

En classe

1. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle linéaire inhomogène

$$y'(x) + 2xy(x) = x.$$

Indication: Utiliser l'exercice 7 de la série 13.

2. (Examen de janvier 2011)

Déterminer la solution de l'équation différentielle

$$y'(x) = \frac{y(x)}{2x} + x^2, \quad \text{avec } x > 0,$$

qui satisfait la condition initiale $y(1) = -1$.

A domicile

3. Déterminer la solution générale des équations différentielles suivantes

a) $y'(x) + y(x) \cos x = 0,$

b) $y'(x) + y(x) \cos x = \sin 2x + \cos x.$

4. (Examen de janvier 2012)

Déterminer la solution générale de l'équation différentielle linéaire inhomogène

$$xy'(x) + 2y(x) = \sin x, \quad \text{avec } x > 0.$$

5. Une pizza, qui sort du congélateur, est placée dans une chambre qui reste à une température constante de 20°C . Après 10 minutes, la température de la pizza est de 0°C et après 20 minutes, sa température est de 10°C . Déterminer la température initiale de la pizza.

Indication: Utiliser la formule de la température vue au cours

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt} \quad \text{avec } k > 0.$$

6. Le taux d'alcoolémie $A(t)$ (quantité d'alcool par litre de sang) d'une personne ayant absorbé, à jeun, une certaine quantité d'alcool vérifie l'équation différentielle

$$A'(t) = ae^{-t} - A(t),$$

où t est le temps écoulé après une ingestion (exprimé en heures) et a est une constante qui dépend de la quantité d'alcool absorbée et du poids à jeun de la personne.

Résoudre cette équation et trouver la solution qui satisfait $A(0) = 0$.

Esquisser cette solution pour $a = 5$ et déterminer le taux d'alcoolémie maximal et le temps au bout duquel il est atteint.