Géométrie

Lieux géométriques

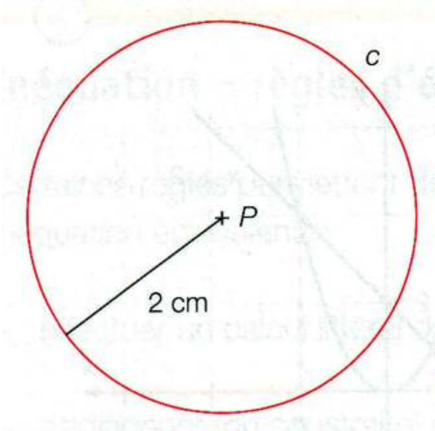
§ 1. Lieux géométriques

Un **lieu géométrique** est un ensemble de points vérifiant une même propriété.

En voici quelques exemples, certains déjà connus, d'autres à découvrir.

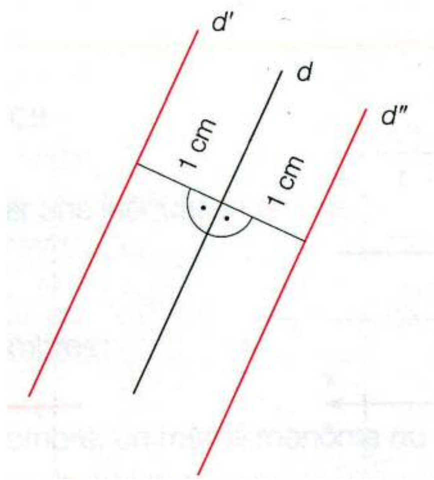
§ 2. Lieu géométrique des points à une distance donnée d'un point donné

Le lieu géométrique des points du plan dont la distance au point P est 2 cm est le cercle c de centre P et de rayon 2 cm:



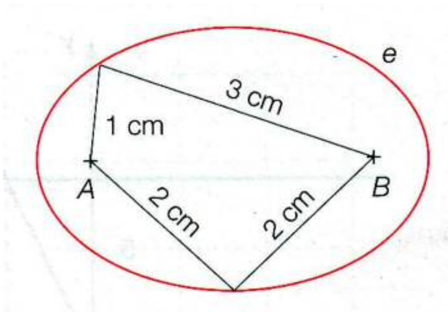
§ 3. Lieu géométrique des points à une distance donnée d'une droite donnée

Le lieu géométrique des points du plan situés à 1 cm de la droite d est constitué des droites d' et d'', parallèles à d:



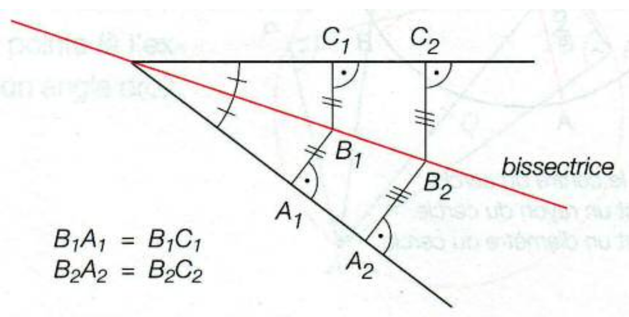
§ 4. Lieu géométrique des points dont la somme des distances à deux points donnés est constante

Le lieu géométrique des points du plan dont la somme des distances aux points A et B est 4 cm est l'ellipse e:



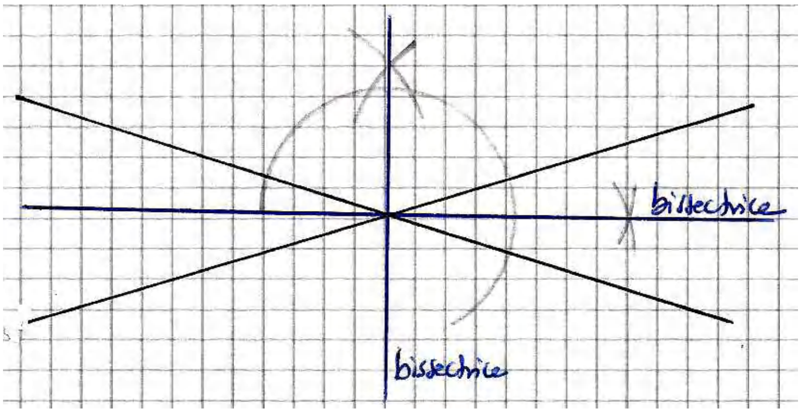
§ 5. Lieu géométrique des points à égale distance des côtés d'un angle

Le lieu géométrique des points à égale distance des côtés d'un angle est la bissectrice de l'angle:



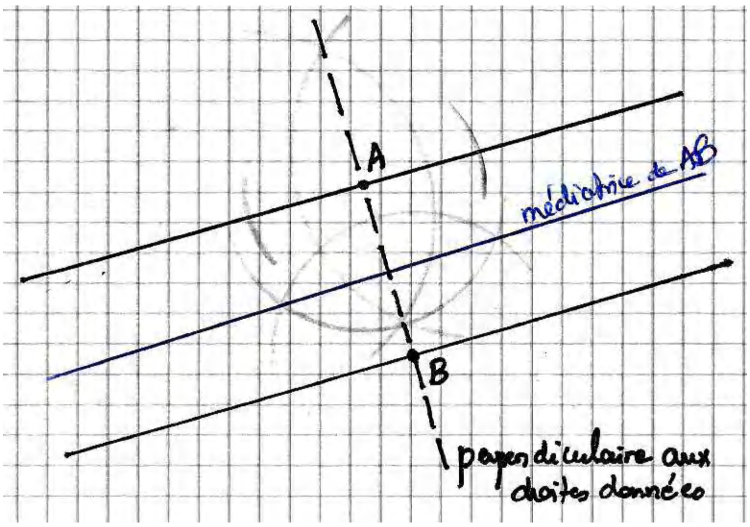
§ 6. Lieu géométrique des points à égale distance de deux droites sécantes

Le lieu géométrique des points à égale distance de deux droites sécantes données est constituée de la bissectrice de l'angle aigu entre les deux droites et de la bissectrice de l'angle obtus entre les deux droites:



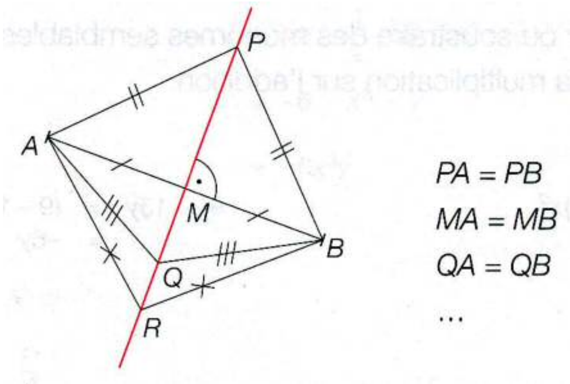
§ 7. Lieu géométrique des points à égale distance de deux droites parallèles

Le lieu géométrie des points à égale distance de deux droites parallèles données est la droite passant exactement au milieu de la distance entre les deux droites. On commence par construire une perpendiculaire aux droites données, perpendiculaires qui coupe ces droites en A et B, puis on fait la médiatrice du segment AB:



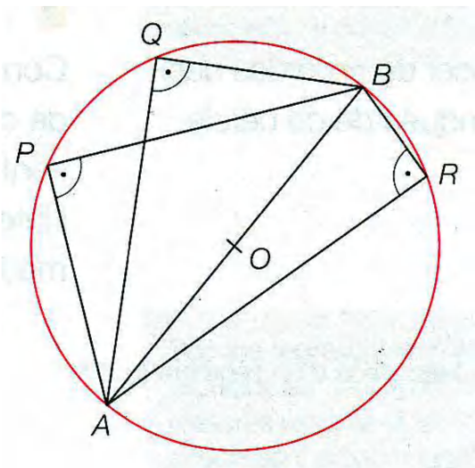
§ 8. Lieu géométrique des points à égale distance de deux points donnés ou à égale distance des extrémités d'un segment donné

Le lieu géométrique des points à égale distance de deux points donnés ou à égale distance des extrémités d'un segment est la médiatrice du segment:



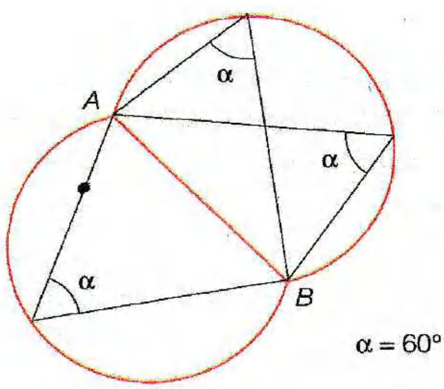
§ 9. Lieu géométrique des points depuis lesquels on voit un segment donné sous un angle droit

Le lieu géométrique des points depuis lesquels on "voit" le segment AB sous un angle droit est le cercle de Thalès du segment AB:



§ 10. Lieu géométrique des points depuis lesquels on voit un segment donné sous un angle donné

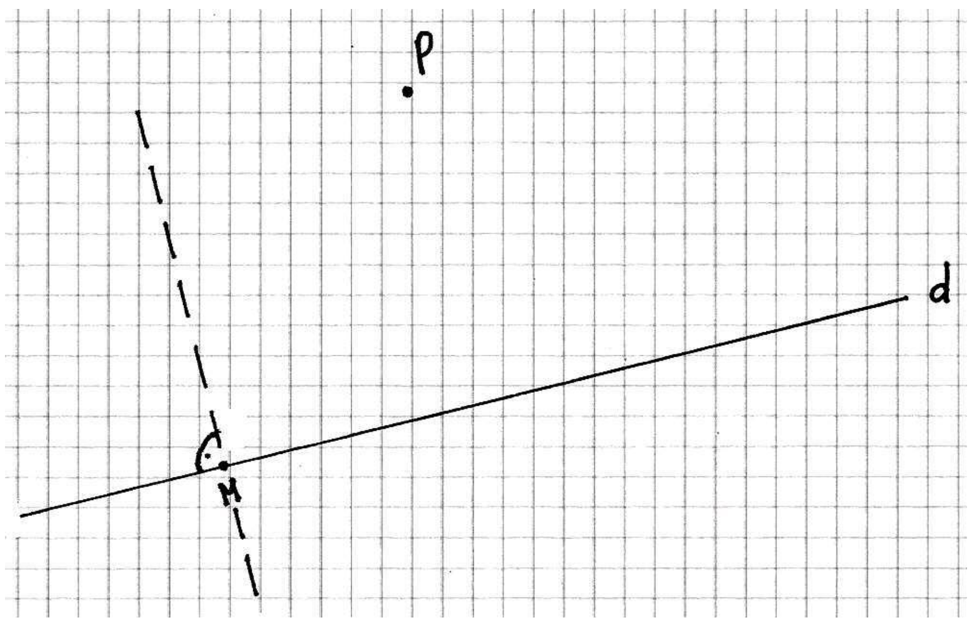
Le lieu géométrique des points depuis lesquels on “voit” le segment AB sous un angle donné est constitué de l’arc capable correspondant construit sur le segment AB (voir le chapitre “Arcs capables et constructions”):



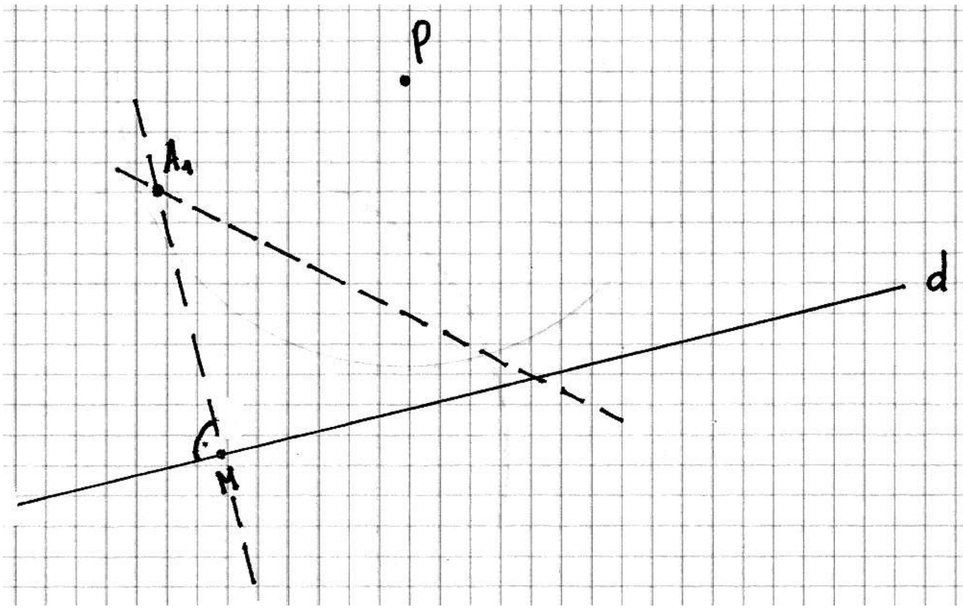
§ 11. Lieu géométrique des points à égale distance d’un point et d’une droite donnés

Le lieu géométrique des points à égale distance d’un point donné P et d’une droite donnée d se construit de la manière suivante:

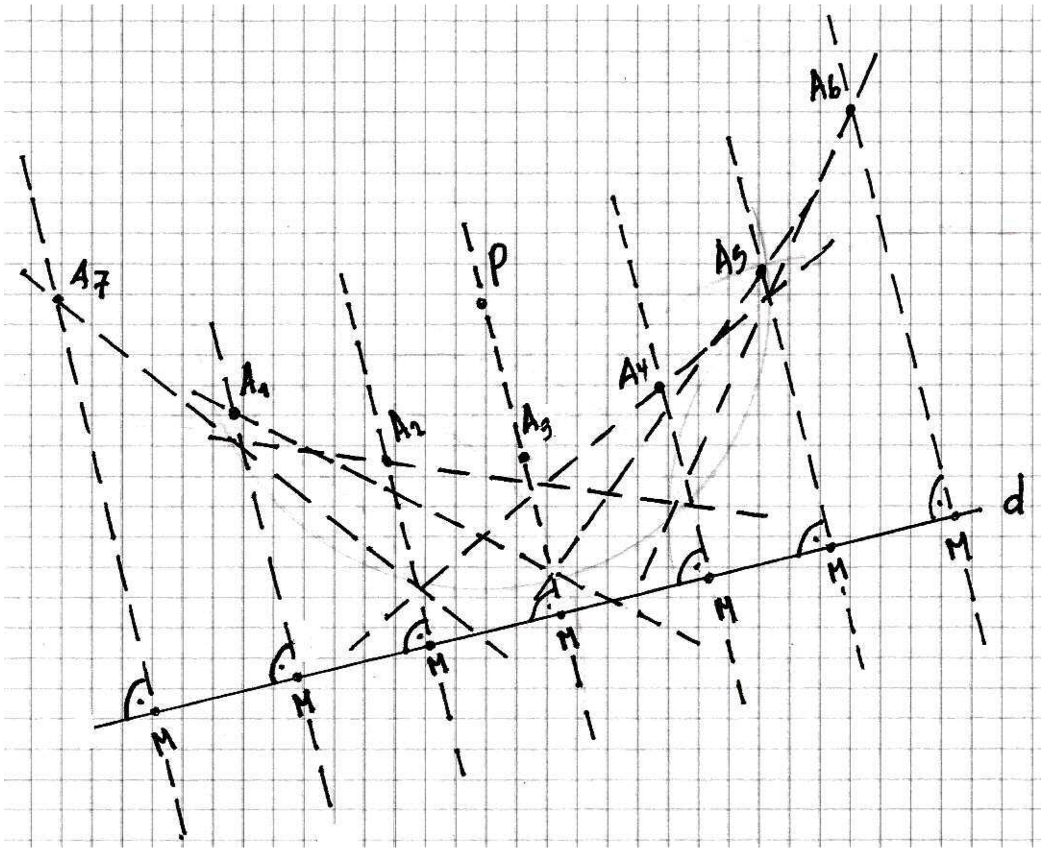
On choisit un point M sur la droite d. On construit la perpendiculaire à d passant par M:



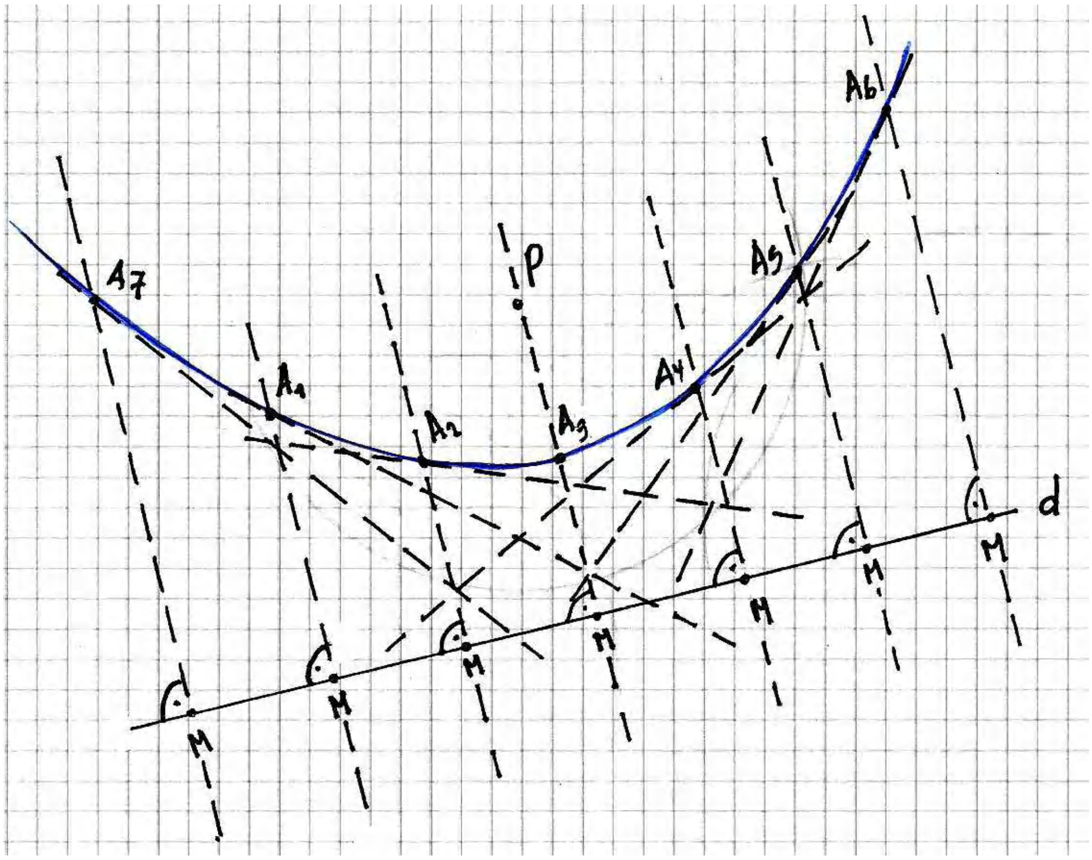
On construit la médiatrice du segment MP; le point A_1, intersection de cette médiatrice et de la perpendiculaire à d est un point à égale distance de P et M, et donc à égale distance de P et d:



On recommence la même construction en déplacement à plusieurs endroits le point M sur la droite d:



On obtient ainsi une suite de points A_1, A_2, A_3, A_4, ..., qui sont tous à égale distance de P et D. En reliant ces points, on obtient le lieu géométrique des points à égale distance de P et d (en bleu):

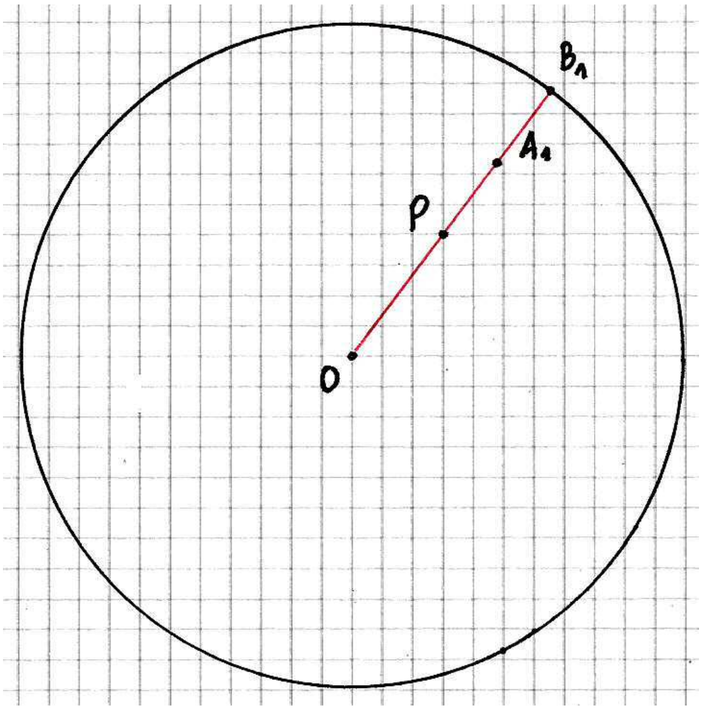


La courbe obtenue est ce qu'on appelle une **hyperbole**.

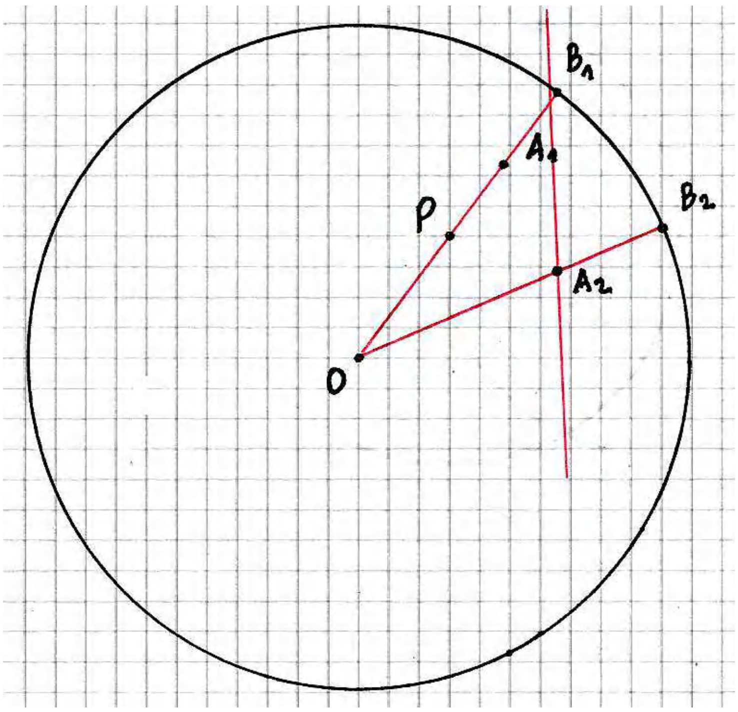
§ 12. Lieu géométrique des points à égale distance d'un cercle et d'un point à l'intérieur du cercle

Le lieu géométrique des points à égale distance d'un cercle c de centre O et d'un point P à l'intérieur du cercle se construit de la manière suivante:

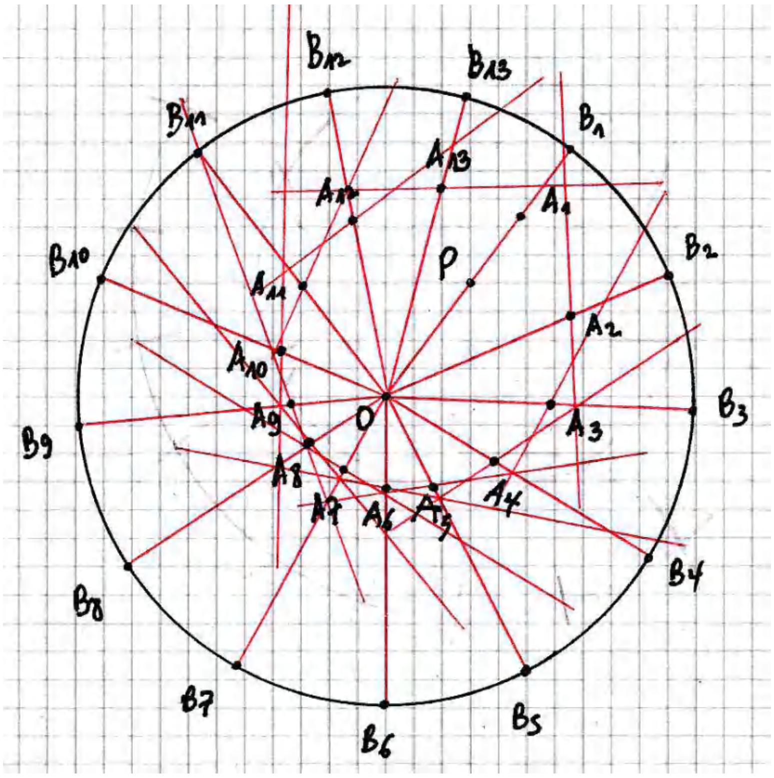
On commence par dessiner le rayon passant par P. Son extrémité sur le cercle est appelé B_1. Le point A_1, milieu du segment PB_1 est un point à égale distance de c et P:



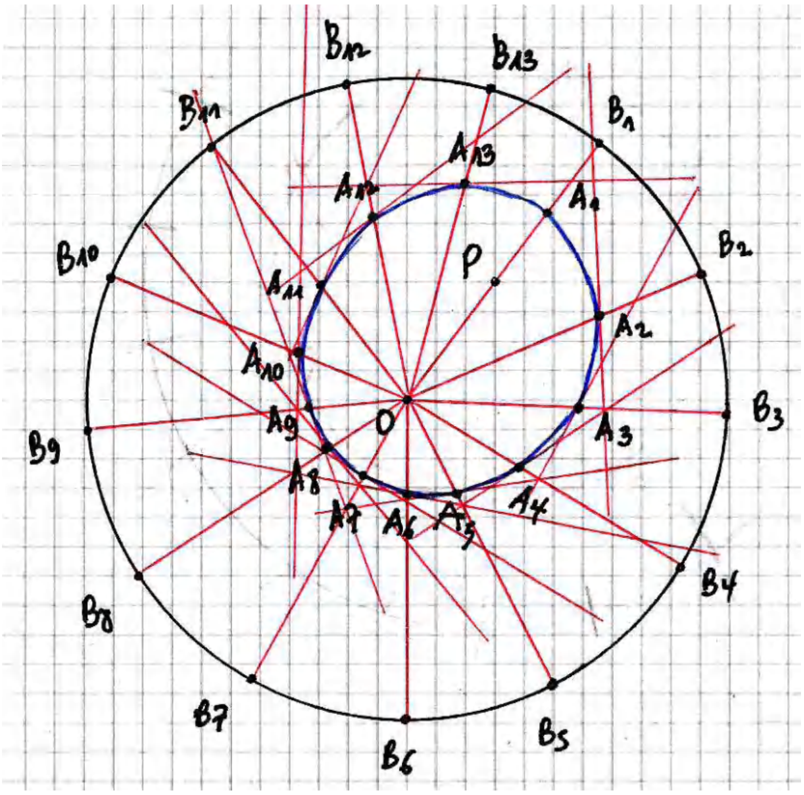
On continue ensuite en choisissant un point B_2 sur le cercle; on dessine le segment OB_2; on construit la médiatrice du segment PB_2; le point d'intersection A_2 de cette médiatrice et du segment OB_2 est un point à égale distance de c et P:



On continue en choisissant d'autres points B_3, B_4, B_5, ... du cercle et en faisant la même construction:



On obtient ainsi une suite de points A_1, A_2, A_3, A_4, ..., qui sont tous à égale distance de c et P. En reliant ces points, on obtient le lieu géométrique des points à égale distance de c et P (en bleu):

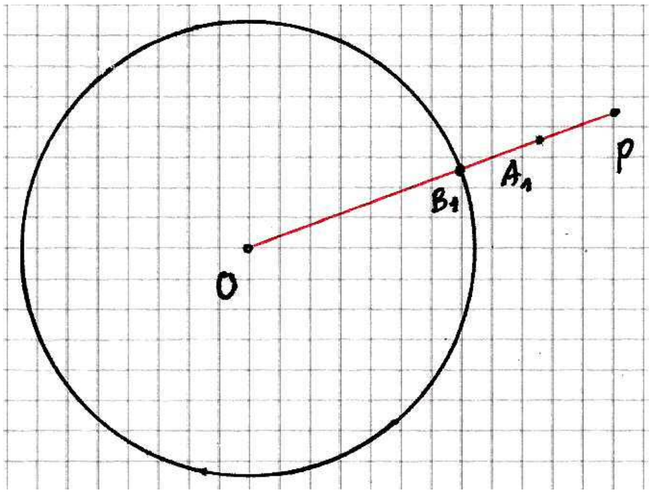


La courbe obtenue est une **ellipse**.

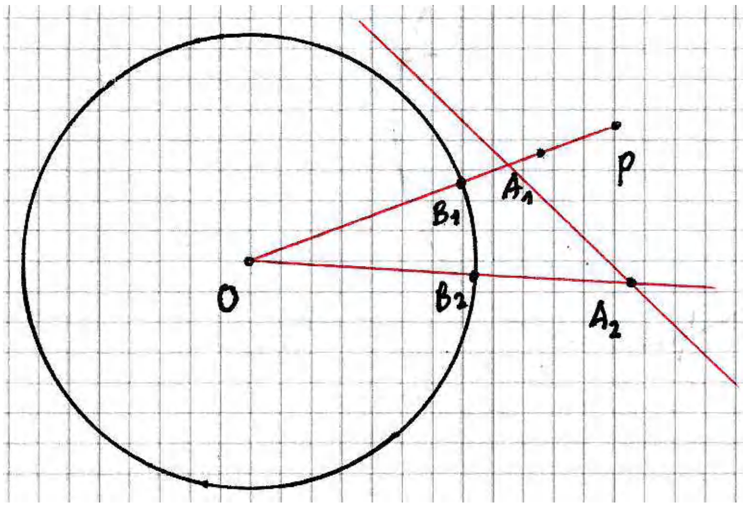
§ 13. Lieu géométrique des points à égale distance d'un cercle et d'un point à l'extérieur du cercle

Le lieu géométrique des points à égale distance d'un cercle c de centre O et d'un point P à l'extérieur du cercle se construit de la manière suivante:

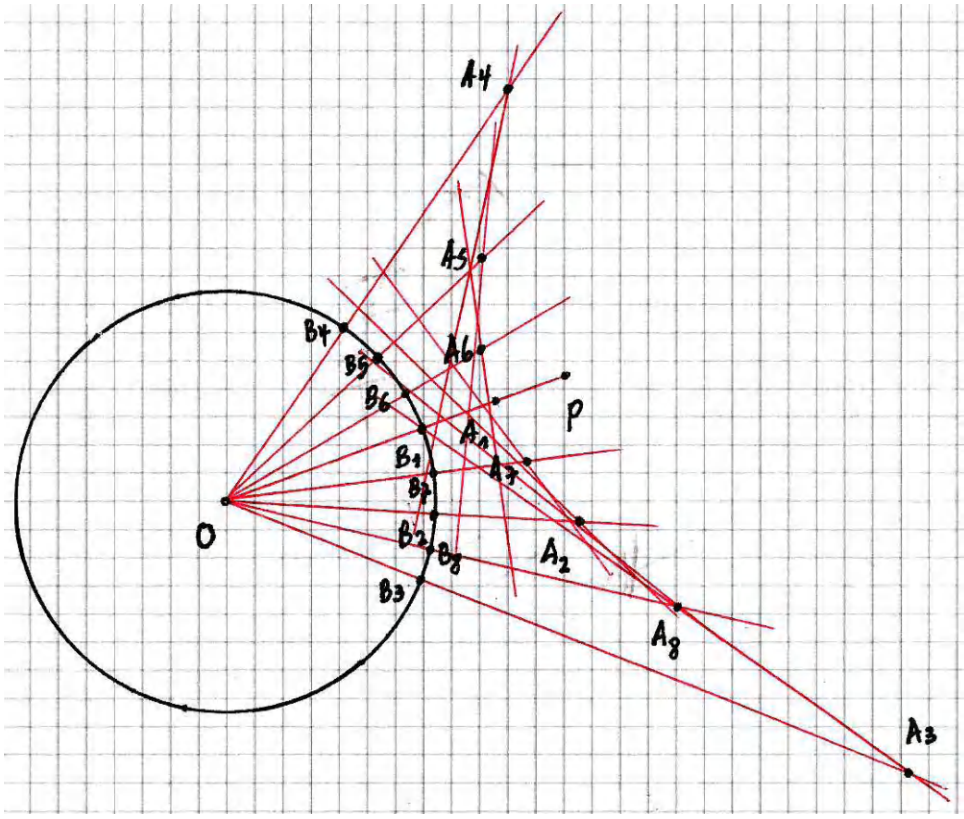
On commence par tracer le segment reliant O à P. Son intersection sur le cercle est appelé B_1. Le point A_1, milieu du segment PB_1 est un point à égale distance de c et P:



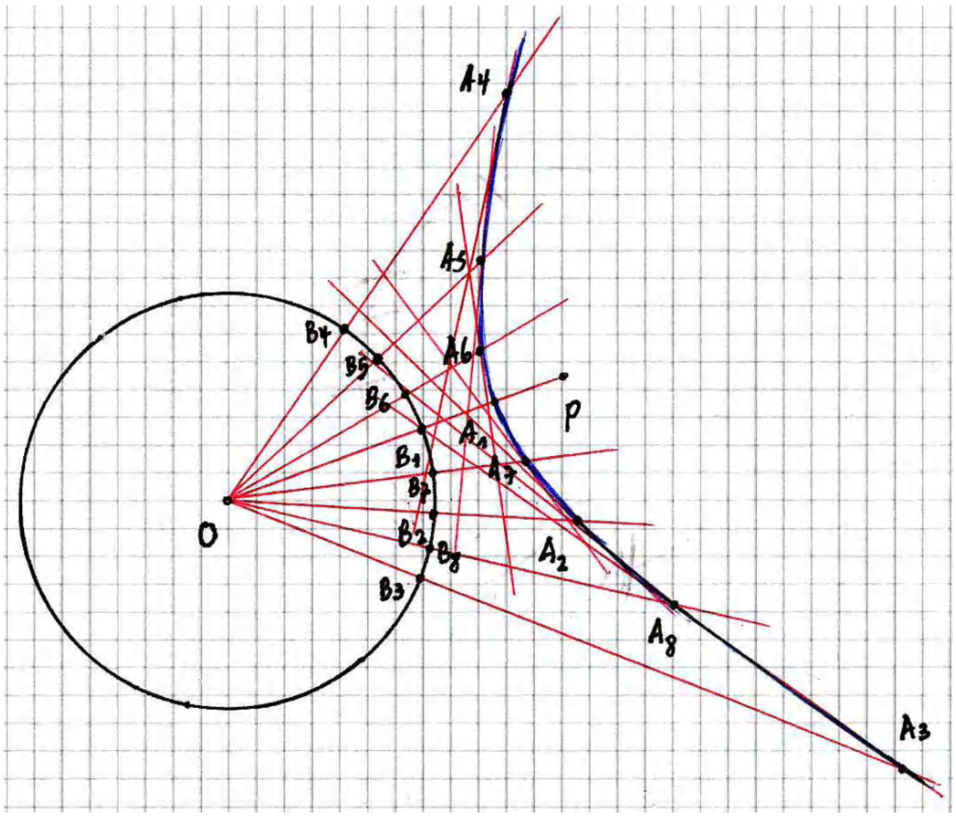
On continue ensuite en choisissant un point B_2 sur le cercle; on dessine la droite passant par O et B_2; on construit la médiatrice du segment PB_2; le point d'intersection A_2 de cette médiatrice et du segment OB_2 est un point à égale distance de c et P:



On continue en choisissant d'autres points B_3, B_4, B_5, ... du cercle et en faisant la même construction:



On obtient ainsi une suite de points A_1, A_2, A_3, A_4, ..., qui sont tous à égale distance de c et P. En reliant ces points, on obtient le lieu géométrique des points à égale distance de c et P (en bleu):



La courbe obtenue est une **parabole**.