

Série 5

UNIL, Faculté des géosciences et de l'environnement, Cours de Mathématiques II.

Assistants: `jeanine.vanorder@epfl.ch` & `tomasz.zamojski@epfl.ch`.

03.23.2012

1. Soit

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (i) Montrer que les dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ existent pour toutes valeurs de (x, y) , et calculer celles-ci.
- (ii) Montrer que $\frac{\partial f}{\partial x}$ n'est pas continue dans $(x, y) = (0, 0)$.

2. Soit

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (i) Calculer les dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ en $(x, y) = (0, 0)$.
- (ii) Montrer que f est différentiable dans $(x, y) = (0, 0)$.
- (iii)* Démontrer que

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

est

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

n'existent pas.