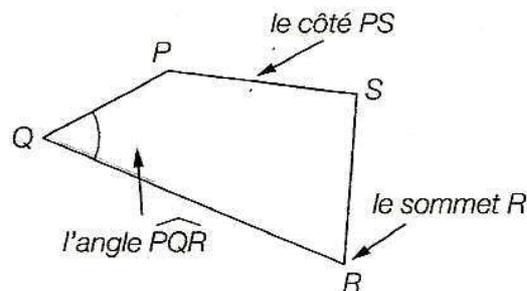


Géométrie

Quadrilatères, constructions et mesures

§ 1. Quadrilatères et caractéristiques

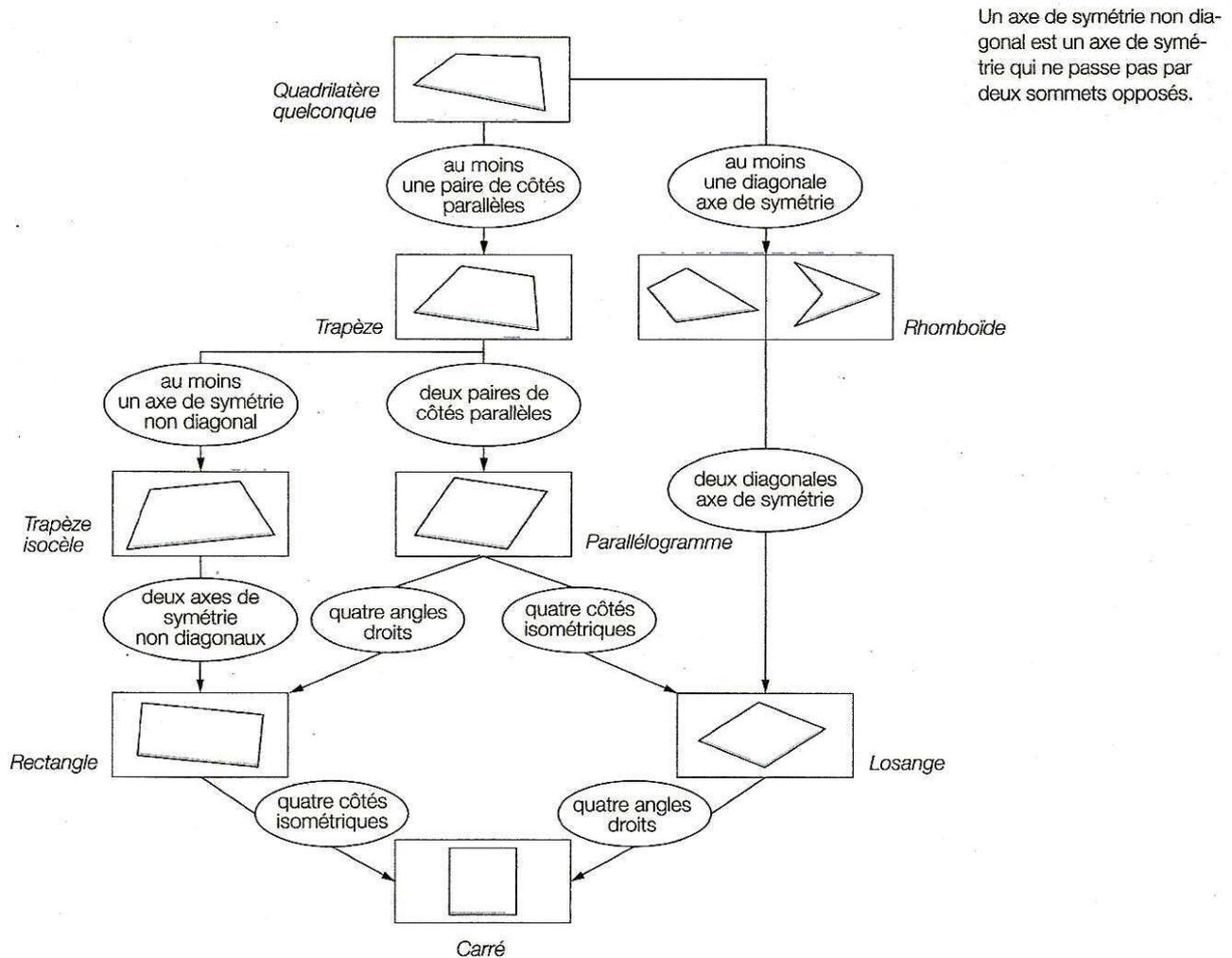
Un **quadrilatère** est une figure plane qui a quatre côtés, quatre angles et quatre sommets:



Il existe différentes sortes de quadrilatères qui ont des caractéristiques particulières: les **carrés**, les **losanges**, les **parallélogrammes**, les **rectangles**, les **trapèzes** (famille dans laquelle on distingue le **trapèze quelconque**, le **trapèze isocèle** et le **trapèze rectangle**) et les **rhomboïdes** (qui est la famille des **cerf-volants** et des **fers de lance**). Leurs caractéristiques sont les suivantes:

Nom	Figure	Côtés	Diagonales	Angles	Symétries	Remarques
Carré		Quatre côtés isométriques Deux paires de côtés parallèles	Diagonales isométriques, perpendiculaires, se coupant en leur milieu	Quatre angles droits	Quatre axes de symétrie Un centre de symétrie	Un quadrilatère qui a quatre côtés isométriques et quatre angles droits est un carré
Losange		Quatre côtés isométriques Deux paires de côtés parallèles	Diagonales perpendiculaires se coupant en leur milieu	Angles opposés isométriques	Deux axes de symétrie passant par les sommets Un centre de symétrie	Les carrés sont des losanges particuliers.
Parallélogramme		Deux paires de côtés parallèles Côtés opposés isométriques	Diagonales se coupant en leur milieu	Angles opposés isométriques	Un centre de symétrie	Les losanges, les rectangles et les carrés sont des parallélogrammes particuliers.
Rectangle		Côtés opposés isométriques Deux paires de côtés parallèles	Diagonales isométriques et se coupant en leur milieu	Quatre angles droits	Deux axes de symétrie perpendiculaires aux côtés Un centre de symétrie	Les carrés sont des rectangles particuliers.
Rhomboïde cerf-volant fer de lance		Deux paires de côtés adjacents isométriques	Diagonales perpendiculaires	Au moins une paire d'angles opposés isométriques	Au moins un axe de symétrie passant par des sommets	Les losanges et les carrés sont des rhomboïdes particuliers.
quelconque		Au moins une paire de côtés parallèles				Les parallélogrammes, les losanges, les rectangles et les carrés sont des trapèzes particuliers.
Trapèze isocèle		Au moins une paire de côtés parallèles Au moins deux côtés opposés isométriques	Diagonales isométriques	Deux paires d'angles adjacents isométriques	Au moins un axe de symétrie non diagonal	Un trapèze isocèle est un trapèze qui a au moins un axe de symétrie non diagonal.
rectangle		Au moins une paire de côtés parallèles		Au moins deux angles droits		Un trapèze rectangle est un trapèze qui a au moins deux angles droits.

On peut alors classer les différentes sortes de quadrilatères dans un schéma tel que celui-ci:



§ 2. Constructions de quadrilatères

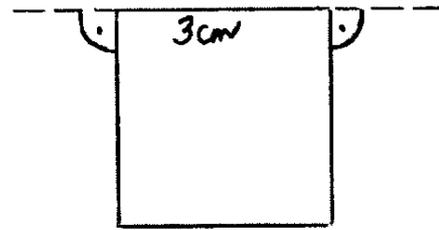
En fonction des informations que l'on a au départ, on peut construire des quadrilatères. Il y a parfois plusieurs possibilités. Voici quelques exemples de constructions:

Carrés: Construire un carré de 3 cm de côté:

- 1) Tracer un segment de 3 cm.
- 2) Avec l'équerre (ou avec le compas), tracer deux perpendiculaires à ce segment à chacune de ses extrémités.

3) Mesurer des segments de 3 cm sur ces perpendiculaires en partant du segment de 3 cm de départ (du même côté).

4) Relier les extrémités de ces deux derniers segments de 3 cm, ce qui donne le carré recherché.



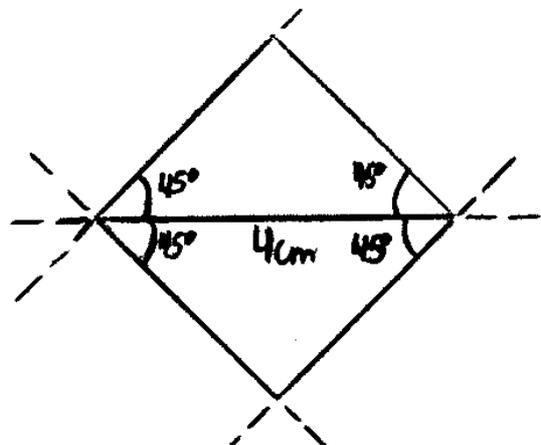
Carrés: Construire un carré dont les diagonales valent cm:

1) Tracer un segment de 4 cm.

2) A chacune des extrémités de ce segment, avec le rapporteur (ou par construction avec le compas), tracer des angles de 45° de chaque côté du segment. Cela donne quatre droites (en fait deux paires de droites parallèles).

3) Les intersections de ces droites en dehors du segment de départ donnent les deux sommets manquants du carré.

4) Relier ces intersections avec les extrémités du segment de 4 cm et on a le carré demandé.



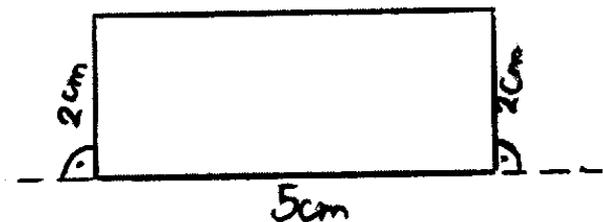
Rectangles: Construire un rectangle dont les côtés sont de 2 cm et 5 cm:

1) Tracer un segment de 5 cm de longueur (on peut aussi commencer par le segment de 2 cm).

2) Avec l'équerre (ou le compas), tracer deux perpendiculaires à ce segment à chacun de ses extrémités.

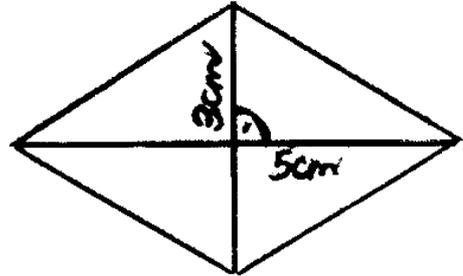
3) Mesurer des segments de 2 cm sur ces perpendiculaires en partant du segment de 5 cm de départ (du même côté).

4) Relier les extrémités de ces deux derniers segments de 2 cm, ce qui donne le rectangle recherché.



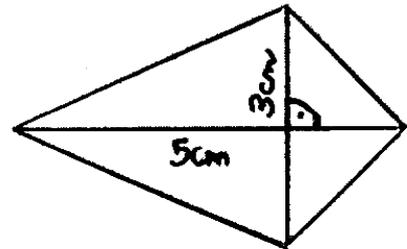
Losanges: Construire un losange dont les diagonales sont respectivement de 3 et 5 cm:

- 1) Tracer un segment de 5 cm.
- 2) Tracer une perpendiculaire à ce segment qui passe par son milieu (c'est en fait la médiatrice du segment de 5 cm).
- 3) Tracer un segment de 3 cm de longueur sur cette perpendiculaire, dont la moitié (1,5 cm) est de chaque côté du segment de 5 cm.
- 4) Relier les extrémités des segments de 5 cm et de 3 cm, ce qui donne le losange demandé.



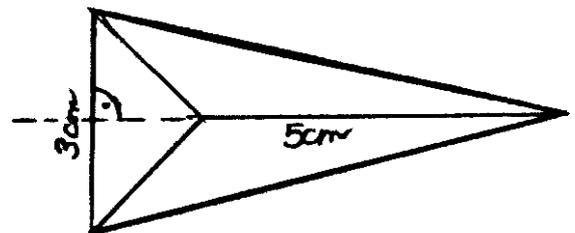
Cerf-volant: Construire un cerf-volant dont les diagonales valent respectivement 3 cm et 5 cm:

On procède similairement à la construction du losange ci-dessus, la seule différence étant que la perpendiculaire du point 2) n'a pas besoin d'être au milieu du segment du point 1); cette perpendiculaire peut être n'importe où à l'intérieur du segment du point 1).



Fer-de-lance: Construire un fer-de-lance dont les diagonales valent respectivement 3 cm et 5 cm:

On procède similairement à la construction du losange ci-dessus, la seule différence étant que la perpendiculaire du point 2) est à l'extérieur du segment de 5 cm.



§ 3. Dénomination des sommets d'un quadrilatère

Un point important à savoir est que, lorsqu'on nomme les sommets d'un quadrilatère (ou d'un polygone quelconque), c'est toujours avec des lettres majuscules et on commence

où l'on veut, mais on doit ensuite continuer à les nommer en suivant les sommets dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

§ 4. Périmètre et aire de quadrilatères

Le périmètre et l'aire des différents quadrilatères se calculent de la manière suivante:

Carré:

$$p = 4 \cdot c$$

$$A = c \cdot c = c^2$$

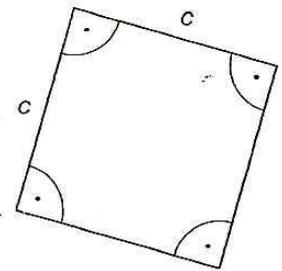
c : mesure du côté

Exemple

Si $c = 3$

$$p = 4 \cdot 3 = 12$$

$$A = 3 \cdot 3 = 3^2 = 9$$



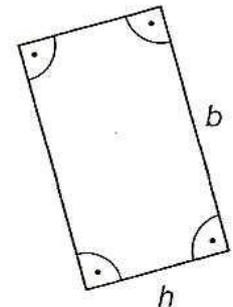
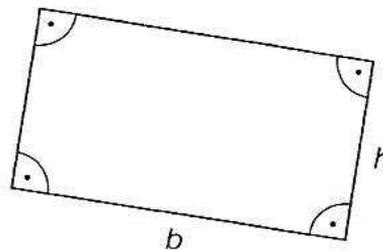
Rectangle:

$$p = 2 \cdot (b + h)$$

$$A = b \cdot h$$

b : mesure d'une base

h : mesure de la hauteur
correspondant à cette base



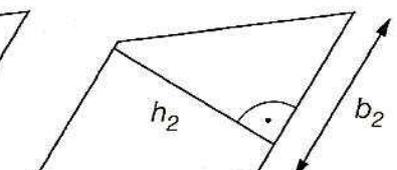
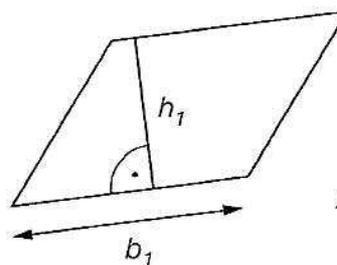
Parallélogramme:

$$p = 2 \cdot (b_1 + b_2)$$

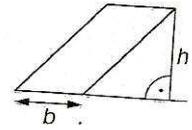
$$A = b_1 \cdot h_1 = b_2 \cdot h_2$$

b_1, b_2 : mesures des bases

h_1, h_2 : mesures des hauteurs
correspondantes



Remarque: La hauteur d'un parallélogramme peut être à l'extérieur du parallélogramme:



Losange:

$$p = 4 \cdot c$$

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

c: mesure du côté

D: mesure de la grande diagonale

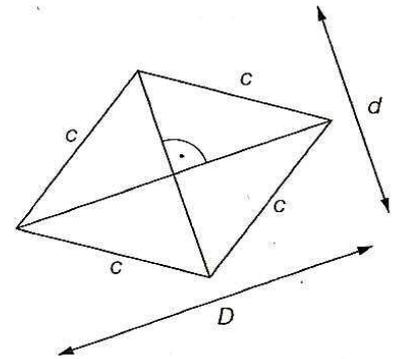
d: mesure de la petite diagonale

Exemple

Si $c = 5$, $d = 6$, $D = 8$

$$p = 4 \cdot 5 = 20$$

$$A = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24$$



Trapèze:

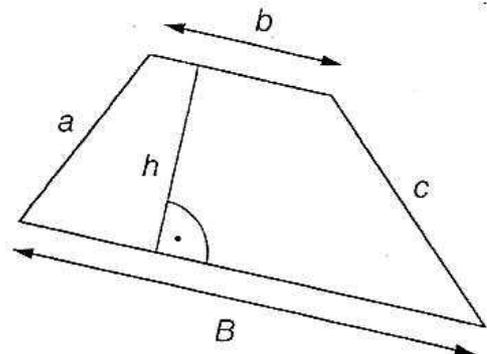
$$p = a + b + c + B$$

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h$$

B: mesure de la grande base

b: mesure de la petite base

h: mesure de la hauteur



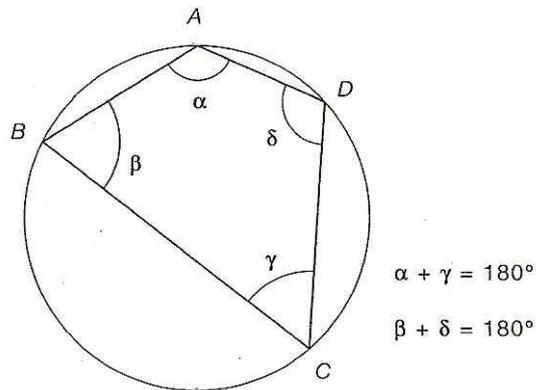
§ 5. Somme des angles d'un quadrilatère

La somme des angles d'un quadrilatère est toujours 360°.

Ainsi, si l'on connaît la mesure de trois des angles d'un quadrilatère (par exemple 45° et 63° et 108°), on peut calculer la mesure du quatrième angle (dans l'exemple, il serait de $360 - 45 - 63 - 108 = 144^\circ$).

§ 6. Caractéristiques des quadrilatères inscrits dans des cercles

Lorsqu'un **quadrilatère est inscrit dans un cercle**, c'est-à-dire que ses quatre sommets sont sur un cercle, ses angles ont une propriété intéressante:



la somme des mesures des angles opposés de tout quadrilatère inscrit dans un cercle est 180° .

On remarque que les carrés et les rectangles peuvent être inscrits dans des cercles (c'est-à-dire qu'ils possèdent un cercle circonscrit passant par chaque sommet) et que la somme de leurs angles opposés vaut bien 180° .