

Lycée Denis-de-Rougemont

Mathématiques de niveau 1

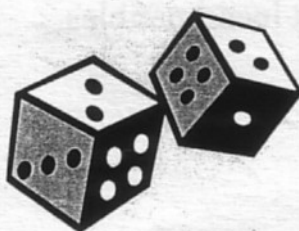
Degré 12

STATISTIQUE ET PROBABILITÉS



Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

$$p(X = k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$



Exercice 1

On a lancé 50 fois de suite une pièce de monnaie et on a noté, en lignes, les apparitions de pile (P) et de face (F).

P	F	F	F	F	P	F	P	P	P
F	P	P	P	P	F	F	F	P	F
P	F	F	P	F	F	F	F	F	P
F	F	P	P	P	P	P	F	P	P
F	P	F	P	P	F	P	P	P	F

Calculer les fréquences de pile et de face après les 10, 20, 30, 40 et 50 premiers lancers.

Exercice 2

On donne l'effectif de l'apparition de différentes faces d'un dé d'après le nombre de lancers de ce dé.

Faces et effectif

Nombres de Lancers

	1	2	3	4	5	6
600	82	130	106	92	106	84
6'000	953	1053	1027	1028	982	957
60'000	9880	9989	9888	10206	10190	9847
120'000	19759	20065	19795	20232	20213	19936

- a) Dans chaque expérience, calculer les fréquences et la somme des fréquences avec une précision de 3 chiffres significatifs.
- b) Pour le nombre de lancers égal à 6'000, on considère les événements $A =$ "obtenir un nombre pair" et $B =$ "obtenir un nombre plus grand que 3". Calculer la fréquence des événements A , B , $(A \text{ et } B)$, $(A \text{ ou } B)$. Exprimer finalement la fréquence de $(A \text{ ou } B)$ en fonction des 3 autres fréquences calculées.

√ **Exercice 3**

Dans un canton, il y a 40000 voitures dotées de plaques numérotées de 1 à 40000. Quelle est la probabilité qu'en rencontrant une voiture immatriculée dans ce canton, son numéro de plaque commence par 1 (le numéro 1 y compris) ?

Exercice 4

On lance deux dés. Quelle probabilité a-t-on de sortir :

- a) un 3 et un 5 ?
- b) deux 3 ?
- c) le même nombre de points avec les deux dés ?
- d) un total de 8 points ?

Exercice 5

On a sorti d'un jeu de cartes les quatre as et on a distribué au hasard ces cartes à deux personnes A et B (deux cartes par personne). Calculer la probabilité des événements suivants :

- a) A possède l'as de pique.
- b) A possède les deux as noirs.
- c) A possède les deux as noirs si l'on sait qu'il a l'as de pique.
- d) A possède l'as de pique si l'on sait qu'il a au moins l'un des deux as noirs.

Exercice 6

On jette un dé trois fois de suite.

Calculer la probabilité des événements suivants :

- a) Obtenir aucun 3 et aucun 5.
- b) Obtenir deux 6 et un 1 (dans n'importe quel ordre).
- c) Obtenir trois nombres impairs.
- d) Obtenir deux nombres impairs et un nombre pair (dans n'importe quel ordre).
- e) Ne pas obtenir plus d'une fois le 3.
- f) Obtenir au moins une fois le 3.

Exercice 7

- a) On lance un dé dix fois de suite. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un 6.
- b) Combien de fois au minimum faut-il lancer un dé pour que la probabilité d'obtenir au moins un 6 soit supérieure à 99% ?
- c) Combien de fois au minimum faut-il lancer une pièce de monnaie pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois "face" soit supérieure à 999 pour mille ?

Exercice 8

On dispose de deux urnes extérieurement identiques. L'urne U_1 contient deux boules noires et une boule blanche. L'urne U_2 contient une boule noire et trois boules blanches. On choisit au hasard une des deux urnes, puis on en extrait successivement et sans remise deux boules. Calculer la probabilité :

- De tirer en dernier lieu une boule noire.
- De tirer deux boules de la même couleur.
- De tirer une boule noire au deuxième tirage, si l'on sait que la première était blanche.
- D'avoir extrait les boules de l'urne U_1 , si l'on sait que la seconde boule est noire.

Exercice 9

Une urne U_1 contient trois boules rouges et deux boules vertes alors qu'une urne U_2 contient une boule rouge et une boule verte. On tire une première boule de U_1 , puis on met les boules restantes dans U_2 . On tire ensuite une deuxième boule de U_2 . Calculer la probabilité :

- Que la deuxième boule soit rouge.
- Que la deuxième boule soit rouge si l'on sait que la première était rouge.
- Que la première boule ait été rouge si l'on sait que la deuxième est rouge.

Exercice 10

Un dé est pipé de sorte que la probabilité d'obtenir le 6 en lançant une fois le dé soit le double de la probabilité d'obtenir chacun des cinq autres chiffres.

- On lance le dé un certain nombre de fois, le jeu s'arrêtant dès qu'apparaît un 6. Quelle est la probabilité de devoir lancer six fois le dé ?
- Même question si l'on s'arrête dès que le 6 est sorti deux fois de suite.
- Combien de fois, au minimum, faut-il lancer ce dé pour que la probabilité d'obtenir au moins un 6 soit supérieure à 0.9 ?

Exercice 11

Pour rien au monde Monsieur Hixe ne raterait une course. Pourtant, sa calvitie précoce l'expose cruellement aux rayons du soleil (lorsqu'il y en a). C'est sans doute la raison pour laquelle il est arrivé neuf fois sur dix parmi les dix premiers concurrents dans les courses non ensoleillées et seulement deux fois sur dix (parmi les dix premiers) dans les courses où le soleil se manifeste. On sait que, en moyenne, trois courses sur dix sont ensoleillées. Quelle est la probabilité que le temps fut maussade lors de la dernière course Morat-Fribourg si l'on sait que Monsieur Hixe figure au palmarès en septième place ?

Exercice 12

En Suisse, 49% de la population a une activité lucrative. 7% de la population active travaille dans le domaine primaire, 38% dans le domaine secondaire et 55% dans le domaine tertiaire.

1. On rencontre une personne au hasard. Calculer la probabilité :
 - a) Qu'elle travaille dans le domaine tertiaire.
 - b) Qu'elle ne travaille pas dans le domaine primaire.
2. On rencontre deux personnes au hasard. Calculer la probabilité :
 - a) Que les deux personnes aient une activité lucrative.
 - b) Que l'une des deux personnes ait une activité lucrative, mais pas l'autre.
3. On rencontre trois personnes au hasard. Calculer la probabilité :
 - a) Que les trois personnes travaillent dans le domaine tertiaire.
 - b) Que les trois personnes travaillent dans le même domaine.

Exercice 13 (bac 1999)

Parmi les sportifs de compétition, 40% sont dopés avec des substances interdites. Un test de dépistage donne les résultats suivants :

- Lorsque le sang d'une personne contient des substances interdites, le test est positif 94 fois sur 100.
- Lorsque le sang d'une personne ne contient pas de substances interdites, le test est positif 8 fois sur 100

- A) On choisit un sportif au hasard et on le soumet au test.
 - A1) Quelle est la probabilité que le sportif ne soit pas dopé et que le test soit négatif ?
 - A2) Quelle est la probabilité que le test soit positif ?
 - A3) Si le test est positif, quelle est la probabilité que le sportif ne soit pas dopé ?
 - A4) Quelle est la probabilité que le résultat soit erroné ?
- B) On contrôle trois sportifs.
 - B1) Quelle est la probabilité qu'il y ait deux tests positifs et un négatif ?
 - B2) Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins un test positif ?

Exercice 14

- On lance un dé trois fois. Quelle est la probabilité d'obtenir dans l'ordre le 1, le 2 et le 3 ?
- On lance un dé trois fois. Quelle est la probabilité d'obtenir dans n'importe quel ordre le 1, le 2 et le 3 ?
- On lance un dé quatre fois. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois le 1 et deux fois le 2, dans n'importe quel ordre ?
- On lance un dé quatre fois. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois le 1 ?

Exercice 15

- On lance un dé 10 fois. Calculer la probabilité d'obtenir : aucun "6", un seul "6", deux "6", trois "6", quatre "6", k "6" où k est un nombre entier plus petit que 11.
- Plus généralement, on effectue une expérience n fois. À chaque fois, l'événement A a une probabilité p de se produire. Déterminer la probabilité que l'événement A se produise exactement k fois au cours de l'expérience.
- On lance une pièce de monnaie 10 fois. Calculer la probabilité d'obtenir 5 fois pile et 5 fois face.

Exercice 16

Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X relative au nombre de garçons dans une famille de 5 enfants. Calculer toutes les probabilités et donner les réponses sous forme de fractions. On suppose qu'à chaque naissance la probabilité d'avoir un garçon vaut $\frac{1}{2}$.

Exercice 17

Une pièce de monnaie dissymétrique présente en moyenne 5 fois le côté pile pour 4 fois le côté face.

En lançant la pièce cinq fois, quelle est la probabilité d'obtenir :

- une fois face ?
- trois fois face ?
- plus de faces que de piles ?

Exercice 18

Une fabrique de cigarettes prétend que, parmi les étudiants qui fument des cigarettes, le 25% achète ses produits. Si cette affirmation est vraie et si l'on prend un échantillon aléatoire de 4 étudiants qui fument des cigarettes, quelle est la probabilité qu'au moins un de ces étudiants achète les produits de la fabrique en question ?

Exercice 19

Pour l'année scolaire 1996-1997, le 28% des maîtres des écoles préparant à la maturité étaient des femmes (Mémento statistique de la Suisse 1999, OFS). En choisissant au hasard dix de ces maîtres, quelle est la probabilité qu'au plus quatre d'entre eux soient des femmes ?

Exercice 20

Dans un village, un médecin soigne douze malades. Le 90% de la population du village est assurée auprès de la même compagnie d'assurance. Quelle est la probabilité qu'au moins les $\frac{3}{4}$ des factures de ce médecin soient adressées à cette compagnie d'assurance ?

Exercice 21

Un boulanger a mélangé 1000 grains de raisins secs dans la pâte destinée à fabriquer 250 petits pains. Un client achète un petit pain. Calculer la probabilité qu'il y trouve :

- a) 4 raisins ;
- b) moins de 4 raisins ;
- c) au moins 4 raisins ;

Indication

Pour chacun des 1000 raisins secs, la probabilité de se trouver dans un petit pain donné vaut $\frac{1}{250}$.