Le champ entre les armatures d'un condensateur plan est uniforme ; les lignes de champ y sont parallèles entre-elles, perpendiculaires aux armatures et dirigées de l'armature positive vers l'armature négative.
- L'intensité E du champ électrique est liée à la tension U_{AB} entre l'armature positive et l'armature négative par la relation :

  $$E = \frac{U_{AB}}{d}$$

  ou d est la distance entre les armatures.

Intéressons-nous maintenant à la capacité d'un condensateur plan. En gardant constante la charge du condensateur, nous allons observer la variation de la tension U_{AB} lorsque la distance d, la surface S des armatures et la nature du diélectrique varient.

Si la charge reste constante, la relation entre tension et capacité est :

$$Q = C\,U_{AB} = \text{constante} \Longrightarrow C \sim \frac{1}{U_{AB}}.$$

- Lorsqu'on augmente la distance d, la tension U_{AB} augmente, c'est-à-dire que la capacité C diminue. On peut montrer :

  $$C \sim \frac{1}{d}.$$

- Lorsqu'on augmente la surface S, la tension diminue, c'est-à-dire que la capacité C augmente. On peut montrer :

  $$C \sim S.$$

- Lorsqu'on met un diélectrique autre que l'air entre les armatures, la tension diminue, c'est-à-dire que la capacité C augmente. On peut l'expliquer par l'apparition de charges de polarisation (figure 6.25) sur les armatures qui font diminuer la tension.

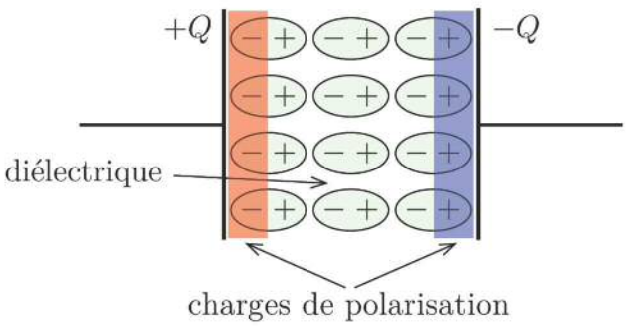


FIGURE 6.25 – Apparition de charges de polarisation

Ces relations peuvent se résumer par la formule :

$$\boxed{C = \epsilon_r \, \epsilon_0 \, \frac{S}{d}}$$

où $\epsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$ est la *permittivité du vide* et ϵ_r la *permittivité relative* du diélectrique. La permittivité relative tient compte des propriétés du diélectrique. Le tableau 6.1 donne ϵ_r pour quelques diélectriques.

diélectrique	ϵ_r
air sec	1,0
papier	3,7
verre	5,6
mica	6,6
céramique	$1{,}8 \cdot 10^3$

TABLE 6.1 – Permittivité relative

Remplacer l'air par un diélectrique de permittivité relative ϵ_r revient à multiplier la capacité par ϵ_r, d'où l'intérêt évident des diélectriques.

6.5.4 Énergie emmagasinée dans un condensateur

Expérience

Considérons le montage de la figure 6.26.

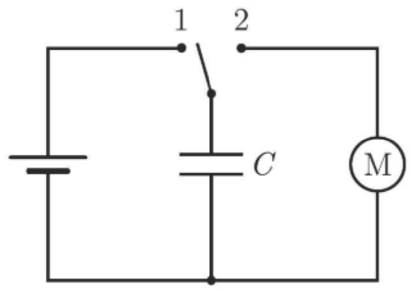


FIGURE 6.26 – Moteur électrique alimenté par un condensateur

Le condensateur étant déchargé, on ferme l'interrupteur en position 2 : le moteur ne tourne pas. On bascule l'interrupteur en position 1 : le générateur charge le condensateur. On ferme ensuite l'interrupteur à nouveau en position 2 : le condensateur se décharge à travers le moteur qui se met alors en marche.

Cette expérience met en évidence que le moteur a reçu de l'énergie électrique préalablement emmagasinée dans le condensateur chargé.

Application :

Le condensateur du flash d'un appareil photo n'emmagasine pas une énergie importante mais il peut la libérer en très peu de temps. La puissance lumineuse se révèle donc très importante.
Par exemple, pour un flash de studio, l'énergie libérée est de 1000 J pendant un temps de 1/8000 s. La puissance lumineuse sera alors de 8 MW !

Expression de l'énergie emmagasinée

Considérons la charge du condensateur initialement déchargé. À l'état final, sa charge est Q_f et la tension entre ses armatures est U_f.

Nous allons charger le condensateur en appliquant une force extérieure $\vec{F}$, opposée à la force électrique $\vec{F}_{\text{él}}$, pour transporter des charges positives δQ de la plaque négative B vers la plaque positive A (figure 6.27).

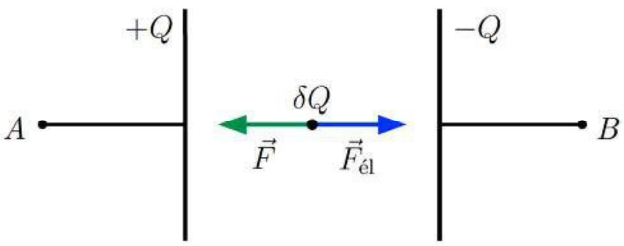


FIGURE 6.27 – Déplacement d'une charge positive entre les armatures

Considérons un état intermédiaire de charge Q et de tension U_{AB}. Le déplacement d'une charge δQ de la plaque B vers la plaque A fait augmenter l'énergie potentielle électrique du système :

$$\delta \mathcal{E}_{\text{p él}} = W_{BA}(\vec{F}) = W_{AB}(\vec{F}_{\text{él}}) = \delta Q\, U_{AB}.$$

Sur la représentation $U = f(Q)$ (figure 6.28), cette variation élémentaire d'énergie correspond à l'aire du rectangle de côtés U_{AB} et δQ.

La variation totale de l'énergie potentielle électrique du condensateur est la somme des variations élémentaires :

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{p él}} = \sum \delta \mathcal{E}_{\text{p él}}$$

et correspond à l'aire du triangle de base Q_f et de hauteur U_f :

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{p él}} = \tfrac{1}{2}\, Q_f\, U_f.$$

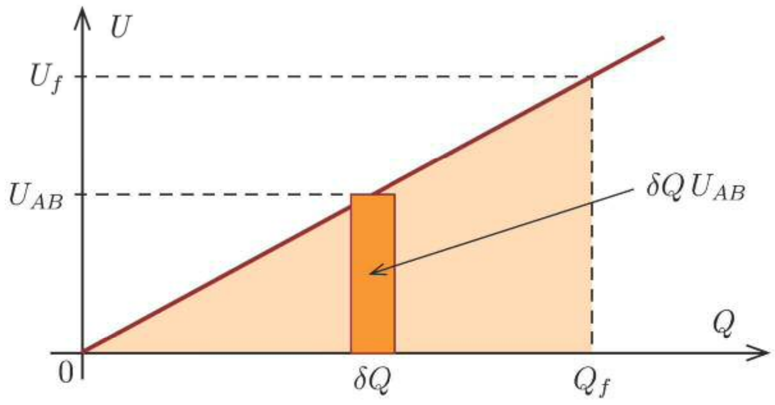


FIGURE 6.28 – Représentation $U = f(Q)$

En fixant à zéro l'énergie du condensateur déchargé, l'expression de l'énergie potentielle électrique d'un condensateur portant la charge Q à la tension U devient :

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{p él}} = \tfrac{1}{2}\, Q\, U = \tfrac{1}{2}\, C\, U^2 = \frac{Q^2}{2\, C}}$$

6.5.5 Exercices

Exercice 6.33 On charge un condensateur de capacité $C = 0{,}8\,\mu\text{F}$ à l'aide d'une source de courant qui débite, pendant le temps $t = 2{,}5\,\text{s}$, un courant d'intensité constante $I = 22\,\mu\text{A}$.
Quelle est la charge acquise par le condensateur ? Quelle est la tension entre ses armatures ?

Exercice 6.34 Quelle doit être la capacité d'un condensateur pour qu'il emmagasine l'énergie électrostatique $\mathcal{E} = 10^{-4}\,\text{J}$ lorsqu'on applique entre ses armatures la tension $U = 100\,\text{V}$? Quelle énergie E' possède-t-il lorsque la tension est $U' = 200\,\text{V}$?

Exercice 6.35 Un condensateur dont les armatures sont notées A et B porte la charge $Q = 48\,\mu\text{C}$ lorsque la tension U_{AB} est égale à $40\,\text{V}$.
On branche entre les armatures, à l'instant $t = 0$, un générateur qui débite un courant d'intensité constante $I = 5\,\mu\text{A}$ circulant de A vers B hors du condensateur.

1. Quelle est la valeur de sa capacité C ?
2. Quelles sont les valeurs de la charge Q_A et de la tension U_{AB} aux instants $t_1 = 5\,\text{s}$, $t_2 = 10\,\text{s}$?

Exercice 6.36 Les armatures d'un condensateur plan sont distantes de $1\,\text{mm}$. Il règne entre les armatures un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ d'intensité $20\,\text{kV/m}$; la charge Q du condensateur est, dans ces conditions, égale à $10^{-8}\,\text{C}$.

1. Quelle est la valeur de sa capacité C ?
2. Calculer son énergie électrostatique $\mathcal{E}_{\text{p él}}$.

Exercice 6.37 Les armatures d'un condensateur plan ont pour surface $S = 50\,\text{cm}^2$ et sont distantes de $d = 5\,\text{mm}$. L'espace entre les armatures est constitué par de l'air. Calculer sa capacité C.

Exercice 6.38 Un condensateur plan comporte deux armatures de surface $S = 200\,\text{cm}^2$, séparées par un isolant de $3\,\text{mm}$ d'épaisseur. Cet isolant pourra être successivement de l'air ou du mica avec $\epsilon_r = 8$.
On charge le condensateur sous la tension $U = 200\,\text{V}$. On demande dans les deux cas de :

1. Calculer sa capacité.
2. Déterminer sa charge.
3. Quelle est l'énergie emmagasinée ? Conclure.

Exercice 6.39 La formation d'un orage correspond à une accumulation de nuages dans le ciel. Le bas des nuages acquiert des charges négatives par frottements divers. Par influence, la Terre, située en regard, se charge positivement. On obtient alors, entre les deux, une tension $U = 50 \cdot 10^6\,\text{V}$.
On peut considérer l'ensemble nuage-Terre comme un condensateur temporaire et géométriquement limité : ses armatures de diamètre $3\,\text{km}$ sont séparées par le diélectrique air d'épaisseur $D = 1{,}2\,\text{km}$. Un éclair, correspondant à une décharge de ce condensateur, se produit pendant une durée très brève $T = 150\,\mu\text{s}$.

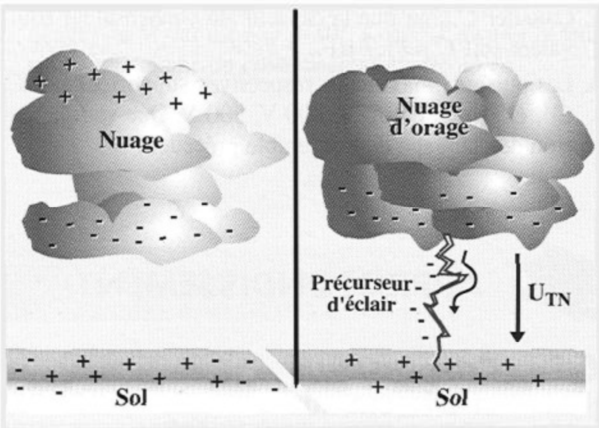


FIGURE 6.29 – Apparition d'un éclair

1. Calculer la capacité C et la charge Q du système avant la décharge. En déduire l'énergie emmagasinée dans ce gigantesque condensateur.
2. On peut considérer l'intensité du courant de décharge comme constante durant l'existence de l'éclair. Déterminer la valeur de cette intensité.

Remarque :

Le précurseur d'éclair est le chemin tracé par les charges négatives en mouvement depuis le nuage jusqu'au sol. L'éclair lumineux et sonore, dit de « retour », remonte ensuite du sol, le long du trajet du précurseur.