gymnase
de
nyon

NOTE :

NOM : ____________________ PRÉNOM : ____________________

EXAMEN D'ADMISSION AUX GYMNASES VAUDOIS

EXAMEN BLANC 2020

ÉCOLE DE MATURITÉ

BRANCHE	:	MATHÉMATIQUES
SIGLE	:	EXAD-1M-MAT-03
EXAMEN	:	ÉCRIT

Durée 3 heures

Matériel autorisé calculatrice TI-30 ECO RS, TI-30 X II S ou TI-30 X II B, règle, équerre, rapporteur, compas, formulaire joint à l'épreuve.

Consignes

- le candidat rédige les solutions directement sur les feuilles de données dans l'espace prévu à cet effet sous chaque question (il n'utilise pas la couleur rouge) ;
- lorsque cet espace n'est pas suffisant, le candidat l'indique clairement dans sa réponse et termine au verso ;
- les feuilles de brouillon ne sont pas corrigées ;
- la rédaction doit être soignée ; les calculs et les raisonnements doivent être détaillés ;
- la réponse doit être soulignée ou encadrée.

Partie technique **_______ / 30 pts**
Partie analyse-réflexion **_______ / 70 pts**
Pondération partie technique 30% et partie analyse-réflexion 70% de la note finale

Partie technique

Question 1 /4 pts

Calculer en détaillant les calculs et donner la réponse sous la forme de fraction irréductible.

a) $\left(\frac{3}{8} - \frac{5}{12}\right) \div \left(\frac{7}{10}\right)$

b) $\frac{5}{9} - 4 \cdot \frac{5}{12} - 3$

Question 2 /5 pts

Effectuer et réduire au maximum.

a) $(2x-1)^2 - (x-2) \cdot (x+2)$

b) $(3x-2y) \cdot (4x+5y) - (5x-3y) \cdot (2x+4y)$

Question 3

/ 5 pts

Factoriser au maximum.

a) $x^2 - 5x - 14$

b) $2x^5 - 20x^4 + 50x^3$

c) $x^4 - 16$

Question 4

/ 9 pts

Résoudre les équations suivantes et donner la réponse sous la forme de fraction irréductible.

a) $1 - \frac{x}{2} = \frac{x}{4} - \frac{x-8}{3}$

b) $5(x+2)^2 = (x+10)^2$

c) $(2x+5)(x-2) = 2-4x$

Question 5

/ **3 pts**

a) Isoler h dans la formule $V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$.

b) Isoler b dans la formule $A = \dfrac{(b+B)h}{2}$.

Question 6

/ 4 pts

Résoudre le système d’équations suivant.

$$\begin{cases} 2x + y + 4 = 0 \\ 4x - 3y = 27 \end{cases}$$

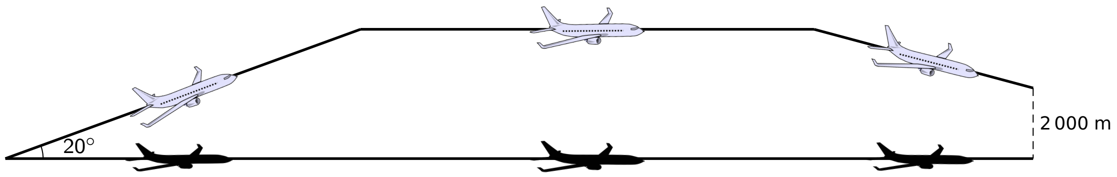
Partie analyse-réflexion

En règle générale, tous les résultats seront arrondis à deux décimales.

Problème 1

/ **10,5 pts**

Un avion décolle et prend de l'altitude pendant 1,5 minutes. Il poursuit son trajet à cette altitude pendant 3 minutes et redescend pendant 2 minutes jusqu'à une altitude de 2 000 m (voir schéma ci-dessous). La vitesse de l'avion reste constante à 480 km/h.

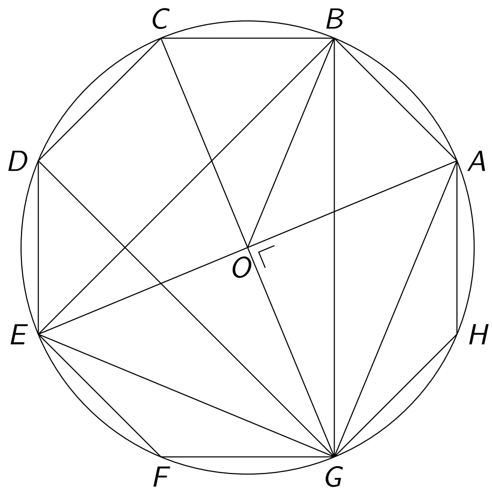


En supposant que le soleil soit au zénith et que ses rayons soient perpendiculaires au sol, calculer la distance parcourue par son ombre sur le sol (résultat en km).

Problème 2

/ **6 pts**

Dans la figure ci-dessous, $ABCDEFGH$ est un octogone régulier inscrit dans un cercle de centre O.



a) Déterminer l’angle $\widehat{ABE}$. Justifier.

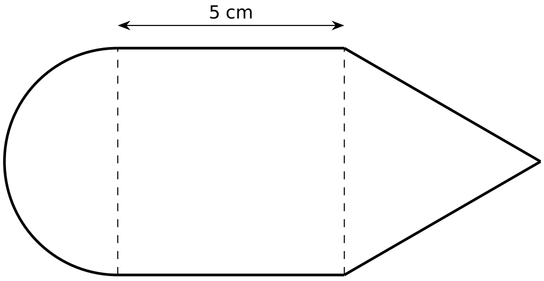
b) Déterminer l’angle $\widehat{AEB}$. Justifier.

c) Déterminer l’angle $\widehat{BGE}$. Justifier.

Problème 3

/ 17 pts

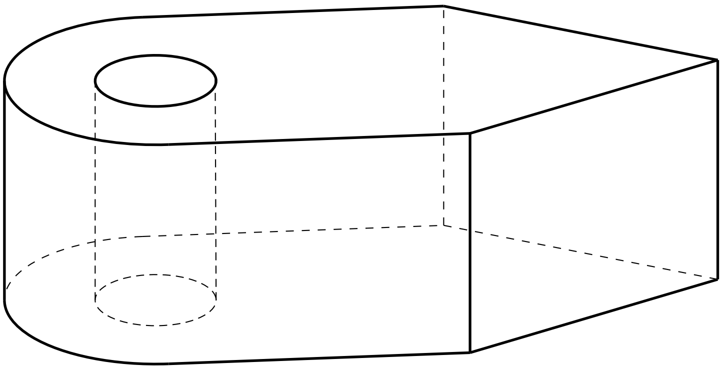
On considère un prisme de hauteur 4 cm dont la base est constituée d'un carré de 5 cm de côté auquel on accole un demi-disque sur l'un des côtés et un triangle équilatéral sur le côté opposé (voir figure ci-dessous).



a) Déterminer l'aire de la base de prisme (résultat en cm^2).

b) Déterminer le volume du prisme (résultat en cm^3).

Le prisme est fabriqué en titane, dont la masse volumique est de 4,5 g/cm^3.
On le perce d’un trou cylindrique de 2 cm de diamètre sur toute sa hauteur (voir figure ci-dessous) et le métal extrait est utilisé pour faire des petites billes sphériques de 3,5 g chacune.



c) Déterminer le nombre de billes produites ainsi que le rayon de chaque bille (résultat en cm).
On rappelle que le volume d’une sphère de rayon r est $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Problème 4

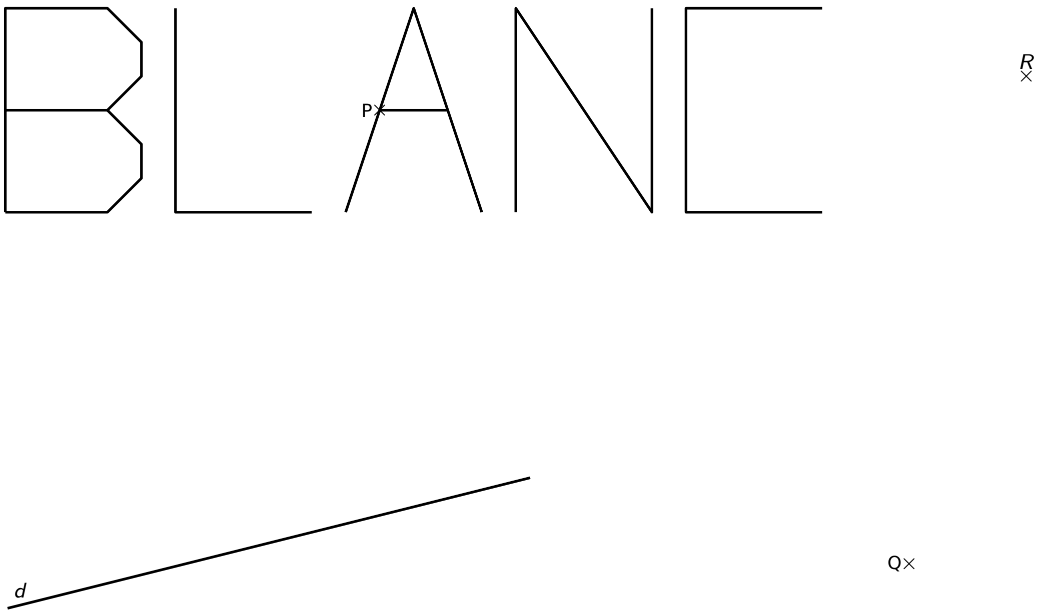
/ **6 pts**

Dans le plan, on donne les points P, Q et R, la droite d et les lettres B, L, A, N et C.
Construire à la règle (équerre) et au compas :

a) l’image du A par la translation qui amène P sur Q ;

b) l’image du N par la rotation de centre R et d’angle 70° dans le sens des aiguilles d’une montre ;

c) l’image du L par la symétrie axiale d’axe d.



Problème 5

/ **11,5 pts**

a) Soit f la fonction affine dont le graphe passe par les points $A(1;2)$ et $B(3;-4)$.
Déterminer l'expression fonctionnelle de f.

b) Déterminer l'expression fonctionnelle de la fonction linéaire g dont le graphe est parallèle à celui de f.

c) Quelle valeur faut-il donner à m pour que le graphe de la fonction h donnée par $h(x) = mx - 3$ passe par le point $C(1;2)$? Votre réponse doit être justifiée par un calcul.

d) Soit i la fonction donnée par $i(x) = 5x - 7$. Déterminer les coordonnées du point d’ordonnée 3 qui appartient au graphe de i.

e) Soit j la fonction affine donnée par $j(x) = -3x + 5$. Déterminer les coordonnées du point d’intersection des graphes de i et j.

Problème 6

/ **8 pts**

Un lièvre fait des bonds d'une longueur de 6 m et court à une vitesse de 72 km/h.

a) Combien de bonds le lièvre doit-il faire pour parcourir 1 500 m ?

b) Calculer la vitesse du lièvre en nombre de bonds par minute.

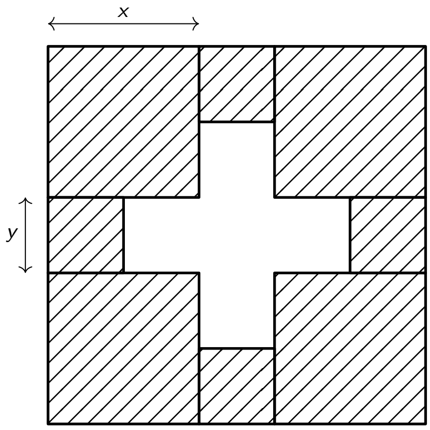
Le lièvre fait une course avec la tortue qui fait des pas de 4 cm.

c) Calculer la distance parcourue sachant qu'à la fin de la course la tortue a fait 29 800 pas de plus que le lièvre n'a fait de bonds (résultat en m).

Problème 7

/ 11 pts

Dans une feuille carrée de 30 cm de côté, on découpe quatre carrés, un sur chacun des sommets, tous de côté x. Puis sur chaque bout de côté restant, on découpe encore un carré de côté y (voir schéma ci-dessous).
On impose que x soit compris entre 10 cm et 15 cm pour éviter une superposition des carrés.



a) Déterminer l’aire de la surface en blanc ci-dessus obtenue lorsque $x = 13$ cm (résultat en cm^2).

b) Donner l’expression de y en fonction de x.

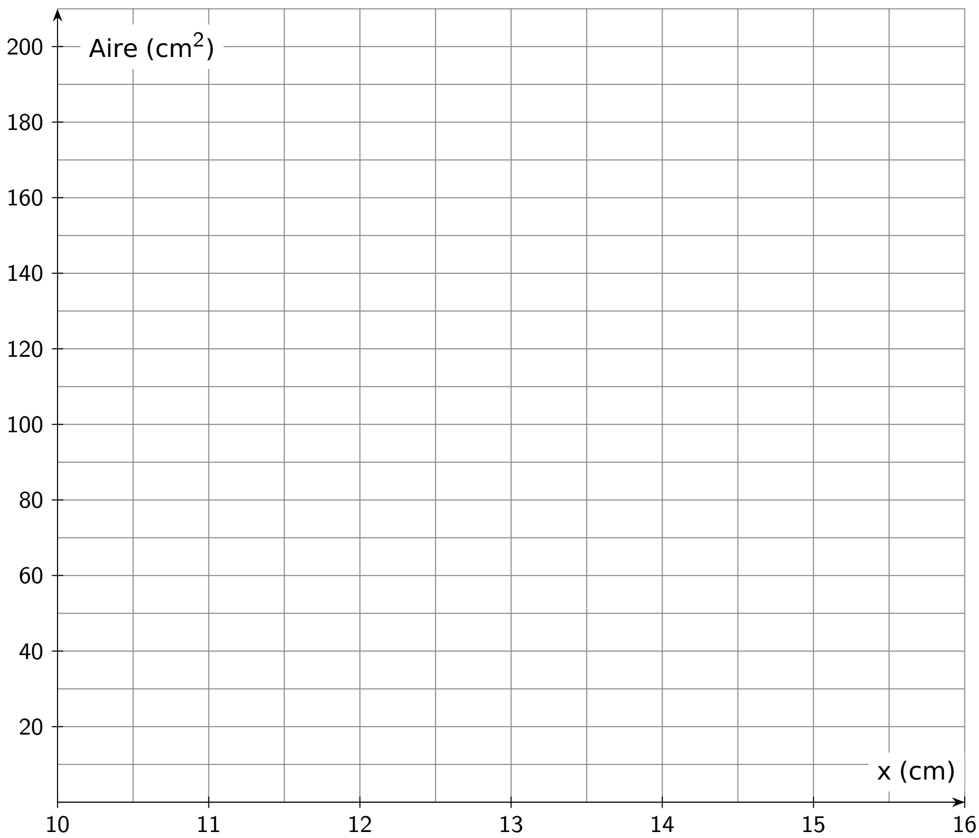
c) Montrer que la fonction qui donne l'aire en cm^2 de la surface obtenue est donnée par

$$\mathcal{A}(x) = -20x^2 + 480x - 2700\,.$$

d) Représenter la fonction $\mathcal{A}$ pour x compris entre 10 et 15 dans le système d'axes de la page 16.

e) Déterminer graphiquement la valeur de x pour que cette aire soit maximale.

f) Quelle est cette aire maximale ?


Aire (cm^2)
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
x (cm)
10
11
12
13
14
15
16