FONCTIONS SIMPLES

CORRIGÉ DU TE B

Exercice 1

a) Comme $P(-5)=0$, on sait que $P(x)=8x^3+38x^2-11x-5$ se divise par $(x-(-5))=x+5$. Effectuons la division:

$$\begin{array}{r|l} 8x^3+38x^2-11x-5 & x+5 \\ \hline -(8x^3+40x^2) & 8x^2-2x-1 \\ -2x^2-11x-5 & \\ -(-2x^2-10x) & \\ -x-5 & \\ -(-x-5) & \\ 0 & \end{array}$$

On obtient ainsi $P(x)=(x+5)(8x^2-2x-1)$.

Factorisons maintenant $8x^2-2x-1$:

On a $8x^2-2x-1=0 \Rightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+32}}{2\cdot 8}=\dfrac{2\pm 6}{16}=\begin{cases}\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{4}\end{cases}$.

Ainsi $8x^2-2x-1=8\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\left(-\frac{1}{4}\right)\right)=2\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot 4\left(x+\frac{1}{4}\right)=(2x-1)(4x+1)$.

On a donc, finalement, $\underline{\underline{P(x)=(x+5)(2x-1)(4x+1)}}$.

b) D'après le graphe, les zéros du polynôme sont $x=-4$, $x=1$ et $x=3$.

Le polynôme s'écrit alors $P(x)=a(x-(-4))(x-1)(x-3)=$
$=a(x+4)(x-1)(x-3)$.

On détermine a en utilisant un autre point, par exemple le point $(0;2)$.

Par substitution, on obtient $2=a(0+4)(0-1)(0-3)$

$\Rightarrow 2=12a \Rightarrow a=\frac{1}{6}$.

Ainsi le polynôme est $\underline{\underline{P(x)=\frac{1}{6}(x+4)(x-1)(x-3)}}$.

Exercice 2

L'asymptote verticale est en $x = 3$.
$x=3$ est donc un exclu, ce qui signifie que le dénominateur de f pour $x=3$ vaut 0 :
$3+d=0 \Rightarrow \underline{d=-3.}$

La fonction s'écrit donc $f(x)=\dfrac{ax+b}{x-3}$.

L'asymptote horizontale est en $y=-3$.
Le quotient de $ax+b$ par $x-3$ est a :

$$\begin{array}{r|l} ax+b & x-3 \\ \cline{2-2} \underline{-(ax-3a)} & a \\ b+3a & \end{array}$$

On doit donc avoir $\underline{a=-3.}$

La fonction s'écrit donc $f(x)=\dfrac{-3x+b}{x-3}$

La fonction passe par $(2;0)$. Par substitution, on obtient $0=\dfrac{-6+b}{2-3}$
$\Rightarrow -6+b=0 \Rightarrow \underline{b=6.}$

Finalement, la fonction est $f(x)=\dfrac{-3x+6}{x-3}$

Exercice 3

a)
$$5\log(5x) = 15 \qquad \big| \; :5$$
$$\log(5x) = 3 \qquad \big| \; 10^{\cdots}$$
$$5x = 10^3 = 1000 \qquad \big| \; :5$$
$$\underline{x = 200}$$

b)
$$2\log(x) + 3 = -1 \qquad \big| \; -3$$
$$2\log(x) = -4 \qquad \big| \; :2$$
$$\log(x) = -2 \qquad \big| \; 10^{\cdots}$$
$$\underline{x = 10^{-2} = 0{,}01}$$

c)
$$(\log(x) + 3)\cdot(\log(x) - 1) = 0$$
$\Longrightarrow$ soit $\log(x) + 3 = 0$, soit $\log(x) - 1 = 0$

$$\log(x) + 3 = 0 \qquad \big| \; -3$$
$$\log(x) = -3 \qquad \big| \; 10^{\cdots}$$
$$\underline{x = 10^{-3} = 0{,}001}$$

$$\log(x) - 1 = 0 \qquad \big| \; +1$$
$$\log(x) = 1 \qquad \big| \; 10^{\cdots}$$
$$\underline{x = 10}$$

d)
$$4\cdot 10^x = 8 \qquad \big| \; :4$$
$$10^x = 2 \qquad \big| \; \log$$
$$\underline{x = \log(2) \cong 0{,}3}$$

e)
$$\frac{10^{6x}}{10^{2x}} = 1000 \Longrightarrow 10^{6x-4x} = 10^3 \Longrightarrow 10^{2x} = 10^3$$
$$\Longrightarrow 2x = 3 \Longrightarrow \underline{x = \tfrac{3}{2}}.$$

f)
$$5\cdot 10^{3x} = 10^2$$
$$5\cdot 10^{3x} = 100 \qquad \big| \; :5$$
$$10^{3x} = 20 \qquad \big| \; \log$$
$$3x = \log(20) \qquad \big| \; :3$$
$$\underline{x = \tfrac{1}{3}\log(20) \cong 0{,}43}$$