Mathématiques I **Série 5**
FGSE 19 octobre 2012

En classe

1. Calculer la dérivée des fonctions suivantes:

a) $f(x) = \ln(\ln x)$ **b)** $g(x) = (\ln x)^x$ **c)** $h(x) = x^{\ln x}$

2. Calculer la dérivée des fonctions suivantes:

a) $f(x) = x^x$ **b)** $g(x) = x^{(x^x)}$

3. **(Examen de janvier 2012)**
Calculer le polynôme de Taylor de degré 2 de la fonction f, définie par $f(x) = 1 + \ln(1-2x)$, autour de $x_0 = 0$.

4. Utiliser le théorème fondamental pour calculer la dérivée des fonctions suivantes:

a) $f(x) = \int_{-1}^{x} \arcsin t \, dt$ **b)** $g(x) = \int_{1}^{x} (t^2+1) dt$

A domicile

5. Le cosinus hyperbolique et le sinus hyperbolique sont les fonctions définies par

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad \text{et} \qquad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Calculer les dérivées de ces deux fonctions et vérifier la formule

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1\,.$$

6. Calculer la dérivée des fonctions suivantes:

a) $f(x) = e^{3\ln(2x)} + \ln(3e^{2x}) + \ln(\sqrt[3]{x-1})$ **b)** $g(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}}\right)$ **c)** $h(x) = (\cos x)^x$

Indication: La simplification des expressions avant la dérivation peut s'avérer utile.

7. Déterminer l'approximation linéaire de la fonction

$$f(x) = \ln x$$

autour des points $x_1 = 1$ et $x_2 = e$. Esquisser les graphes de f, L_{f,x_1} et L_{f,x_2}.

8. Utiliser le théorème fondamental pour calculer la dérivée des fonctions suivantes:

a) $f(x) = \int_{0}^{x} \frac{\sqrt{t^3+1}}{t^2+4} dt$ **b)** $g(x) = \int_{1}^{x} \frac{\cos u}{u} du$

9. Les polynômes de Taylor peuvent être utilisés pour trouver une approximation de la primitive d'une fonction, ce qui peut être utile dans le cas où la primitive ne peut pas être calculée explicitement.

a) Calculer le polynôme de Taylor de degré 5 de la fonction $f(x) = \int_0^x \cos(t^2) dt$ autour de l'origine.

b) Déterminer la valeur approchée $P_5(1)$ de $f(1) = \int_0^1 \cos(t^2) dt$ et la comparer avec la valeur obtenue numériquement (0.90452424).