Algèbre

Monômes et opérations

§ 1. Monômes

Un **monôme** est un nombre réel, une lettre ou une expression que l'on peut obtenir par **multiplication** uniquement à partir de nombres réelles et de lettres.

Exemples:

$3n$; $-2ab$; xy^2; $\frac{x^3}{4}$; 5; $4,3xyz$; ... sont des monômes.

$x+1$; $3-m^2$; $2x-y$; ... ne sont pas des monômes.

Il faut remarquer que $4x+x$, dont la forme réduite est $5x$ est aussi un monôme.

A l'intérieur d'un monôme, on distingue:

- le **coefficient**, qui est le nombre qui multiplie la ou les lettres du monôme;
- la **partie littérale**, qui est l'ensemble des lettres du monôme;
- le **degré**, qui est l'addition des exposants de la ou des lettres du monôme.

En voici quelques exemples:

Monôme	$8z^2$	$-3,5\,m$	x^3	12	$\frac{a^2b}{4}$
Coefficient	8	$-3,5$	1	12	$\frac{1}{4}$
Partie littérale	z^2	m	x^3	Le monôme 12 n'a pas de partie littérale	a^2b
Degré	2	1	3	0	$2+1=3$

Des **monômes semblables** sont des monômes qui ont la même partie littérale.

Exemples:

$2x$ et $-0,1x$ sont des monômes semblables car leurs parties littérales est x pour chacun d'entre eux.

$4y^2$ et $4y^3$ ne sont pas des monômes semblables, car ils n'ont pas les mêmes parties littérales (degrés différents).

x^4 et y^4 ne sont pas des monômes semblables, car ils n'ont pas les mêmes parties littérales (lettres différentes) .

§ 2. Additions et soustractions de monômes

Pour **additionner ou soustraire des monômes semblables**, on utilise la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemples:

$$4x^2+7x^2=(4+7)x^2=11x^2.$$

$$9y-15y=(9-15)y=-6y.$$

Lorsque deux monômes ne sont pas semblables, on ne peut pas les additionner ou les soustraire. Par exemple, la somme de $4x$ et de $8x^2$ est $4x + 8x^2$ et on ne peut pas l'écrire sous la forme d'un seul monôme.

§ 3. Multiplications de monômes

Pour **multiplier des monômes**, on utilise l'associativité et la commutativité de la multiplication, ainsi que les propriétés des puissances.

Exemples:

$$3y\cdot 4y^2=3\cdot y\cdot 4\cdot y^2=3\cdot 4\cdot y\cdot y^2=12\cdot y^3=12y^3.$$

$$-2x^3\cdot \tfrac{1}{2}y\cdot 6=-2\cdot x^3\cdot \tfrac{1}{2}\cdot y\cdot 6=-2\cdot \tfrac{1}{2}\cdot 6\cdot x^3\cdot y=-6\cdot x^3\cdot y=-6x^3y.$$

§ 4. Divisions de monômes

La division de deux monômes n'est pas souvent utilisée et, en plus, elle n'est pas toujours possible.

Par exemple, $8x^2 : 4x = (8:4)\cdot(x^2 : x) = 2x$, mais $4x : 8x^2$ n'existe pas car on ne peut pas effectuer $x : x^2$.

§ 5. Puissances de monômes

Dans les puissances de monômes, on utilise les règles des puissances:

$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ $(x^m)^n = x^{mn}$ $(a\cdot x)^n = a^n \cdot x^n$.

On utilise aussi ces règles dans les multiplications et les divisions de monômes