Algèbre

Systèmes de trois équations du premier degré à trois inconnues

Similairement à la résolution des systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues, il existe plusieurs méthodes pour **résoudre des systèmes de trois équations du premier degré à trois inconnues**. Il existe une méthode de combinaison linéaire ou d'addition et une méthode de substitution. Il existe aussi des méthodes qui combinent les deux.

Voici une manière de résoudre un tel système au travers d'un exemple:

On veut résoudre le système suivant:

$$\begin{aligned} 3x+2y-5z&=11 \quad (1)\\ 6x-10y+3z&=6 \quad (2)\\ x+y-2z&=4 \quad (3). \end{aligned}$$

On va commencer par éliminer l'inconnue *y*.

On multiplie l'équation (1) par 5 et on laisse l'équation (2) telle qu'elle est:

$$\begin{aligned} 15x+10y-25z&=55 \quad (1)\cdot 5\\ 6x-10y+3z&=6 \quad (2). \end{aligned}$$

En additionnant ces deux équations, on obtient: $21x-22z=61 \quad (4).$

On multiplie maintenant l'équation (3) par 10 et on laisse l'équation (2) telle qu'elle est:

$$\begin{aligned} 6x-10y+3z&=6 \quad (2)\\ 10x+10y-20z&=40 \quad (3)\cdot 10. \end{aligned}$$

En additionnant ces deux équations, on obtient: $16x-17z=46 \quad (5).$

On a donc obtenu un système d'équations de deux équations à deux inconnues (*x* et *z*):

$$\begin{aligned} 21x-22z&=61 \quad (4)\\ 16x-17z&=46 \quad (5). \end{aligned}$$

On multiplie maintenant l'équation (4) par 17 et l'équation (5) par (-22):

$$357x - 374z = 1037 \qquad (4) \cdot 17$$
$$-352x + 374z = -1012 \qquad (5) \cdot (-11).$$

En additionnant des deux équations, on obtient: $5x = 25.$

D'où on conclut que: $x = 5.$

En reprenant par exemple l'équation (4) et en y mettant $x = 5$, on obtient:

$21 \cdot 5 - 22z = 61$, d'où $105 - 22z = 61$, d'où $-22z = -44$, d'où $z = 2.$

En reprenant par exemple l'équation (3) et en y mettant $x = 5$ et $z = 2$, on obtient:

$5 + y - 2 \cdot 2 = 4$, d'où $5 + y - 4 = 4$, d'où $1 + y = 4$, d'où $y = 3.$

Par conséquent, la solution du système d'équations est: $x = 5,\ y = 3,\ z = 2.$

On peut vérifier que cette solution satisfait aux trois équations du système.