

# Géométrie

## Constructions des droites et points remarquables dans les triangles

### § 1. Droites et points remarquables dans les triangles

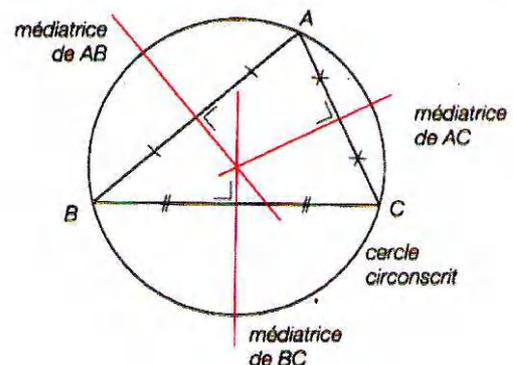
#### Les médiatrices:

Les médiatrices des côtés d'un triangle se coupent en un même point.

Ce point est le centre du cercle qui passe par les trois sommets du triangle.

Ce cercle est appelé le cercle circonscrit au triangle.

Il est à remarquer que les médiatrices se coupent parfois à l'extérieur du triangle.

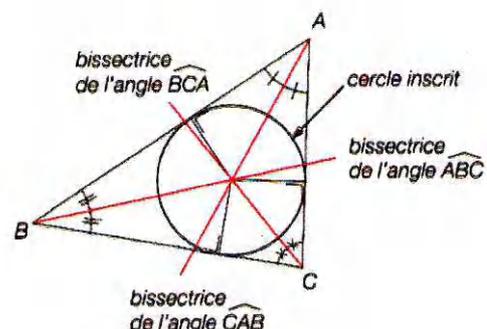


#### Les bissectrices:

Les bissectrices des angles d'un triangle se coupent en un même point.

Ce point est le centre du cercle qui est tangent (c'est-à-dire qui touche mais ne coupe pas) aux trois côtés du triangle.

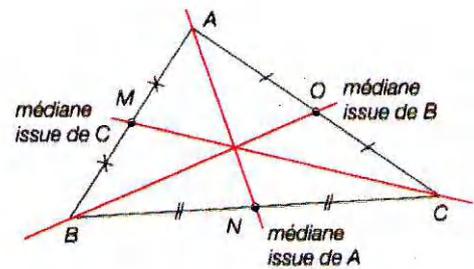
Ce cercle est appelé le cercle inscrit dans le triangle.



### Les médianes:

Les **médianes d'un triangle** se coupent en un même point.

L'intersection des médianes est appelé le **centre de gravité du triangle**.

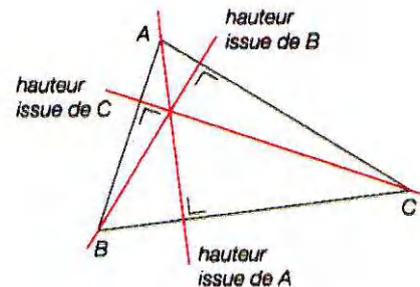


### Les hauteurs:

Les **hauteurs d'un triangle** se coupent en un même point.

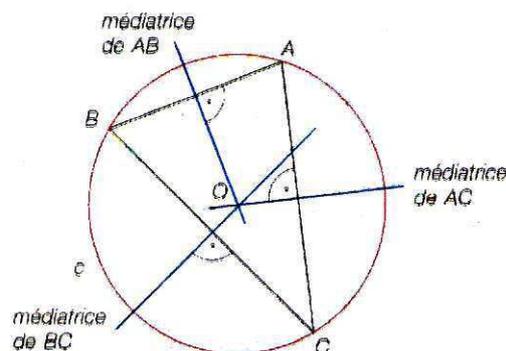
L'intersection des hauteurs est appelée l'**orthocentre du triangle**.

Il est à remarquer que les hauteurs d'un triangle se coupent parfois à l'extérieur du triangle.



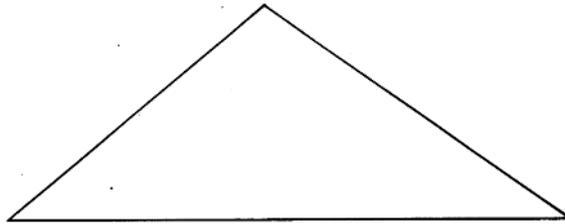
## § 2. Construction du centre et du cercle circonscrit à un triangle

Un **cercle circonscrit à un triangle** est un cercle passant par les trois sommets de ce triangle. Son centre est l'intersection des médiatrices des côtés du triangle.



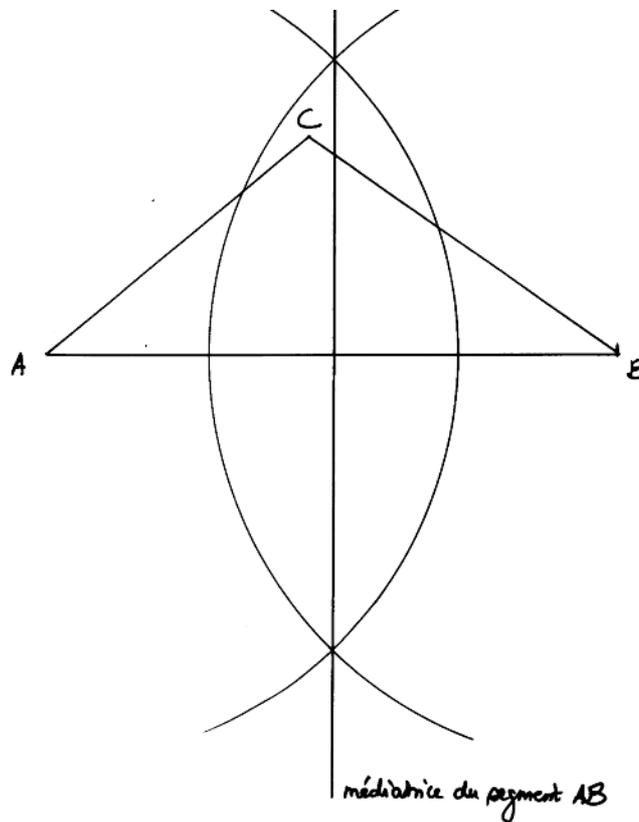
Il est à remarquer que, le plus souvent, un polygone à plus de trois côtés ne possède pas de cercle circonscrit.

Pour **construire le centre et le cercle circonscrit du triangle** ci-dessous:

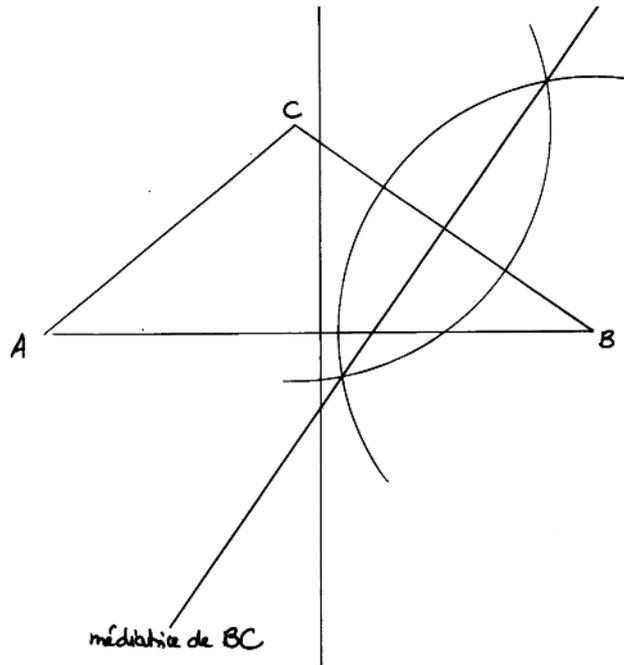


on procède comme suit:

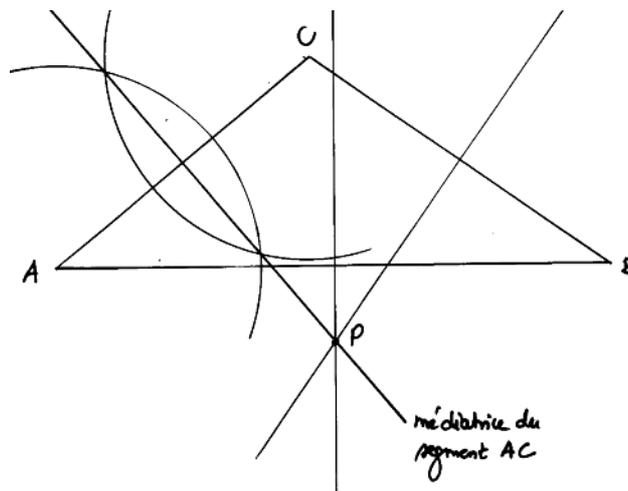
**1ère étape:** On nomme les trois sommets du triangle (A, B et C) et on commence par construire la médiatrice du segment AB:



**2ème étape:** On continue en construisant la médiatrice du segment BC:

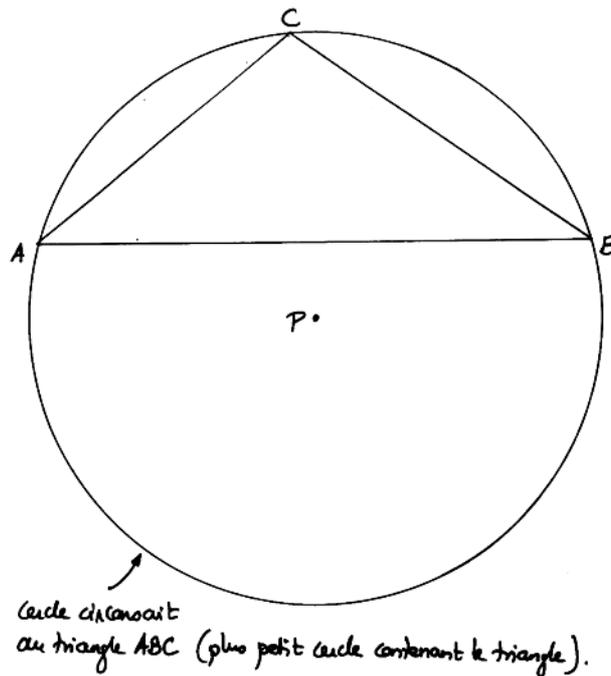


**3ème étape:** On construit finalement la médiatrice du segment AC:



Les trois médiatrices doivent se couper au même point (P). Ce point est appelé le **centre du cercle circonscrit du triangle**.

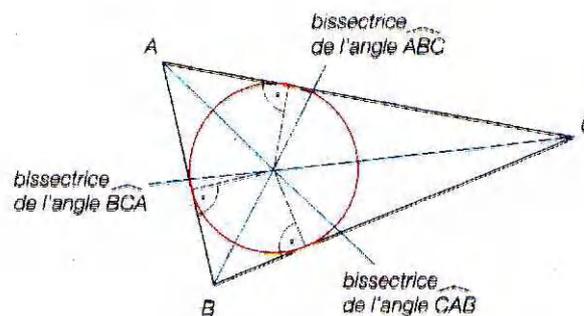
On peut alors dessiner le cercle centré au point P (centre du cercle circonscrit) et passant par les sommets A, B et C du triangle: c'est le **cercle circonscrit au triangle**:



### § 3. Construction du centre et du cercle inscrit dans un triangle

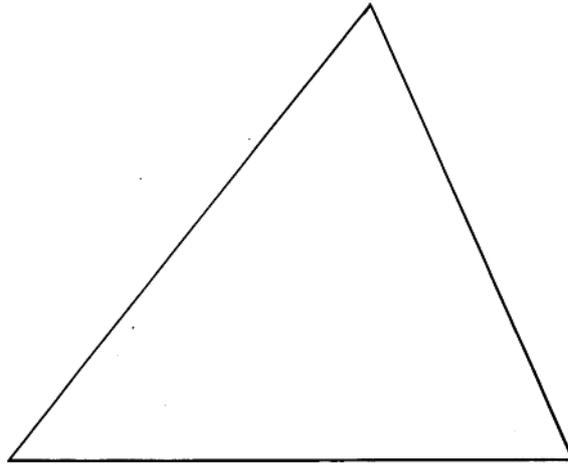
Un **cercle inscrit dans un triangle** est un cercle tangent (qui touche mais ne coupe pas) aux trois côtés de ce triangle.

Son centre est l'intersection des bissectrices des angles du triangle.



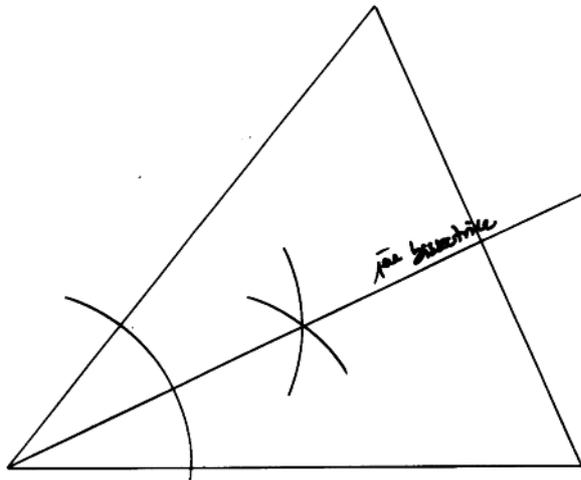
Il est à remarquer que, le plus souvent, un polygone à plus de trois côtés ne possède pas de cercle inscrit.

Pour **construire le centre et le cercle inscrit dans le triangle** ci-dessous:

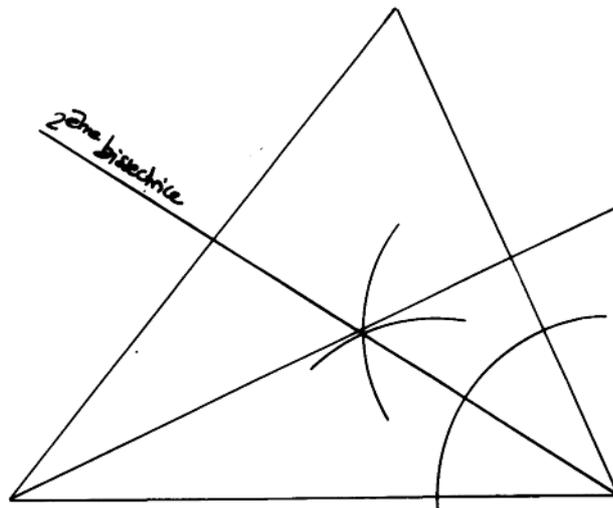


on procède comme suit:

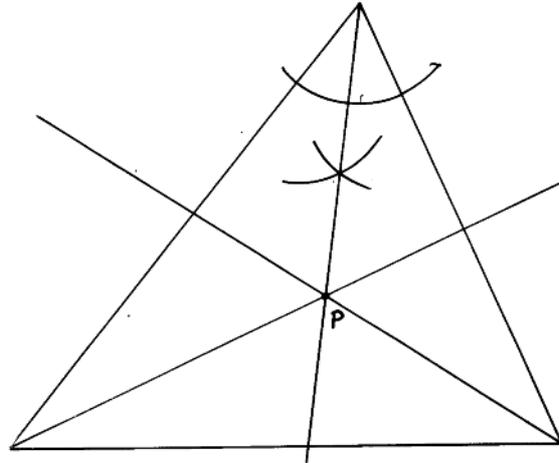
**1ère étape:** On construit la bissectrice d'un des angles du triangle:



**2ème étape:** On construit la bissectrice d'un deuxième angle du triangle:

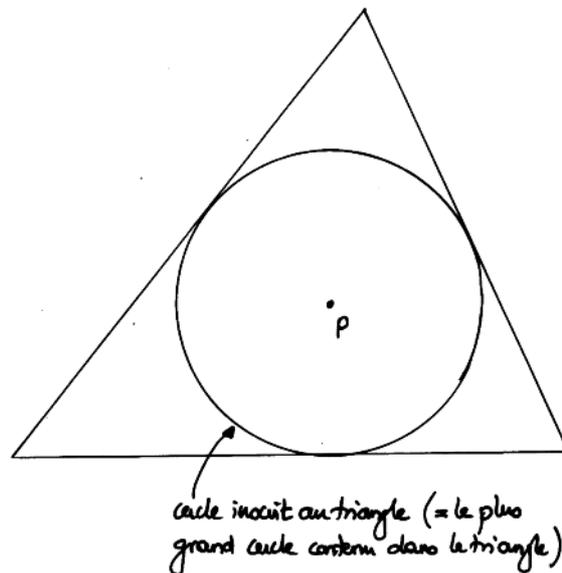


**3ème étape:** On construit la bissectrice du troisième angle du triangle:



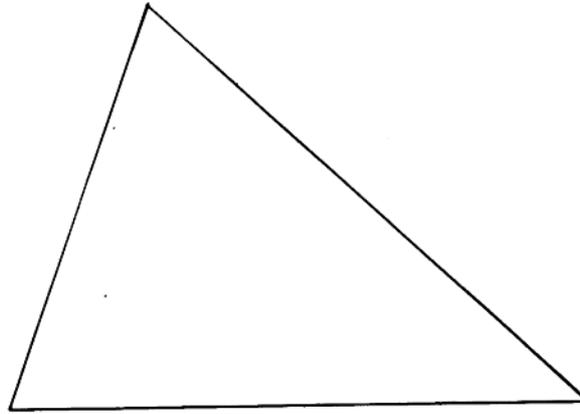
Les trois bissectrices ainsi construites doivent se couper à un même point (P), point que l'on appelle le **centre du cercle inscrit dans le triangle**.

On peut alors dessiner le cercle centré au point P (centre du cercle inscrit) et touchant les côtés du triangle (sans les couper et avoir une partie de chaque côté): c'est le **cercle inscrit dans le triangle**:



## § 4. Construction du centre de gravité d'un triangle

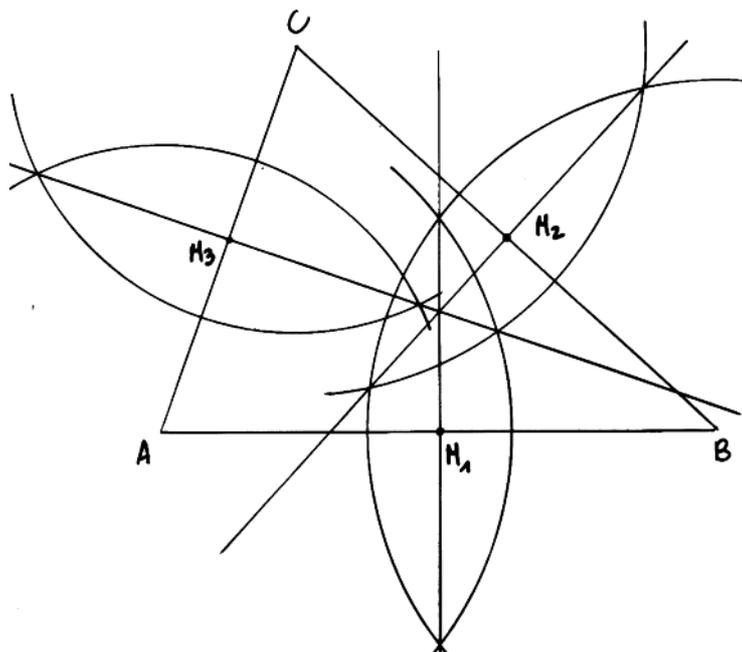
Pour construire le **centre de gravité du triangle** ci-dessous:



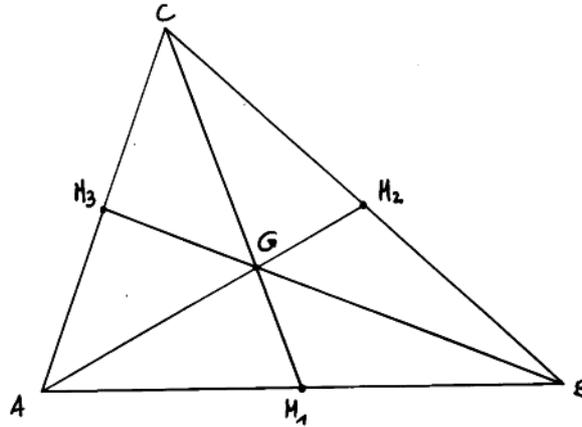
on procède de la manière suivante:

il faut construire les trois médianes de ce triangle et trouver leur point d'intersection, qui sera le centre de gravité.

**1ère étape:** On construit les trois médiatrices du triangles. Les intersections de ces médiatrices avec les côtés du triangle nous donne les points  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$ . Ces points sont les milieux des côtés du triangle:

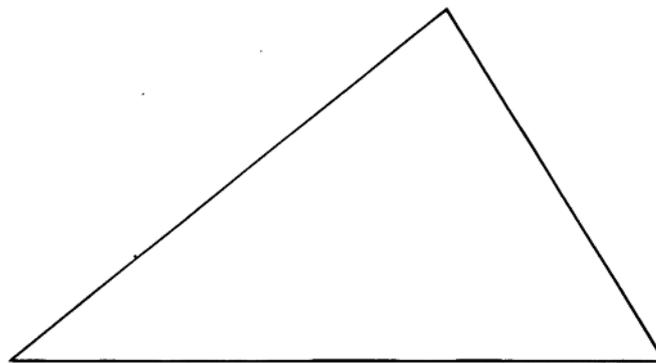


**2ème étape:** On trace alors les segments reliant  $M_1$  au sommet opposé (C),  $M_2$  au sommet opposé (A) et  $M_3$  au sommet opposé (B). Ces trois segments sont les médianes du triangle. Elles doivent se couper en un seul point (P). Ce point est appelé le **centre de gravité du triangle**:



### § 5. Construction de l'orthocentre d'un triangle

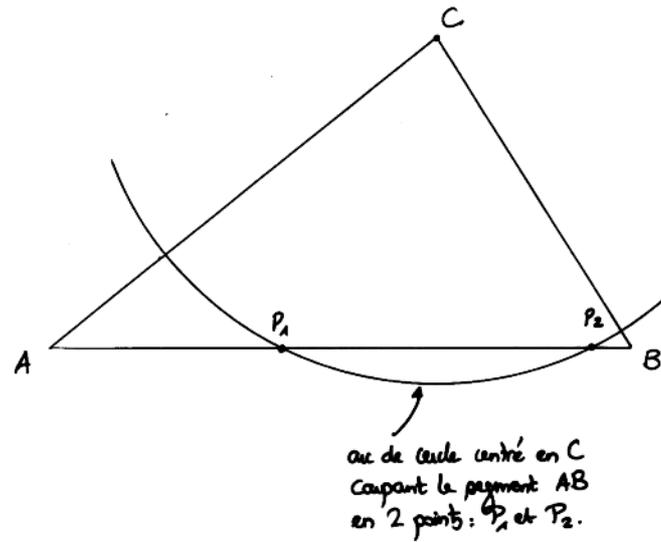
Pour **construire l'orthocentre du triangle** ci-dessous:



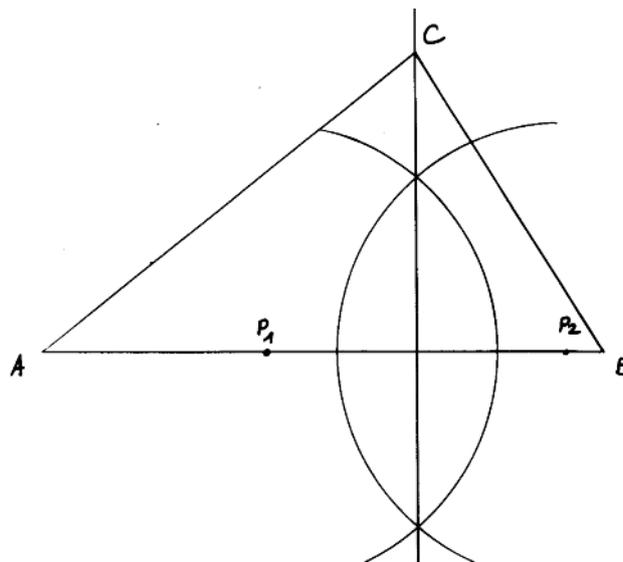
on procède de la manière suivante:

il faut construire les trois hauteurs de ce triangle et trouver leur point d'intersection, qui sera l'orthocentre.

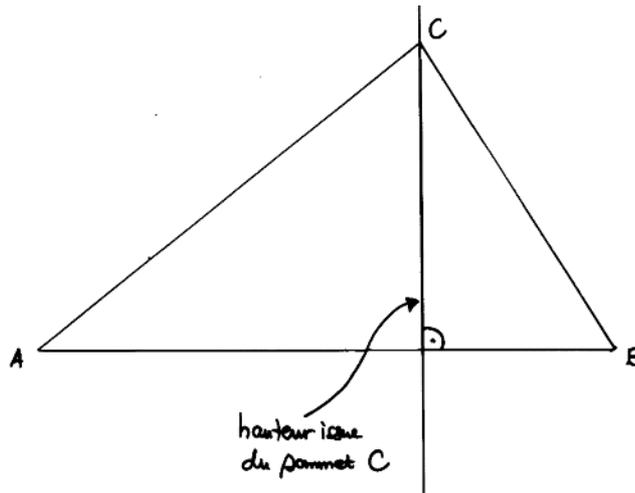
**1ère étape:** On nomme les sommets du triangle (A, B et C). On trace un arc de cercle centré en C et coupant le côté AB. Cela nous donne les points  $P_1$  et  $P_2$ :



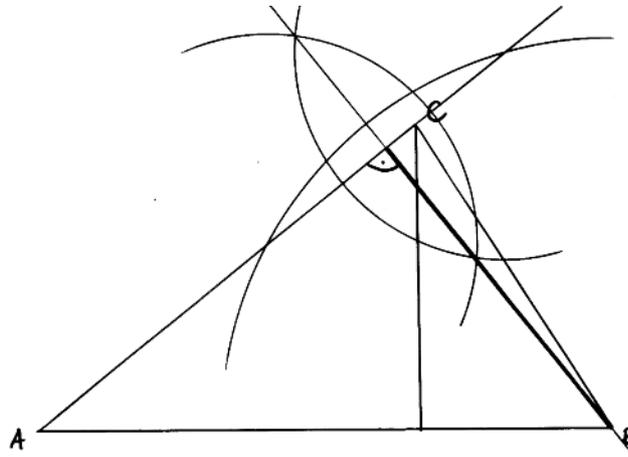
**2ème étape:** On construit la médiatrice du segment  $P_1P_2$ :



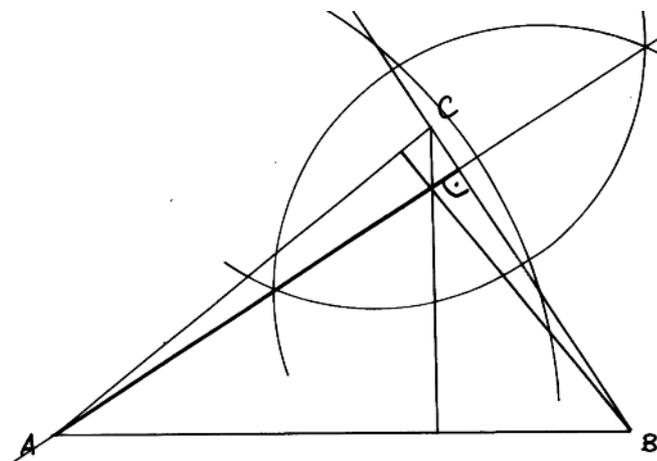
**3ème étape:** Cette médiatrice est en fait exactement la hauteur du triangle passant par le sommet  $C$ . On parle de hauteur issue du sommet  $C$ :



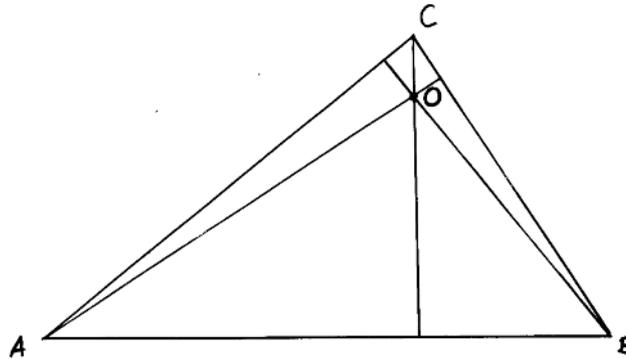
**4ème étape:** On procède de même pour construire la hauteur issue du sommet B:



**5ème étape:** On procède de même pour construire la hauteur issue du sommet A:

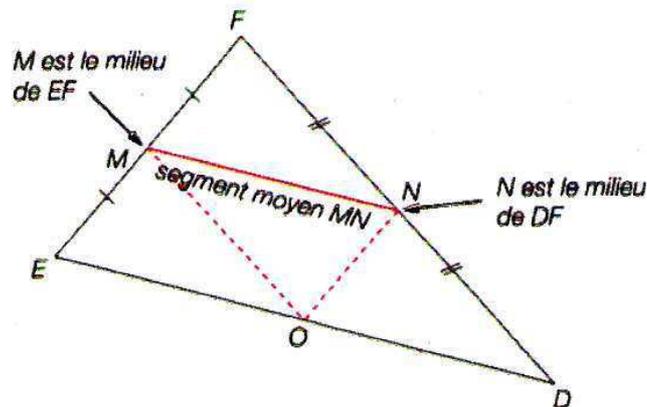


Les trois hauteurs construites doivent alors se couper en un point unique (O). Ce point est appelé l'**orthocentre du triangle**.



### § 6. Segment moyen dans un triangle

Un **segment moyen dans un triangle** est un segment qui relie les milieux de deux côtés de ce triangle:



Ce segment moyen mesure la moitié de la longueur du troisième côté:  $MN = \frac{ED}{2}$ .

Il est parallèle au troisième côté:  $MN \parallel ED$ .