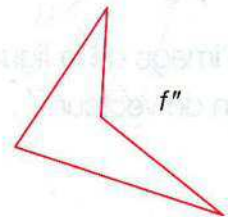
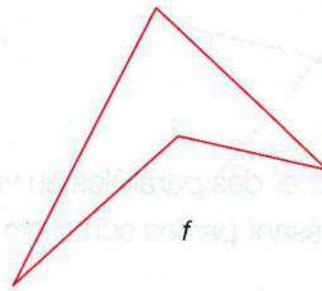
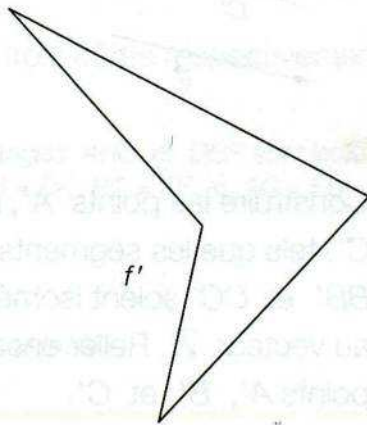


Géométrie

Figures semblables et similitudes

§ 1. Similitudes

Une **similitude** est une transformation telle qu'une figure et son image ont la même forme, mais pas nécessairement les mêmes dimensions.



*f et f' sont images l'une de l'autre par une similitude.
f et f'' sont images l'une de l'autre par une autre similitude.*

Une **similitude** est la composition d'isométries ou d'homothéties.

Voici un exemple de similitude:

La figure f a pour image la figure f_2 par la rotation $\mathcal{R}(M; -150^\circ)$ suivie de l'homothétie $\mathcal{H}(N; +2)$.

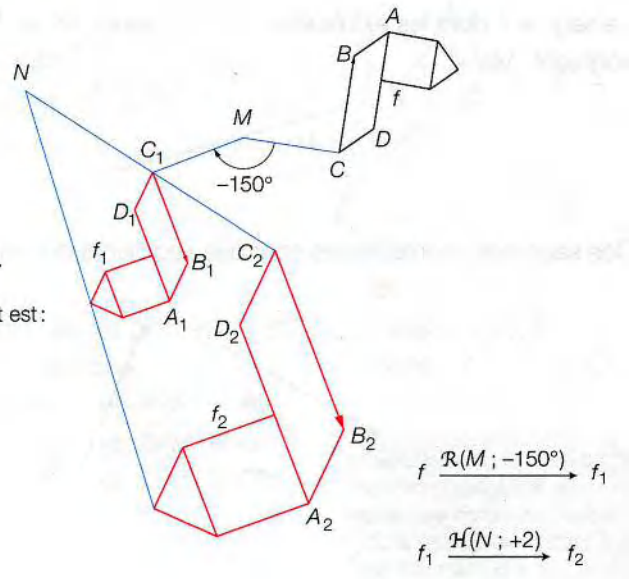
Notation

$$f \xrightarrow{\mathcal{H}(N; +2) \circ \mathcal{R}(M; -150^\circ)} f_2$$

$\mathcal{H}(N; +2) \circ \mathcal{R}(M; -150^\circ)$ signifie « $\mathcal{H}(N; +2)$ après $\mathcal{R}(M; -150^\circ)$ ».

La figure f_2 est l'image de la figure f par une similitude dont le rapport est :

$$\frac{A_2B_2}{AB} = \frac{B_2C_2}{BC} = \frac{C_2D_2}{CD} = \dots = 2$$



Une **similitude** est une transformation qui conserve la mesure des angles.

Une **similitude** est une transformation dans laquelle toutes les distances sont multipliées par un même nombre positif appelé **rapport de similitude**.

Par une similitude, une figure et son image ont la même forme, mais pas nécessairement les mêmes dimensions.

Une similitude porte sur tous les points du plan et pas seulement sur ceux de la figure dont on cherche l'image.

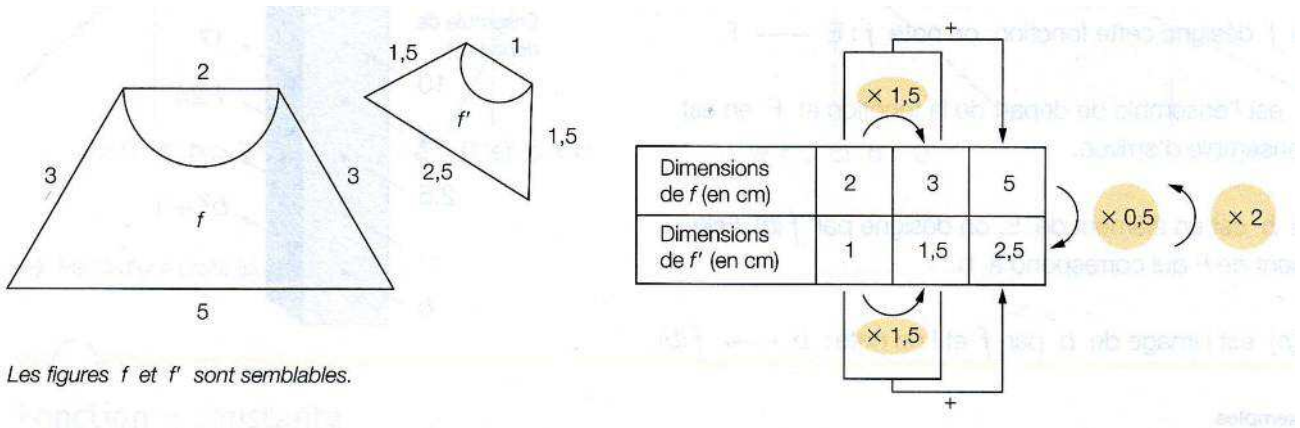
§ 2. Constructions de similitudes

Si l'on donne la suite des isométries et des homothéties à effectuer, il est facile d'obtenir l'image de la similitude à partir de la figure de départ.

Si on ne connaît que la figure de départ et son image par la similitude et qu'il faut déterminer la suite des isométries et des homothéties qui permet de passer de la première à la deuxième, c'est un problème plus ardu. Il y a généralement plusieurs solutions, voire une infinité. Il faut observer la figure, voir s'il y a une translation, une rotation, une symétrie axiale, une homothétie, et construire petit à petit les figures intermédiaires qui correspondent à la suite d'isométries et d'homothéties.

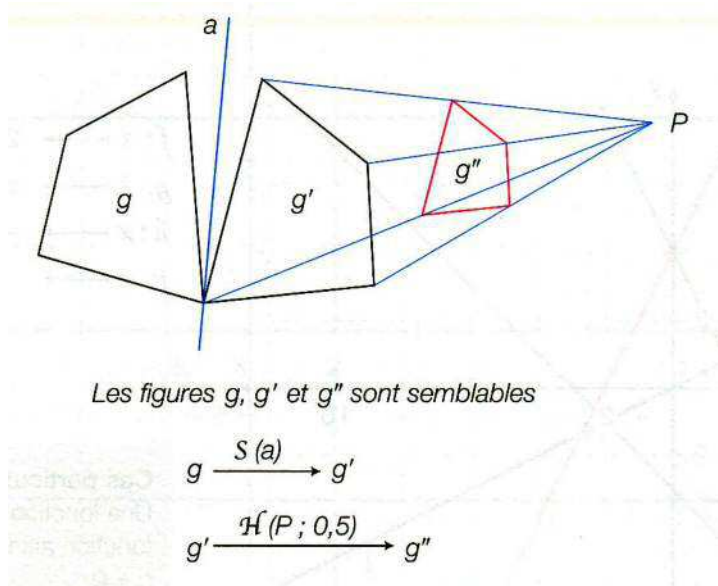
§ 3. Figures semblables

Deux **figures** sont dites **semblables** si l'on obtient les dimensions de l'une en multipliant (ou en divisant) celles de l'autre par un même nombre positif non nul. Autrement dit, deux figures sont semblables si leurs dimensions sont proportionnelles:



Ainsi, deux **figures** sont **semblables** si elles sont images l'une de l'autre par une similitude:

En multipliant les dimensions de la figure g par 0,5 (ou en les divisant par 2), on obtient celles de la figure g' . Dans ce cas, le rapport de similitude est 0,5.



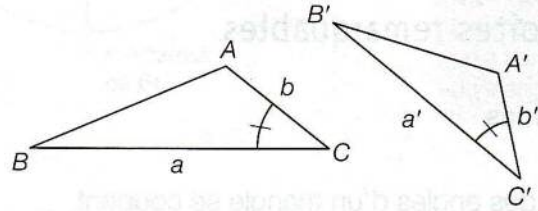
§ 4. Triangles semblables

Deux **triangles** sont **semblables** s'ils ont:

- un angle isométrique compris entre deux côtés respectivement proportionnels :

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables

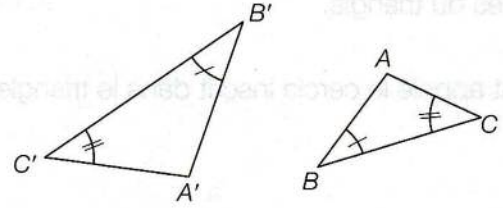
$$\text{car } \widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'} \text{ et } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$



- deux angles respectivement isométriques :

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables

$$\text{car } \widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'} \text{ et } \widehat{BCA} = \widehat{B'C'A'}$$



- leurs trois côtés respectivement proportionnels :

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables

$$\text{car } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

