Mathématiques I — Série 8

FGSE — 9 novembre 2012

En classe

1. Déterminer les valeurs des paramètres réels a, b et c pour lesquelles le système d'équations linéaires

$$\begin{cases} x-2y+3z+u=a \\ x+3y-2z+u=b \\ x-7y+8z+u=c \end{cases}$$

possède des solutions. Déterminer ces solutions.

2. Les vecteurs suivants de l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ sont-ils linéairement indépendants?

a) $(1,4,0)$, $(0,1,1)$, $(2,5,-3)$ **b)** $(1,4,0)$, $(0,1,1)$, $(3,-1,0)$

A domicile

3. Déterminer la solution générale du système d'équations linéaires homogènes suivant:

$$\begin{cases} x+2y+3z+4u=0 \\ 4x+5y+6z+7u=0 \\ 4x+2y \qquad -2u=0 \\ x-\ y-3z-5u=0 \end{cases}$$

4. **(Examen de janvier 2011)**
Considérer le système d'équations linéaires suivant:

$$\begin{cases} 5x+8y+7z=a \\ -2x+y-7z=-2 \\ x+y+2z=1 \end{cases}$$

où a est un nombre réel.

a) Pour quelle valeur de a le système ci-dessus a-t-il au moins une solution ?

b) Dans ce cas, donner la solution générale du système.

5. Montrer que les matrices

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}0&1\\4&0\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix}0&3\\1&2\end{pmatrix}$$

sont linéairement indépendantes.

6. **a)** Montrer que les sous-ensembles

$$W_1=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x=y\} \qquad \text{et} \qquad W_2=\{(x,y,2x-y)\in\mathbb{R}^3 : x,y\in\mathbb{R}\}$$

sont des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$.

b) Montrer que les sous-ensembles

$$W_3=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y=x^3\} \qquad \text{et} \qquad W_4=\{(x,x-1)\in\mathbb{R}^2 : x\in\mathbb{R}\}$$

ne sont pas des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^2$.

7. **(Examen de juin 2010)**

Calculer l'intégrale définie $\displaystyle\int_0^{\sqrt{\pi}} \cos(t^2)\,t\,dt$.