

Arithmétique

Nombres décimaux et opérations

§ 1. Nombres décimaux

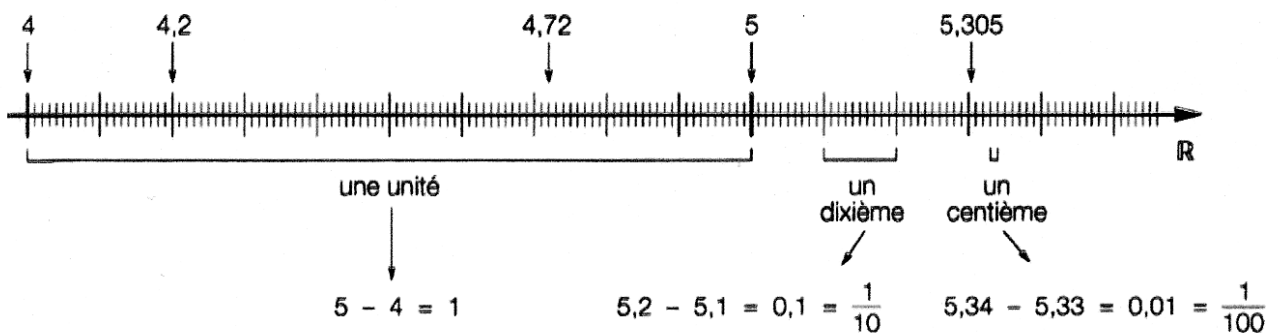
Un **nombre décimal** est un nombre dont l'écriture décimale (écriture en chiffres à virgule) possède un nombre fini de chiffres non nuls (différents de zéro) après la virgule.

C'est le quotient d'un nombre entier par une puissance de dix (10, 100, 1000, 10000, etc.).

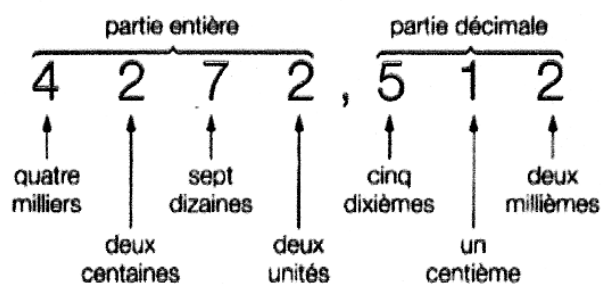
Par exemple, - 5,743 est un nombre décimal, car on peut l'écrire comme le quotient d'un nombre par une puissance de dix: $- 5,743 = - 5743 : 1000$.

Dans un nombre décimal, on appelle **décimales** les nombres figurant après (à droite) de la virgule.

Un nombre décimal, peut, dans la mesure du possible, être représenté sur une droite graduée:



Comme dans le cas des nombres entiers relatifs, les chiffres d'un nombre décimal portent des noms:



Dans le cas de 4272,512, on peut écrire:

$$4272,512 = 4000 + 200 + 70 + 2 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100} + \frac{2}{1000} =$$

$$= 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}.$$

§ 2. Comparaison de nombres décimaux

Pour comparer deux nombres décimaux, on peut procéder de deux manières:

Géométriquement:

En plaçant les deux nombres sur un axe gradué, le nombre qui se trouve le plus à droite est le plus grand.

Arithmétiquement:

Si les deux nombres décimaux à comparer n'ont pas la même partie entière, ils sont dans le même ordre que leurs parties entières: $54,219 > 53,998$, car $54 > 53$.

S'ils ont la même partie entière, on compare leurs premiers chiffres après la virgule; s'ils sont différents, les nombres sont dans le même ordre que leurs premiers chiffres après la virgule; s'ils sont identiques, on compare les deuxièmes chiffres après la virgule... et ainsi de suite; par exemple, on a: $541,12 < 541,2$ et $781,24 > 781,23$.

Si l'un des deux n'a pas de chiffre après la virgule, on considère qu'il y a un zéro après la virgule: $569,2 > 569$ ($569 = 569,0$).

§ 3. Addition et soustraction de nombres décimaux

Pour additionner ou soustraire des nombres décimaux, on peut par exemple procéder ainsi:

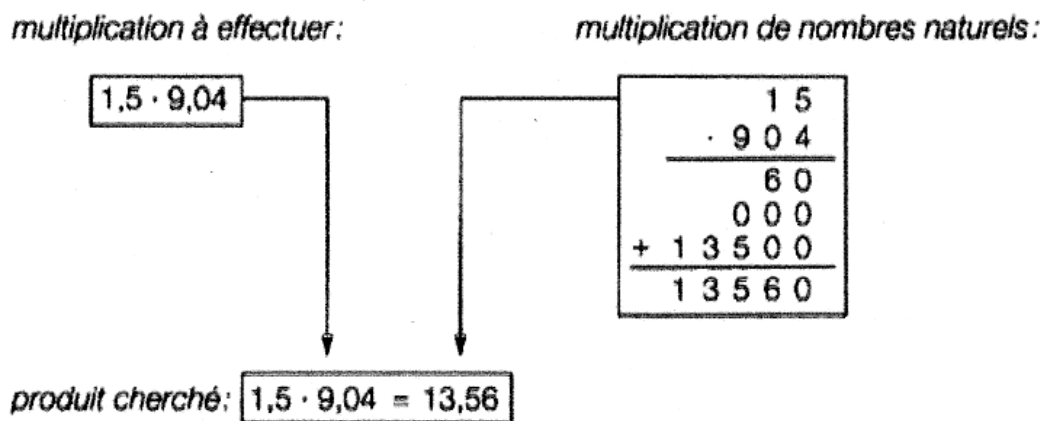
...	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	...
	1	4	7	3		
		3	1			
+			4	7	8	
	1	8	3	0	8	

...	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	...
		4	5	6	
-			3	9	6
	4	1	6	4	

On remarque que, dans l'addition et la soustraction de nombres décimaux, il est important d'aligner les virgules lorsqu'on écrit l'opération en colonnes. La virgule se met alors dans la réponse au-dessous des autres.

§ 4. Multiplication de nombres décimaux

Pour multiplier deux nombres décimaux, on peut par exemple procéder ainsi:



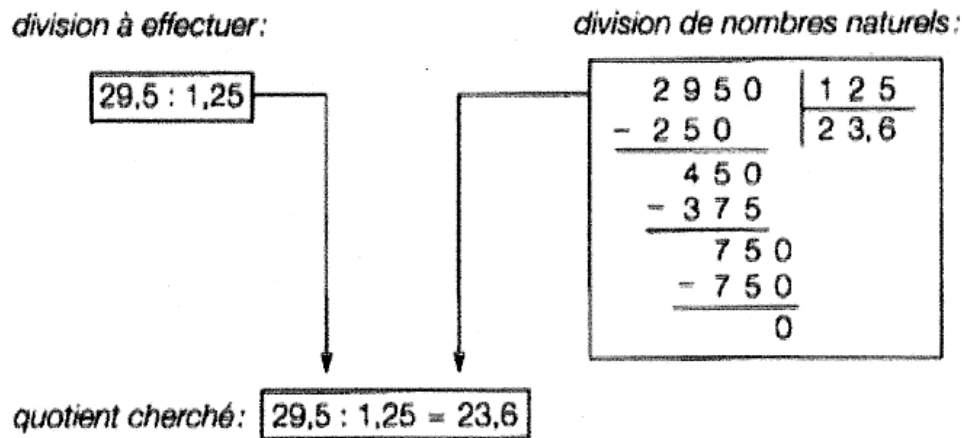
Ainsi, pour multiplier deux nombres décimaux ($1,5 \cdot 9,04$), on procède comme suit:

- on enlève les virgules et on calcule le produit des nombres entiers ($15 \cdot 904 = 13560$);
- on compte le nombre total de décimales dans les nombres de départ ($1+2 = 3$) et on met ce nombre total de décimales dans la réponse trouvée ci-dessus, ce qui nous donne le résultat cherché ($1,5 \cdot 9,04 = 13,560 = 13,56$).

§ 5. Division de nombres décimaux

Pour comprendre la manière de diviser deux nombres décimaux, il faut commencer par remarquer que le quotient de deux nombres ne change pas si on les multiplie par un même nombre non nul: $6 : 1,2 = 60 : 12 = 5$ ou $4,5 : 25 = 18 : 100 = 0,18$.

Pour diviser deux nombres décimaux, on peut alors procéder comme suit:



Ainsi, pour diviser deux nombres décimaux ($29,5 : 1,25$), on procède comme suit:

- 1) on multiplie le dividende et le diviseur par un même nombre (en multipliant le dividende et le diviseur de $29,5 : 1,25$ par 100, on obtient $2950 : 125$) et on calcule le quotient des nombres obtenus ($2950 : 125 = 23,6$);
- 2) le quotient de la division de départ est alors exactement le même que le quotient de la division des nombres entiers du point 1) ($29,5 : 1,25 = 23,6$).

§ 6. Puissances de nombres décimaux

Pour calculer une puissance d'un nombre décimal, il suffit de la décomposer en multiplications et de les effectuer en utilisant la méthode adéquate.

Par exemple, $1,2^2 = 1,2 \cdot 1,2 = 1,44$.

§ 7. Calcul mental avec les nombres décimaux

Certaines règles concernant la multiplication et la division par des nombres décimaux sont à connaître:

- multiplier par 0,5 équivaut à diviser par 2;
- diviser par 0,5 équivaut à multiplier par 2;
- multiplier par 0,25 équivaut à diviser par 4;
- diviser par 0,25 équivaut à multiplier par 4;

- **multiplier par 0,1** équivaut à diviser par 10;
- **diviser par 0,1** équivaut à multiplier par 10;
- **multiplier par 0,4** équivaut à multiplier par 2, puis multiplier par 2, puis diviser par 10;
- **diviser par 0,4** équivaut à diviser par 2, puis diviser par 2, puis multiplier par 10;
- etc.

Les règles et astuces vues dans le chapitre "Nombres entiers naturels et opérations" concernant le calcul mental avec des nombres entiers naturels s'adaptent facilement aux nombres décimaux.