

# Géométrie

## Fractales

### § 1. Fractales

Une grande montagne, vue de loin, a une certaine forme accidentée. Quand on se rapproche et qu'on examine un pic particulier de cette grande montagne, on constate qu'il a une forme qui ressemble à celle de la montagne. Et si on continue, jusqu'à un tout petit fragment de rocher, on observe au microscope qu'il a fondamentalement la même forme que la grande montagne.

Le mathématicien Benoît Mandelbrot a découvert une similitude allant du plus grand au plus petit. Par exemple, une petite parcelle d'un chou-fleur, agrandie, ressemble étrangement au chou-fleur entier.

Ces formes géométriques qui sont similaires globalement et localement s'appellent les **fractales**.

Elles sont entre autres utilisées pour créer des décors numériques au cinéma.

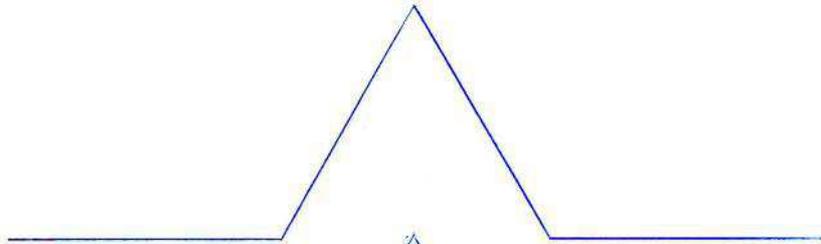
Il existe énormément d'exemples de constructions de fractales.

### § 2. Courbe de von Koch

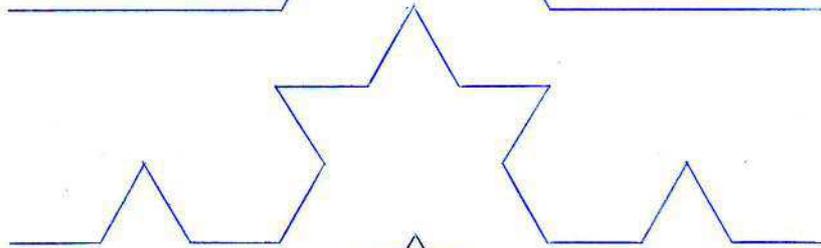
La courbe de von Koch est un des exemples les plus simples de fractales. Elle a été inventée par Helge von Koch au début du XXème siècle. Sa courbe se construit à partir d'un simple triangle équilatéral:

**1ère étape:**

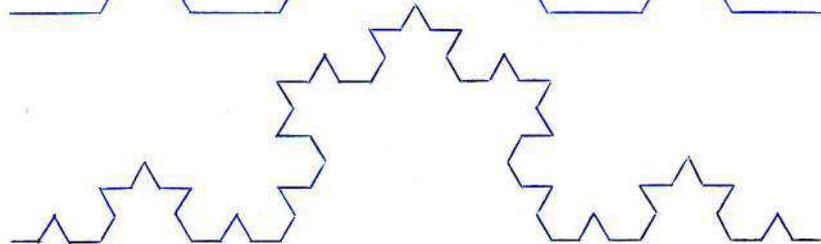
on dessine un simple motif  
triangulaire:

**2ème étape:**

on répète ce motif sur  
chaque segment:

**3ème étape:**

et on recommence:

**4ème étape:**

et on recommence indéfiniment.

L'empilement final est incompréhensible sans recherche chacun des triangles.

On remarque que, plus on avance dans les étapes, plus la longueur de la courbe est grande sans que l'aire sous la courbe augmente significativement.

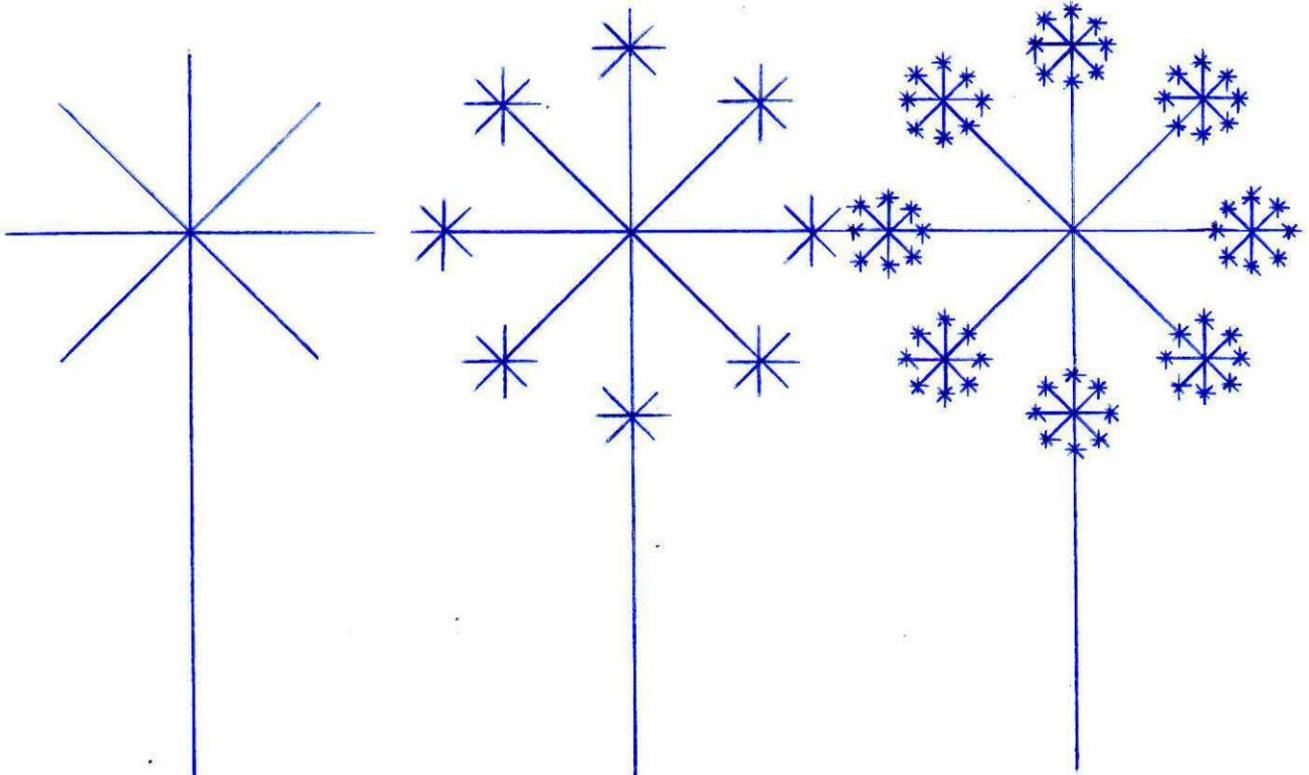
### **§ 3. Propriétés des fractales**

Les fractales (à deux dimensions) permettent de construire des figures qui ont des longueurs ou des périmètres qui deviennent très grands (qui tendent vers l'infini), alors que les aires des surfaces restent bornées (elles ne tendent pas vers l'infini).

Il existe aussi des fractales à trois dimensions, dont la propriété est que le volume concerné reste fini, alors que l'aire totale tend vers l'infini.

**§ 4. Fleur fractale**

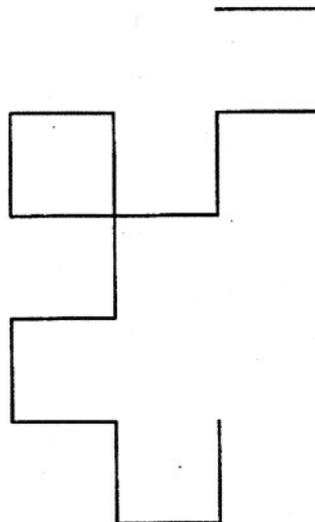
Voici les trois premières étapes de la construction d'une fleur fractale:



**§ 4. Courbe fractale**

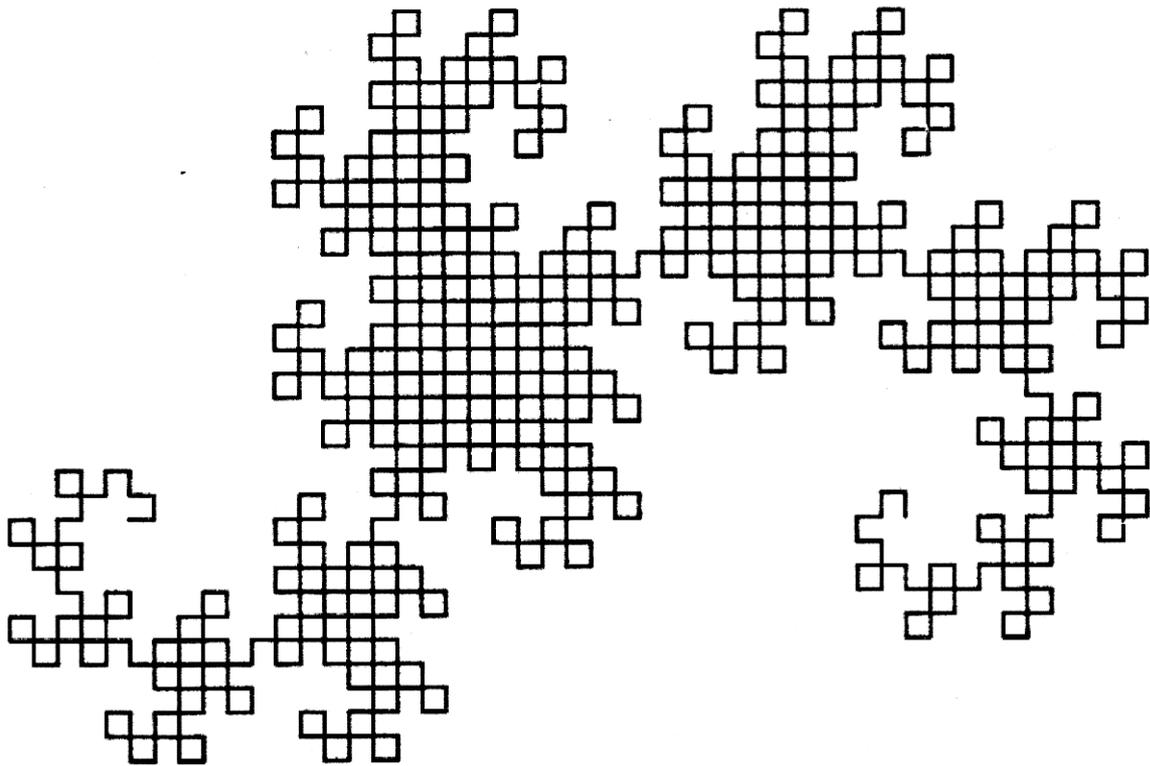
Voici les différentes étapes de la construction d'une courbe fractale:

1ère étape:

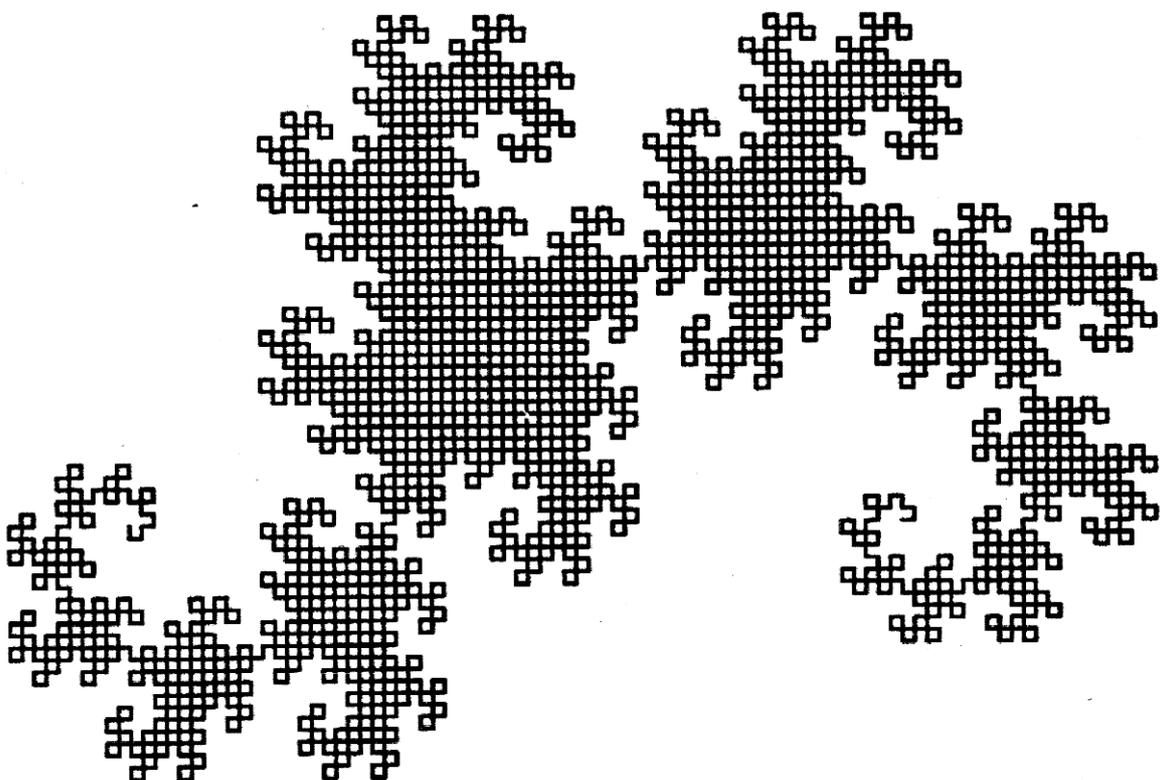




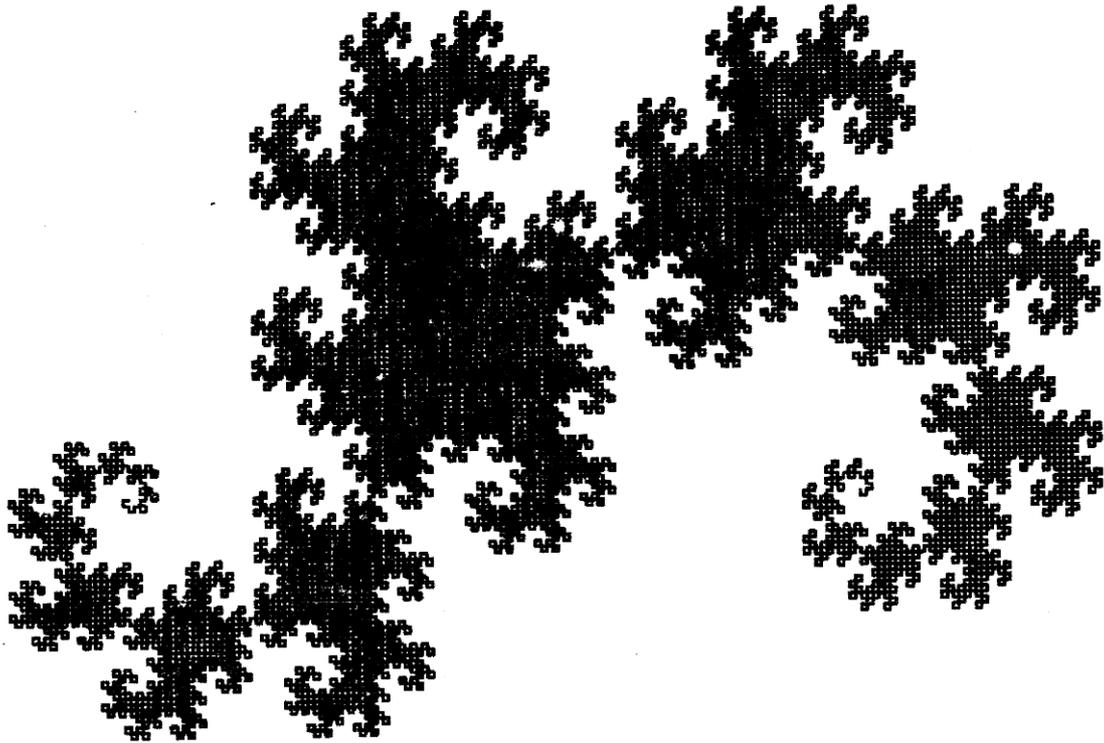
5ème étape:



6ème étape:



7ème étape:



§ 5. Eponge de Menger

Il existe aussi bien sûr des fractales à trois dimensions. En voici un exemple, l'**éponge de Menger**:

