Exercice 1

Pour que $B'C'$ soit parallèle à BC, il faut que les triangles ABC et $AB'C'$ soient semblables (autrement dit qu'ils aient les mêmes angles).

Le facteur de similitude entre ABC et $A'B'C'$ est, d'après les données, soit $\frac{AC'}{AC}$, soit $\frac{AB'}{AB}$.

Or $\frac{AC'}{AC} = \frac{23}{40} = 0,575$ et $\frac{AB'}{AB} = \frac{11}{19} \cong 0,5789$.

Comme $\frac{AC'}{AC} \neq \frac{AB'}{AB}$, les triangles ABC et $AB'C'$ ne sont pas semblables, et on en déduit que $\underline{B'C' \text{ n'est pas parallèle à } BC}$.

Exercice 2

On sait que $B'C' \parallel BC$.
Cela signifie que les triangles ABC et $AB'C'$ sont semblables.
Le facteur de similitude est donné par $\frac{AC'}{AC}$ ou $\frac{AB'}{AB}$, et on a $\frac{AC'}{AC} = \frac{AB'}{AB}$.

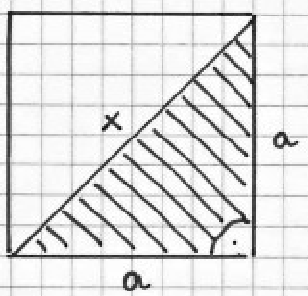
On a: $AC' = x$, $AC = 46$, $AB' = 34 - x$, $AB = 34$.

Ainsi $\frac{AC'}{AC} = \frac{AB'}{AB} \Longrightarrow$

$$
\begin{array}{l|l}
\frac{x}{46} = \frac{34-x}{34} & \cdot 46 \\
x = \frac{46(34-x)}{34} & \cdot 34 \\
34x = 46(34-x) & \text{Distributivité} \\
34x = 1564 - 46x & + 46x \\
80x = 1564 & : 80 \\
x = 19,55 &
\end{array}
$$

Donc $\underline{\underline{x = 19,55.}}$

Exercice 3



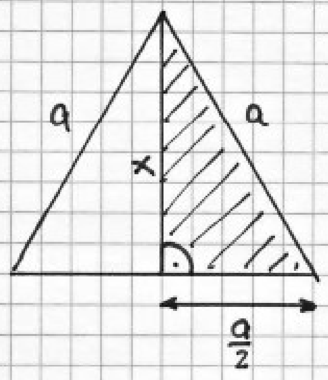
Dans le triangle rectangle hachuré, on peut appliquer le théorème de Pythagore.

On a alors $x^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow x^2 = 2a^2 \Rightarrow x = \sqrt{2a^2} \Rightarrow x = \sqrt{2}\sqrt{a^2}$

$\Rightarrow x = \sqrt{2}\,a$.

La diagonale d'un carré de côté a vaut donc $\sqrt{2}\,a$.

Exercice 4



Dans le triangle rectangle hachuré, on peut appliquer le théorème de Pythagore.

On a alors $a^2 = x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$a^2 = x^2 + \frac{a^2}{4}$

$\frac{3a^2}{4} = x^2$

$x = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3a^2}}{\sqrt{4}}$

$= \frac{\sqrt{3}\sqrt{a^2}}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

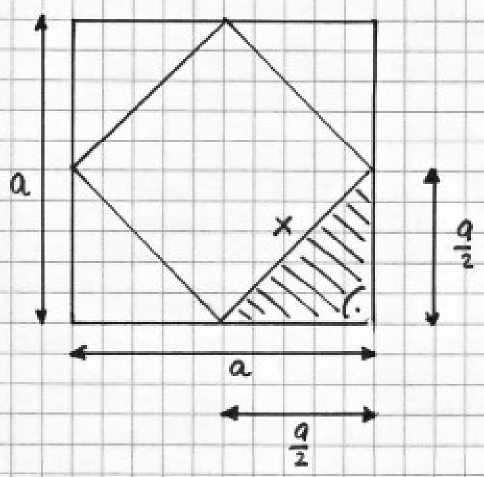
Calcul

$-\frac{a^2}{4}$

$\sqrt{}$

La hauteur d'un triangle équilatéral de côté a est $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Exercice 5



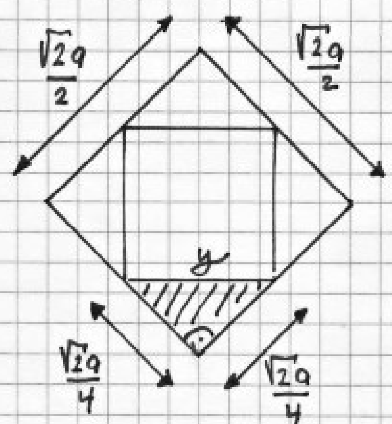
On peut utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle hachuré.

On a alors $x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$

$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$

(on ne laisse normalement pas de racine au dénominateur).

Ainsi le côté du premier carré emboîté vaut $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.



On peut utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle hachuré.

On a alors $y^2 = \left(\frac{\sqrt{2}a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{4}\right)^2 =$

$= \frac{2a^2}{16} + \frac{2a^2}{16} = \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{8} = \frac{a^2}{4}$

$\Rightarrow y = \sqrt{\frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{4}} = \frac{a}{2}$.

Ainsi le côté du deuxième carré emboîté vaut $\frac{a}{2}$.

Exercice 6

On sait que $360° = 2\pi$ rad.

Ainsi $1° = \frac{2\pi}{360}$ rad $= \frac{\pi}{180}$ rad.

On a alors:

a) $150° = 150\frac{\pi}{180}$ rad $= \underline{\underline{\frac{5\pi}{6} \text{ rad.}}}$

b) $-60° = -60\frac{\pi}{180}$ rad $= \underline{\underline{-\frac{\pi}{3} \text{ rad.}}}$

c) $225° = 225\frac{\pi}{180}$ rad $= \underline{\underline{\frac{5\pi}{4} \text{ rad.}}}$

d) $120° = 120\frac{\pi}{180}$ rad $= \underline{\underline{\frac{2\pi}{3} \text{ rad.}}}$

e) $-135° = 135\frac{\pi}{180}$ rad $= \underline{\underline{\frac{3\pi}{4} \text{ rad.}}}$

f) $210° = 210\frac{\pi}{180}$ rad $= \underline{\underline{\frac{7\pi}{6} \text{ rad.}}}$

Exercice 7

On sait que 2π rad $= 360°$.

Ainsi π rad $= 180°$.

On a alors :

a) $\frac{2\pi}{3}$ rad $= \frac{2}{3} \cdot 180° = \underline{\underline{120°.}}$

b) $\frac{11\pi}{6}$ rad $= \frac{11}{6} \cdot 180° = \underline{\underline{330°.}}$

c) $\frac{3\pi}{4}$ rad $= \frac{3}{4} \cdot 180° = \underline{\underline{135°.}}$

d) $\frac{5\pi}{6}$ rad $= \frac{5}{6} \cdot 180° = \underline{\underline{150°.}}$

e) $\frac{4\pi}{3}$ rad $= \frac{4}{3} \cdot 180° = \underline{\underline{240°.}}$

f) $\frac{11\pi}{4}$ rad $= \frac{11}{4} \cdot 180° = \underline{\underline{495°}} = 495° - 360° = \underline{\underline{135°.}}$

g) $-\frac{7\pi}{2}$ rad $= -\frac{7}{2} \cdot 180° = \underline{\underline{-630°}} = -630° + 360° = \underline{\underline{-270°.}}$

h) 7π rad $= 7 \cdot 180° = \underline{\underline{1260°}} = 1260° - 3 \cdot 360° = \underline{\underline{180°.}}$

i) $\frac{\pi}{9}$ rad $= \frac{1}{9} \cdot 180° = \underline{\underline{20°.}}$

j) $-\frac{5\pi}{2}$ rad $= -\frac{5}{2} \cdot 180° = \underline{\underline{-450°}} = -450° + 360° = \underline{\underline{-90°.}}$

k) 9π rad $= 9 \cdot 180° = \underline{\underline{1620°}} = 1620° - 4 \cdot 360° = \underline{\underline{180°.}}$

l) $\frac{\pi}{16}$ rad $= \frac{1}{16} \cdot 180° = \underline{\underline{11{,}25°.}}$

Exercice 8

On sait que $2\pi \text{ rad} = 360°$.

Ainsi $1 \text{ rad} = \frac{360°}{2\pi} = \frac{180°}{\pi}$.

On a alors

a) $\theta = 2 \text{ rad} = 2 \cdot \frac{180°}{\pi} = \frac{360°}{\pi} \cong 114,591559° = 114° + 0,591559° =$
$= 114° + 0,591559 \cdot 60' \cong 114° + 35,49354156' = 114° + 35' + 0,49354156' =$
$= 114° + 35' + 0,49354156 \cdot 60'' \cong 114° + 35' + 29,6124936'' \cong$
$\cong 114° + 35' + 30'' = \underline{\underline{114°35'30''}}.$

b) $\theta = 1,5 \text{ rad} = 1,5 \cdot \frac{180°}{\pi} = \frac{270°}{\pi} \cong 85,94366927° = 85° + 0,94366927° =$
$= 85° + 0,94366927 \cdot 60' \cong 85° + 56,62015618' = 85° + 56' + 0,62015618' =$
$= 85° + 56' + 0,62015618 \cdot 60'' \cong 85° + 56' + 37,2093705 6'' \cong$
$\cong 85° + 56' + 37'' = \underline{\underline{85°56'37''}}.$

c) $\theta = 5 \text{ rad} = 5 \cdot \frac{180°}{\pi} = \frac{900°}{\pi} \cong 286,4788976° = 286° + 0,4788976° =$
$= 286° + 0,4788976 \cdot 60' \cong 286° + 28,7338539' = 286° + 28' + 0,7338539' =$
$= 286° + 28' + 0,7338539 \cdot 60'' \cong 286° + 28' + 44,031234'' \cong$
$\cong 286° + 28' + 44'' = \underline{\underline{286°28'44''}}.$

d) $\theta = 4 \text{ rad} = 4 \cdot \frac{180°}{\pi} = \frac{720°}{\pi} \cong 229,1831181° = 229° + 0,1831181° =$
$= 229° + 0,1831181 \cdot 60' \cong 229° + 10,98708312' = 229° + 10' + 0,98708312' =$
$= 229° + 10' + 0,98708312 \cdot 60'' \cong 229° + 10' + 59,2249872'' \cong$
$\cong 229° + 10' + 59'' = \underline{\underline{229°10'59''}}.$

Exercice 9

a) $37°41' = 37° + 41' = 37° + \frac{41}{60}° = 37° + 0{,}68\overline{3}° = 37{,}68\overline{3}° \cong \underline{\underline{37{,}6833°.}}$

b) $83°17' = 83° + 17' = 83° + \frac{17}{60}° = 83° + 0{,}28\overline{3}° = 83{,}28\overline{3}° \cong \underline{\underline{83{,}2833°.}}$

c) $115°26'27'' = 115° + 26' + 27'' = 115° + \frac{26}{60}° + \frac{27}{60^2}° = 115° + 0{,}4\overline{3}° + 0{,}0075° = 115{,}4408\overline{3}° \cong \underline{\underline{115{,}4408°.}}$

d) $258°39'52'' = 258° + 39' + 52'' = 258° + \frac{39}{60}° + \frac{52}{60^2}° = 258° + 0{,}65° + 0{,}01\overline{4}° = 258{,}66\overline{4}° \cong \underline{\underline{258{,}6644°.}}$

Exercice 10

a) Soit r le rayon du cercle.

Le périmètre du cercle vaut $2\pi r$.

Il correspond à un angle au centre de $360° = 2\pi$ rad.

On a alors les équivalences suivantes:

$$\begin{array}{rcccl} & 2\pi\,\text{rad} & \longleftrightarrow & 2\pi r & \\ :(2\pi) & 1\,\text{rad} & \longleftrightarrow & r & :(2\pi) \\ \cdot 4 & \theta = 4\,\text{rad} & \longleftrightarrow & 4r & \cdot 4 \end{array}$$

On a ainsi la relation $L = 4r$.

Comme $L = 10$ cm, on en déduit que $4r = 10$, d'où $r = 2{,}5$ cm.

Le rayon du cercle est donc $\underline{\underline{2{,}5\,\text{cm}}}$.

b) Soit r le rayon du cercle.

Le périmètre du cercle vaut $2\pi r$.

Il correspond à un angle au centre de $360°$.

On a alors les équivalences suivantes:

$$\begin{array}{rcccl} & 360° & \longleftrightarrow & 2\pi r & \\ :360 & 1° & \longleftrightarrow & \frac{2\pi r}{360} = \frac{\pi r}{180} & :360 \\ \cdot 20 & \theta = 20° & \longleftrightarrow & 20 \cdot \frac{\pi r}{180} = \frac{\pi r}{9} & \cdot 20 \end{array}$$

On a ainsi la relation $L = \frac{\pi r}{9}$.

Comme $L = 3$ km, on en déduit que $\frac{\pi r}{9} = 3 \Rightarrow \pi r = 27 \Rightarrow r = \frac{27}{\pi} \cong 8{,}594$ km.

Le rayon du cercle est donc $\underline{\underline{\frac{27}{\pi} \cong 8{,}594\,\text{km}}}$.

Exercice 11

1) a) Le périmètre du cercle entier vaut $2\pi r = 2\pi \cdot 8 = 16\pi$.

Il correspond à un angle au centre de $360°$.

On a alors les équivalences suivantes:

$$\begin{array}{rccll}
 & 360° & \longleftrightarrow & 16\pi & \\
:360 \downarrow & & & & \downarrow :360 \\
 & 1° & \longleftrightarrow & \dfrac{16\pi}{360} = \dfrac{2\pi}{45} & \\
\cdot 45 \downarrow & & & & \downarrow \cdot 45 \\
 & 45° & \longleftrightarrow & 2\pi &
\end{array}$$

La longueur de l'arc de cercle est donc $\underline{\underline{2\pi \cong 6,283 \text{ cm}}}$.

b) Le périmètre du cercle entier vaut $2\pi r = 2\pi \cdot 9 = 18\pi$.

Il correspond à un angle au centre de $360°$.

On a alors les équivalences suivantes:

$$\begin{array}{rccll}
 & 360° & \longleftrightarrow & 18\pi & \\
:360 \downarrow & & & & \downarrow :360 \\
 & 1° & \longleftrightarrow & \dfrac{18\pi}{360} = \dfrac{\pi}{20} & \\
\cdot 120 \downarrow & & & & \downarrow \cdot 120 \\
 & 120° & \longleftrightarrow & 120 \cdot \dfrac{\pi}{20} = 6\pi &
\end{array}$$

La longueur de l'arc de cercle est donc $\underline{\underline{6\pi \cong 18,8496 \text{ cm}}}$.

2) a) L'aire du cercle entier vaut $\pi r^2 = \pi \cdot 8^2 = 64\pi$.

Il correspond à un angle au centre de $360°$.

On a alors les équivalences suivantes:

$$\begin{array}{rccll}
 & 360° & \longleftrightarrow & 64\pi & \\
:360 \downarrow & & & & \downarrow :360 \\
 & 1° & \longleftrightarrow & \dfrac{64\pi}{360} = \dfrac{8\pi}{45} & \\
\cdot 45 \downarrow & & & & \downarrow \cdot 45 \\
 & 45° & \longleftrightarrow & 8\pi &
\end{array}$$

L'aire du secteur circulaire est donc $\underline{\underline{8\pi \cong 25,133 \text{ cm}^2}}$.

b) L'aire du cercle entier vaut $\pi r^2 = \pi \cdot 9^2 = 81\pi$.

Il correspond à un angle au centre de $360°$.

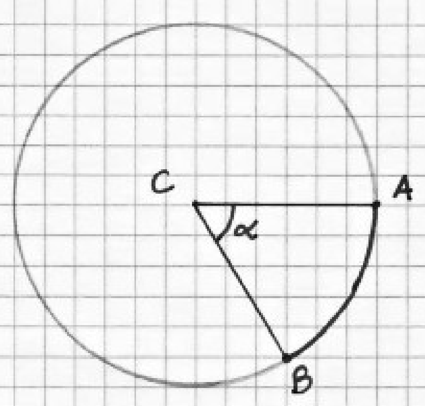
On a alors les équivalences suivantes:

$$\begin{array}{rccll}
 & 360° & \longleftrightarrow & 81\pi & \\
:360 \downarrow & & & & \downarrow :360 \\
 & 1° & \longleftrightarrow & \dfrac{81\pi}{360} = \dfrac{9\pi}{40} & \\
\cdot 120 \downarrow & & & & \downarrow \cdot 120 \\
 & 120° & \longleftrightarrow & 120 \cdot \dfrac{9\pi}{40} = 27\pi &
\end{array}$$

L'aire du secteur circulaire est donc $\underline{\underline{27\pi \cong 84,823 \text{ cm}^2}}$.

Exercice 12

Coupe de la Terre selon le cercle passant par C, A et B :



La distance entre A et B correspond à la longueur de l'arc de cercle entre A et B.
Le rayon de la Terre est $12'800 : 2 = 6400$ km.
Le périmètre du cercle entier est $2\pi r = 2\pi \cdot 6400 \cong 40'212$ km.
Il correspond à un angle au centre de $360°$.
On a donc les correspondances :

$$\begin{array}{rcl} 360° & \longleftrightarrow & 40'212 \text{ km} \\ 1° & \longleftrightarrow & 111{,}7 \text{ km} \\ \alpha° & \longleftrightarrow & 111{,}7\alpha \text{ km.} \end{array}$$

(: 360 de la première à la deuxième ligne, des deux côtés ; $\cdot\,\alpha$ de la deuxième à la troisième ligne)

a) Avec $\alpha = 30°$, la distance entre A et B est ainsi $111{,}7 \cdot 30 \cong \underline{\underline{3351 \text{ km.}}}$

b) Avec $\alpha = 1°$, la distance entre A et B est ainsi $111{,}7 \cdot 1 = \underline{\underline{111{,}7 \text{ km.}}}$

Exercice 13

D'après l'exercice précédent, on a la correspondance $\alpha^\circ \longleftrightarrow 111,7\alpha$ km.
Si la distance entre A et B vaut 800 km, on doit avoir $111,7\alpha = 800$

$$\Longrightarrow \alpha \cong 7,16^\circ.$$

Pour transformer cette mesure d'angle en radians, on utilise la correspondance:

$$360^\circ \longleftrightarrow 2\pi \text{ rad}.$$

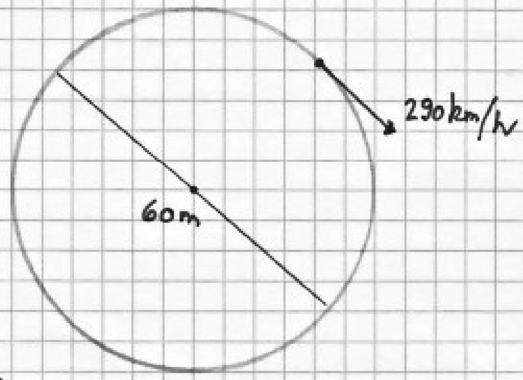
Ainsi

$$1^\circ \longleftrightarrow \frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

$$\text{et} \quad 7,16^\circ \longleftrightarrow \frac{\pi}{180}\cdot 7,16 = 0,125 \text{ rad}.$$

Par conséquent, l'angle ACB vaut $\underline{7,16^\circ = 0,125 \text{ rad}}$.

Exercice 14



Vu de dessus, le cylindre (la tornade) a la forme suivante :
Un point du cercle dessiné se déplace à 290 km/h.
Autrement dit, il effectue 290 km en 1h, c'est-à-dire $\frac{290}{60} \cong 4{,}83$ km en 1 min.
Le périmètre du cercle correspond à la distance parcourue en un tour. Il vaut $\pi \cdot 60 \cong 188{,}5\text{ m} = 0{,}1885\text{ km}$.
Si 0,1885 km correspond à un tour, alors 1 km correspond à 5,3 tours et 4,83 km correspond à 25,64 tours.

Ainsi, le coeur fait 25,64 tours en une minute.

Exercice 15

La Terre effectue un tour complet sur elle-même en 23h56min4s.

On a $23h56min4s = 23h + 56min + 4s = 23h + \frac{56}{60}h + \frac{4}{60^2}h = 23h + 0,9\overline{3}h + 0,00\overline{1}h =$

$= 23,93\overline{4}h$.

Un tour complet correspond à 2π radians.

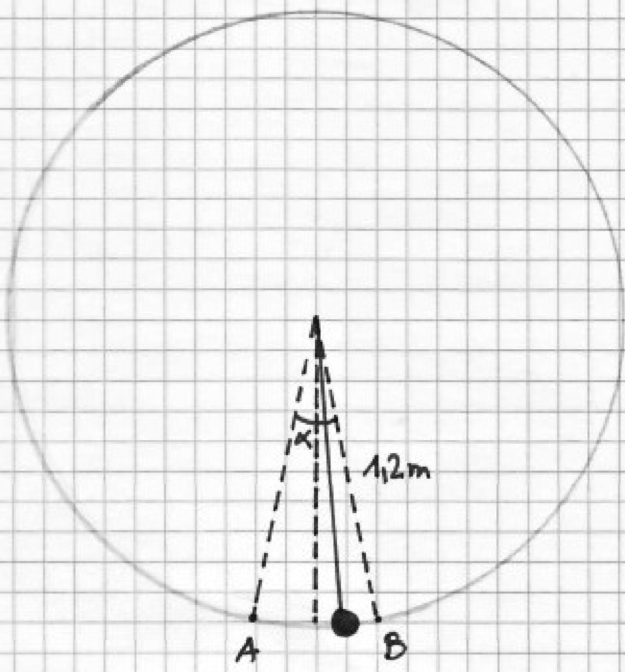
On a alors les correspondances suivantes :

$$\begin{array}{cccc} & 23,93\overline{4}\,h & \longleftrightarrow & 2\pi \text{ rad} \\ :23,93\overline{4} & 1h & \longleftrightarrow & 0,263 \text{ rad} & :23,93\overline{4} \\ :3600 & 1s & \longleftrightarrow & 0,000073 \text{ rad} & :3600 \\ & & & = 7,3.10^{-5} \text{ rad.} \end{array}$$

Ainsi la Terre tourne de $7,3.10^{-5}$ radians en une seconde.

Exercice 16

On a la situation suivante:

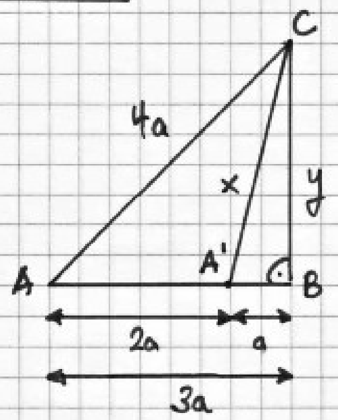


L'extrémité du balancier décrit un arc de cercle entre A et B de 15cm = 0,15m de longueur. Le rayon du cercle est 1,2m. On cherche l'angle au centre α.
Le périmètre du cercle entier est $2\pi r = 2\pi \cdot 1{,}2 \cong 7{,}54$m.
On a alors les correspondances suivantes:

$$\begin{array}{rcccl} & 7{,}54\text{m} & \longleftrightarrow & 360^\circ & \\ :7{,}54 & 1\text{m} & \longleftrightarrow & 47{,}75^\circ & :7{,}54 \\ \cdot 0{,}15 & 0{,}15\text{m} & \longleftrightarrow & 7{,}16^\circ & \cdot 0{,}15 \end{array}$$

L'angle parcouru par le pendule durant une oscillation est donc $7{,}16^\circ$.

Exercice 17



On va utiliser le théorème de Pythagore pour calculer dans un premier temps y, puis dans un deuxième temps x.

Le triangle ABC est rectangle en B.
Par le théorème de Pythagore, on a :

$$(4a)^2 = (3a)^2 + y^2 \Rightarrow 16a^2 = 9a^2 + y^2$$
$$\Rightarrow y^2 = 7a^2 \Rightarrow y = \sqrt{7a^2} = \sqrt{7}\sqrt{a^2} = \sqrt{7}\,a.$$

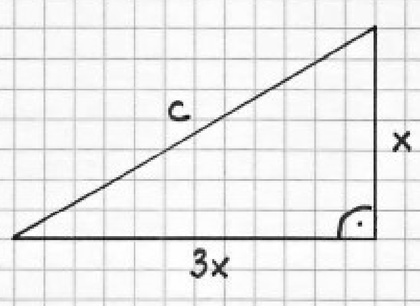
Le triangle A'BC est rectangle en B.
Par le théorème de Pythagore, on a :

$$x^2 = a^2 + y^2 \Rightarrow x^2 = a^2 + 7a^2 = 8a^2$$
$$\Rightarrow x = \sqrt{8a^2} = \sqrt{8}\sqrt{a^2} = \sqrt{8}\,a.$$

On a donc $\underline{\underline{x = \sqrt{8}\,a.}}$

Exercice 18

On a la situation suivante :



Par le théorème de Pythagore, on a : $c^2 = (3x)^2 + x^2 \Longrightarrow c^2 = 9x^2 + x^2$

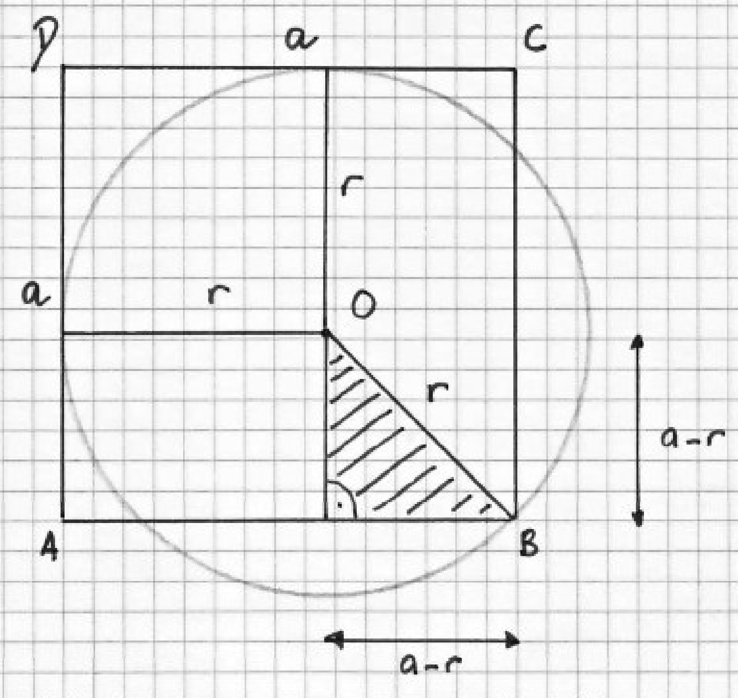
$$\Longrightarrow c^2 = 10x^2 \Longrightarrow x^2 = \frac{c^2}{10} \Longrightarrow x = \sqrt{\frac{c^2}{10}} = \frac{\sqrt{c^2}}{\sqrt{10}} = \frac{c}{\sqrt{10}}.$$

Comme on ne laisse normalement pas de racines aux dénominateurs de fractions, on va écrire : $x = \frac{c}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}\,c}{\sqrt{10}\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}\,c}{10}$.

Ainsi les côtés de l'angle droit sont $x = \frac{\sqrt{10}\,c}{10}$ et $3x = \frac{3\sqrt{10}\,c}{10}$.

Exercice 19

On a la situation suivante:
O est le centre du cercle.
r est le rayon du cercle.



On peut appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle hachuré.

On a $r^2 = (a-r)^2 + (a-r)^2 \Rightarrow r^2 = 2(a-r)^2 \Rightarrow r = \sqrt{2(a-r)^2} \Rightarrow r = \sqrt{2}\sqrt{(a-r)^2}$

$\Rightarrow r = \sqrt{2}(a-r) \Rightarrow r = \sqrt{2}a - \sqrt{2}r \Rightarrow r + \sqrt{2}r = \sqrt{2}a \Rightarrow (1+\sqrt{2})r = \sqrt{2}a$

$\Rightarrow r = \dfrac{\sqrt{2}a}{1+\sqrt{2}}$.

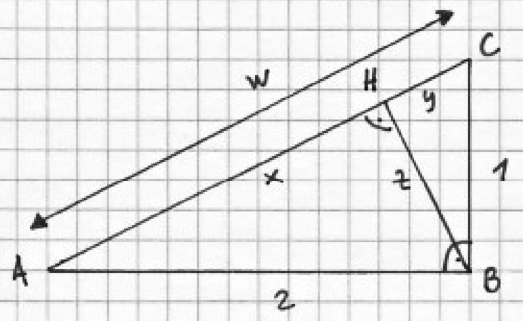
Comme on ne laisse généralement pas de racines aux dénominateurs de fractions, on va amplifier $r = \dfrac{\sqrt{2}a}{1+\sqrt{2}}$ par le conjugué de $1+\sqrt{2}$, c'est-à-dire $1-\sqrt{2}$:

$r = \dfrac{\sqrt{2}a}{1+\sqrt{2}} = \dfrac{(1-\sqrt{2})\sqrt{2}a}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \dfrac{(1-\sqrt{2})\sqrt{2}a}{1^2-(\sqrt{2})^2}$ par l'identité remarquable $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$.

Ainsi $r = \dfrac{(1-\sqrt{2})\sqrt{2}a}{1-2} = \dfrac{(1-\sqrt{2})\sqrt{2}a}{-1} = (\sqrt{2}-1)\sqrt{2}a = (\sqrt{2})^2a - \sqrt{2}a = 2a - \sqrt{2}a = (2-\sqrt{2})a$.

Le rayon du cercle est donc $\underline{\underline{(2-\sqrt{2})a}}$.

Exercice 20



Par le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC, on a : $w^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{w = \sqrt{5}}}$.

BH est une hauteur du triangle ABC.

Calculons l'aire du triangle ABC de 2 manières différentes :

1) aire $ABC = \dfrac{AB \cdot BC}{2} = \dfrac{2 \cdot 1}{2} = 1$.

2) aire $ABC = \dfrac{AC \cdot BH}{2} = \dfrac{w \cdot z}{2} = \dfrac{\sqrt{5}\, z}{2}$.

On doit donc avoir $\dfrac{\sqrt{5}\, z}{2} = 1 \Rightarrow \sqrt{5}\, z = 2 \Rightarrow z = \dfrac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow z = \dfrac{2\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} \Rightarrow \underline{\underline{z = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}}}$.

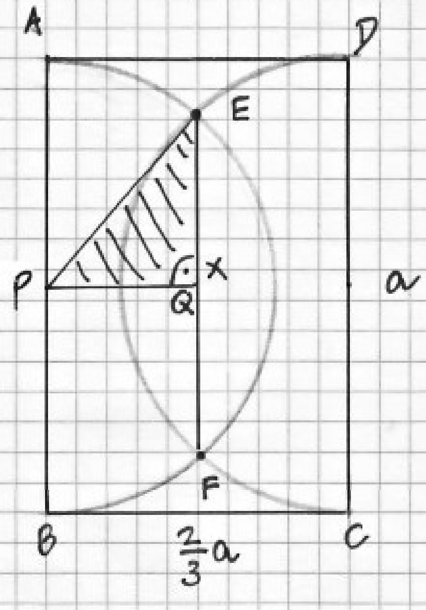
On utilise maintenant Pythagore dans le triangle rectangle ABH : on a :

$$2^2 = x^2 + z^2 \Rightarrow x^2 = 2^2 - z^2 = 4 - \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 4 - \frac{4 \cdot 5}{5^2} = 4 - \frac{4}{5} = \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{4\sqrt{5}}{5}}}.$$

Et on a finalement $y = w - x = \sqrt{5} - \dfrac{4\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \underline{\underline{y = \dfrac{\sqrt{5}}{5}}}$.

Exercice 21



Dans le triangle rectangle EPQ, on a $EP = AP = \frac{1}{2}a$, $PQ = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}a = \frac{1}{3}a$ et $EQ = \frac{x}{2}$.

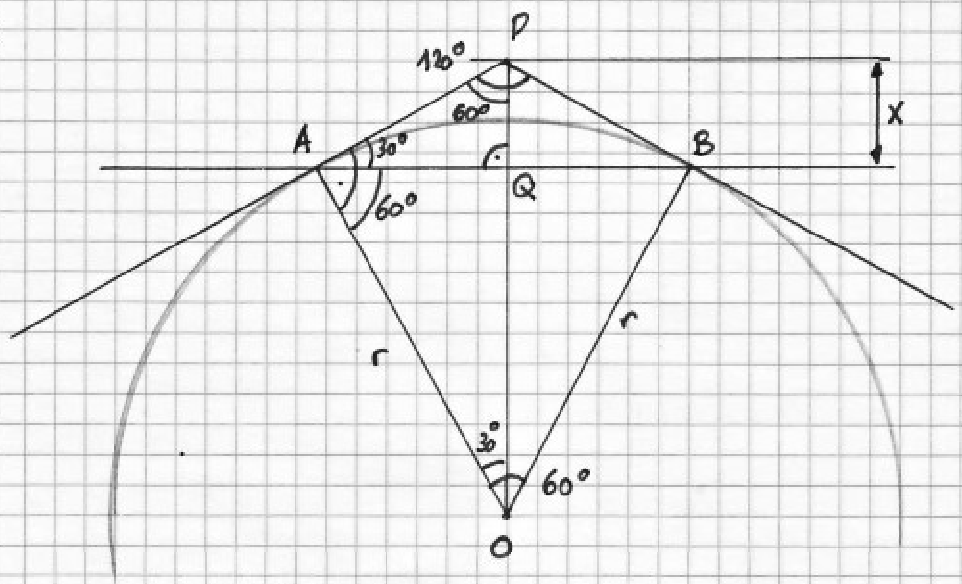
Avec le théorème de Pythagore, on obtient : $EP^2 = PQ^2 + EQ^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \left(\frac{1}{3}a\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{9}a^2 + \frac{x^2}{4} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{9} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{5a^2}{36} \Rightarrow x^2 = \frac{5a^2}{9} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{5a^2}{9}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{5a^2}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5}a}{3}.$$

Ainsi la longueur EF vaut $\underline{\underline{\frac{\sqrt{5}a}{3}}}$.

Exercice 22



Une droite tangente à un cercle est toujours perpendiculaire au rayon du cercle reliant le centre et le point de tangence.

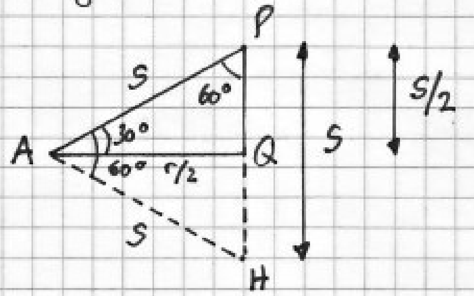
Comme $\widehat{APB} = 120°$, on a $\widehat{APO} = 60°$ et $\widehat{AOP} = 30°$.

On a de même $\widehat{OAQ} = 60°$ et $\widehat{OAQ} = 60°$.

Le triangle rectangle AOQ est ainsi la moitié du triangle ABO, triangle qui est équilatéral.

Ainsi $AB = AO = BO = r$ et $AQ = \frac{r}{2}$.

Similairement, le triangle rectangle APQ est la moitié d'un triangle équilatéral:



Avec le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle APQ, on a:

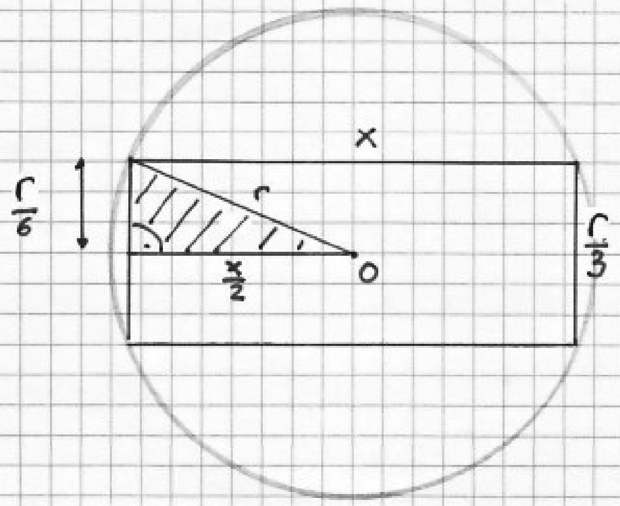
$$AP^2 = AQ^2 + PQ^2 \Rightarrow s^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2 \Rightarrow s^2 = \frac{r^2}{4} + \frac{s^2}{4} \Rightarrow \frac{r^2}{4} = \frac{3s^2}{4}$$

$$\Rightarrow r^2 = 3s^2 \Rightarrow r = \sqrt{3s^2} = \sqrt{3}\,s.$$

Or $s = PH = 2PQ = 2x$.

On obtient ainsi $\underline{\underline{r = 2\sqrt{3}\,x.}}$

Exercice 23



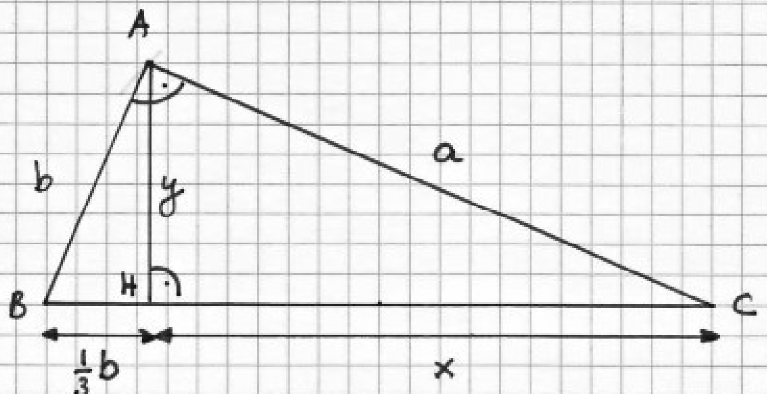
Avec le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle hachuré, on a :

$$r^2 = \left(\frac{r}{6}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Rightarrow r^2 = \frac{r^2}{36} + \frac{x^2}{4} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = r^2 - \frac{r^2}{36} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{35r^2}{36}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{35r^2}{9} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{35r^2}{9}} = \frac{\sqrt{35}\,r}{3}.$$

Ainsi la longueur du rectangle est $\underline{\underline{\frac{\sqrt{35}\,r}{3}}}$.

Exercice 24



Par le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABH, on a :

$$b^2 = \left(\frac{1}{3}b\right)^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = b^2 - \left(\frac{1}{3}b\right)^2 = b^2 - \frac{1}{9}b^2 = \frac{8}{9}b^2 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{8}{9}b^2} = \frac{\sqrt{8}}{3}b.$$

On a de plus, par le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC :

$$BC^2 = b^2 + a^2 \Rightarrow BC = \sqrt{b^2+a^2}.$$

Comme $BC = BH + HC$, on a $HC = BC - BH = \sqrt{b^2+a^2} - \frac{1}{3}b$.

On conclut donc que $x = \sqrt{b^2+a^2} - \frac{1}{3}b$.

On utilise maintenant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ACH :

$$AC^2 = AH^2 + CH^2 \Rightarrow a^2 = y^2 + x^2 \Rightarrow a^2 = \left(\frac{\sqrt{8}}{3}b\right)^2 + \left(\sqrt{b^2+a^2} - \frac{1}{3}b\right)^2$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{8}{9}b^2 + b^2 + a^2 - \frac{2}{3}b\sqrt{b^2+a^2} + \frac{1}{9}b^2$$

$$\Rightarrow a^2 = \left(\frac{8}{9} + 1 + \frac{1}{9}\right)b^2 + a^2 - \frac{2}{3}b\sqrt{b^2+a^2}$$

$$\Rightarrow a^2 = 2b^2 + a^2 - \frac{2}{3}b\sqrt{b^2+a^2}$$

$$\Rightarrow 0 = 2b^2 - \frac{2}{3}b\sqrt{b^2+a^2}$$

$$\Rightarrow 2b^2 = \frac{2}{3}b\sqrt{b^2+a^2} \quad \text{avec } b \neq 0$$

$$\Rightarrow 2b = \frac{2}{3}\sqrt{b^2+a^2}$$

$$\Rightarrow 3b = \sqrt{b^2+a^2}$$

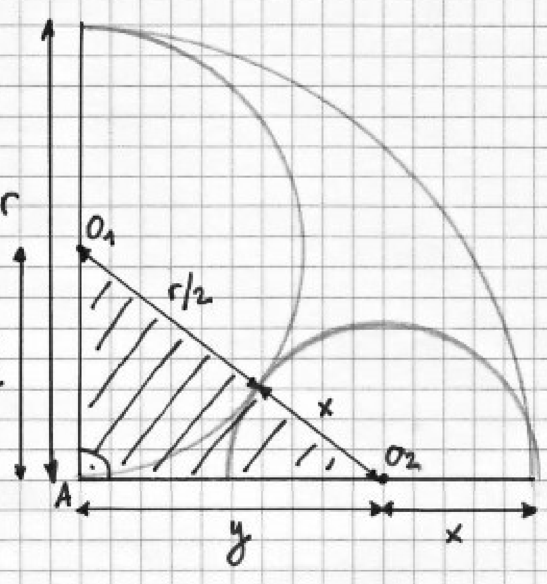
$$\Rightarrow (3b)^2 = b^2 + a^2$$

$$\Rightarrow 9b^2 = b^2 + a^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 8b^2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{a = \sqrt{8}\,b.}}$$

Exercice 25



Dans le triangle rectangle hachuré AO_1O_2, on applique le théorème de Pythagore :

$$O_1O_2^2 = AO_1^2 + AO_2^2 \Rightarrow \left(\frac{r}{2}+x\right)^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + y^2$$

$$\Rightarrow y^2 = \left(\frac{r}{2}+x\right)^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{r^2}{4} + rx + x^2 - \frac{r^2}{4} = rx + x^2 \Rightarrow y = \sqrt{rx+x^2}.$$

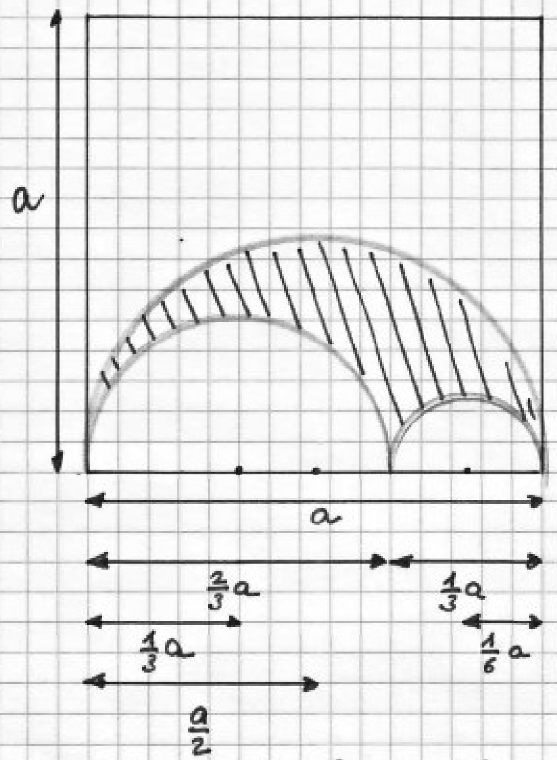
On a de plus $x + y = r$.

On obtient ainsi $x + \sqrt{rx+x^2} = r \Rightarrow \sqrt{rx+x^2} = r - x \Rightarrow rx + x^2 = (r-x)^2$

$\Rightarrow rx + x^2 = r^2 - 2rx + x^2 \Rightarrow rx = r^2 - 2rx \Rightarrow 3rx = r^2$ avec $r \neq 0$

$\Rightarrow 3x = r \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{r}{3}}}.$

Exercice 26

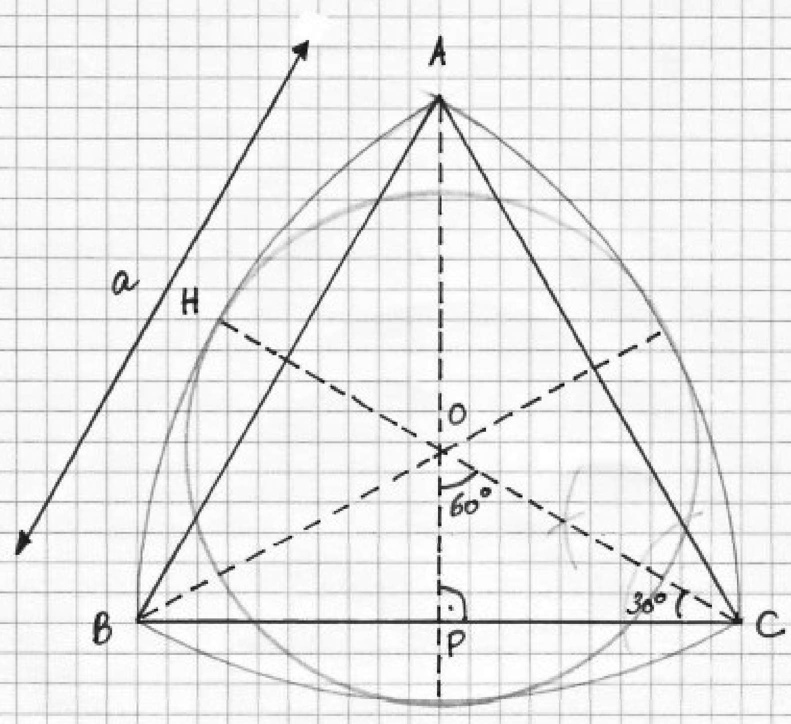


L'aire hachurée vaut $\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{3}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{6}\right)^2 =$

$$= \frac{1}{2}\pi\frac{a^2}{4} - \frac{1}{2}\pi\frac{a^2}{9} - \frac{1}{2}\pi\frac{a^2}{36} = \pi\frac{a^2}{8} - \pi\frac{a^2}{18} - \pi\frac{a^2}{72} =$$

$$= \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{18} - \frac{1}{72}\right)\pi a^2 = \underline{\underline{\frac{1}{18}\pi a^2}}.$$

Exercice 27

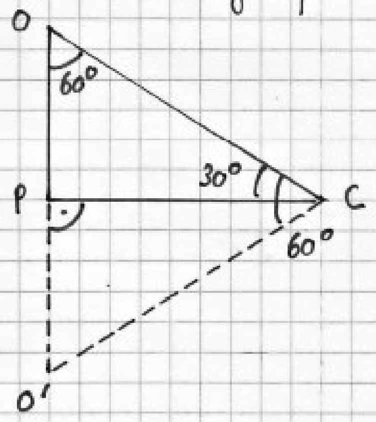


On commence par remarquer que le centre du grand cercle inscrit dans la figure est l'intersection des bissectrices du triangle équilatéral.

On a $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60°$. Ainsi $\widehat{BCH} = 30°$.

On en déduit que $\widehat{COP} = 60°$.

De plus le triangle rectangle COP est la moitié d'un triangle équilatéral :



On a $PC = \frac{a}{2}$ et $OP = \frac{OC}{2}$, c'est-à-dire $OC = 2OP$.

Utilisons le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OCP :

$$OC^2 = OP^2 + PC^2 \Rightarrow (2OP)^2 = OP^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow 4OP^2 = OP^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow 3OP^2 = \frac{a^2}{4} \Rightarrow OP^2 = \frac{a^2}{4.3} \Rightarrow OP = \sqrt{\frac{a^2}{4.3}} = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}a}{2(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}a}{2.3} = \frac{\sqrt{3}a}{6}.$$

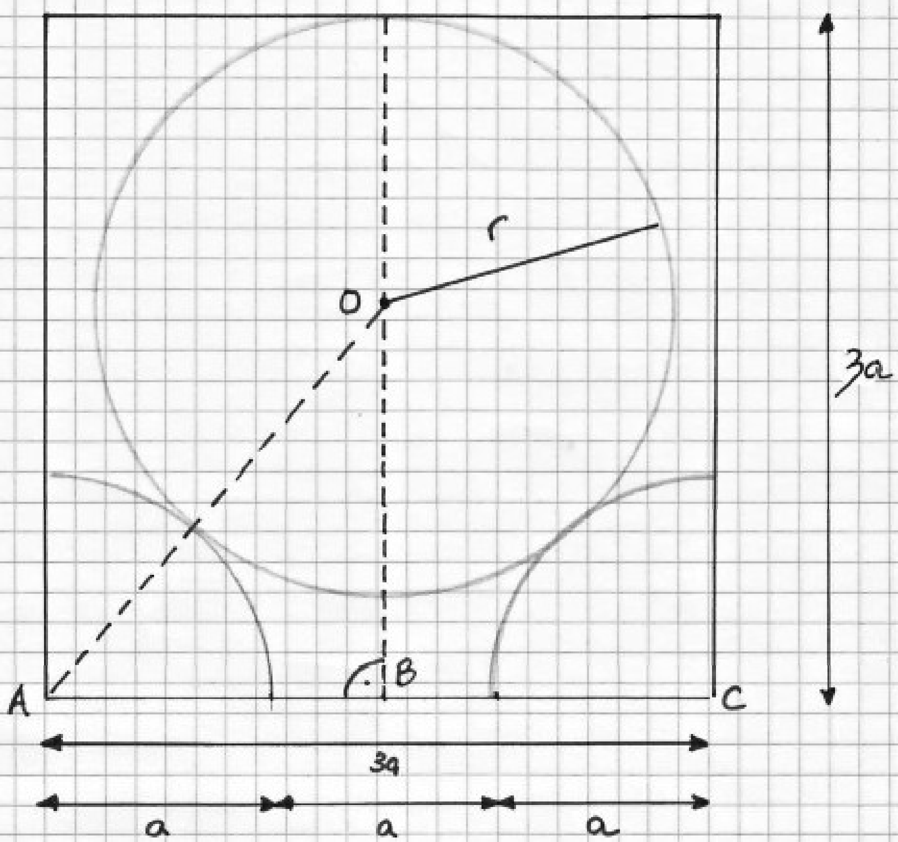
On en déduit que $OC = 2OP = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}a}{6} = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

On remarque de plus que $CH = a$.

Comme $CH = OC + OH$, on en déduit que $OH = CH - OC = a - \frac{\sqrt{3}a}{3} = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)a = \frac{3-\sqrt{3}}{3}a$.

Comme le rayon du grand cercle inscrit dans la figure est égal à OH, on en conclut que le rayon cherché vaut $\underline{\frac{3-\sqrt{3}}{3}a}$.

Exercice 28



On a : $OA = a + r$, $AB = \frac{3a}{2}$ (le point B est, par symétrie, le milieu de AC) et $OB = 3a - r$.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OAB :

$OA^2 = OB^2 + AB^2 \Rightarrow (a+r)^2 = (3a-r)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2$

$\Rightarrow a^2 + 2ar + r^2 = 9a^2 - 6ar + r^2 + \frac{9a^2}{4}$

$\Rightarrow a^2 + 2ar = 9a^2 - 6ar + \frac{9a^2}{4}$

$\Rightarrow a^2 + 8ar = 9a^2 + \frac{9a^2}{4}$

$\Rightarrow 8ar = 8a^2 + \frac{9a^2}{4}$

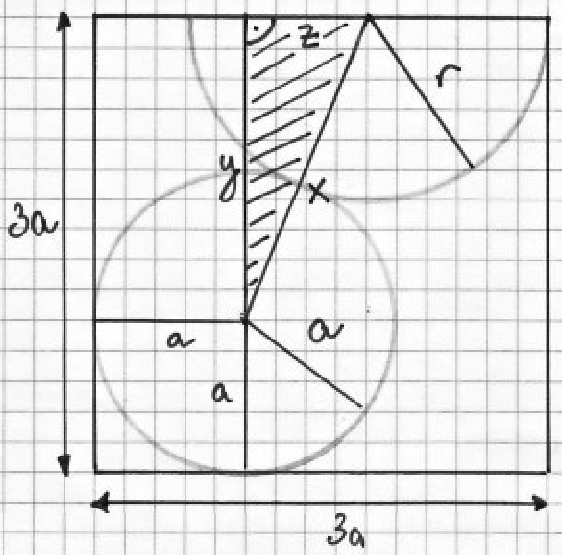
$\Rightarrow 8ar = \left(8 + \frac{9}{4}\right)a^2$

$\Rightarrow 8ar = \frac{41}{4}a^2$ avec $a \neq 0$

$\Rightarrow 8r = \frac{41}{4}a$

$\Rightarrow \underline{r = \frac{41}{32}a.}$

Exercice 29



On a : $x = a + r$,

$y = 3a - a = 2a$,

$z = 3a - a - r = 2a - r$.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle hachuré :

$$x^2 = y^2 + z^2 \Rightarrow (a+r)^2 = (2a)^2 + (2a-r)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + 2ar + r^2 = 4a^2 + 4a^2 - 4ar + r^2$$

$$\Rightarrow a^2 + 2ar = 4a^2 + 4a^2 - 4ar$$

$$\Rightarrow a^2 + 2ar = 8a^2 - 4ar$$

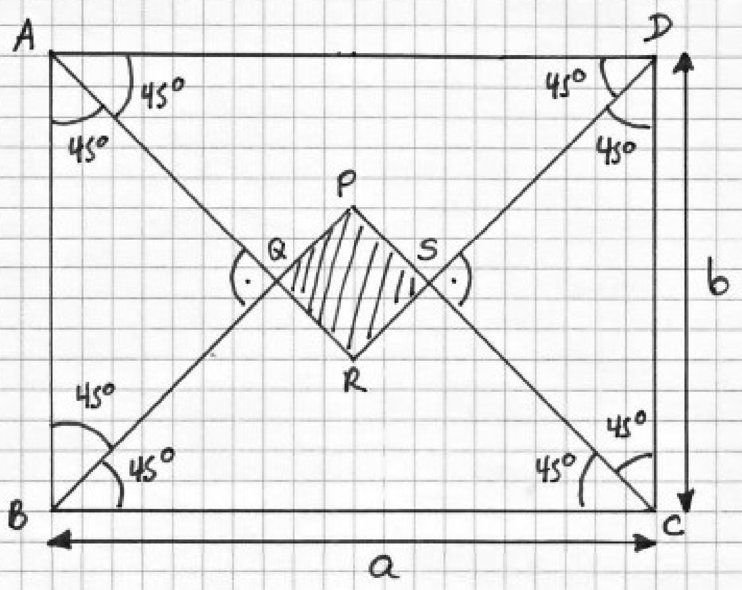
$$\Rightarrow a^2 + 6ar = 8a^2$$

$$\Rightarrow 6ar = 7a^2$$

$$\Rightarrow ar = \frac{7}{6}a^2 \quad \text{avec } a \neq 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{r = \frac{7}{6}a.}}$$

Exercice 30

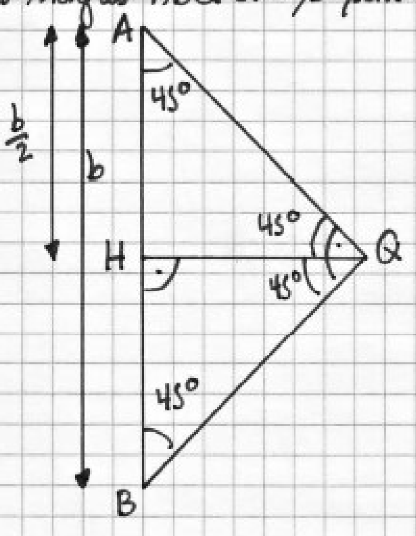


On va additionner les aires de ABQ, BCP, CDS et ADR.

Dans cette somme, il y aura 2 fois le carré PQRS.

En soustrayant à cette somme l'aire du rectangle ABCD, on obtiendra l'aire du carré PQRS.

Les triangles ABQ et CDS sont isométriques. Ils sont isocèles rectangles:



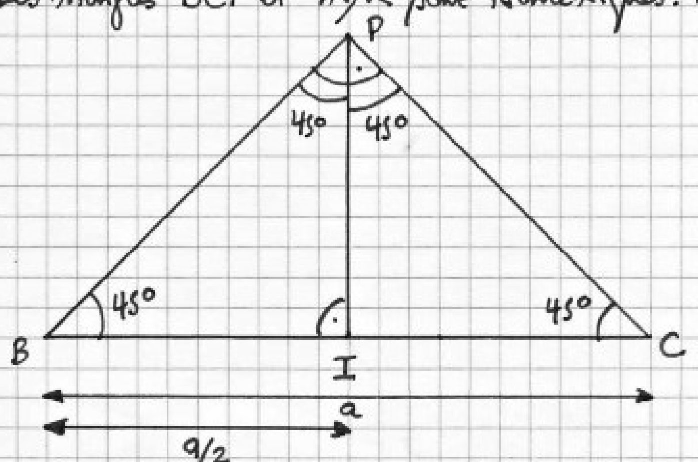
Les triangles AHQ et BHQ sont aussi isocèles rectangles.

On a alors $HQ = AH = BH = \frac{b}{2}$.

L'aire de ABQ, et donc celui de CDS, vaut donc

$$\frac{b\cdot b/2}{2} = \frac{1}{2}b\frac{b}{2} = \frac{b^2}{4}.$$

Les triangles BCP et ADR sont isométriques. Ils sont isocèles rectangles:



Les triangles BIP et CIP sont aussi isocèles rectangles.

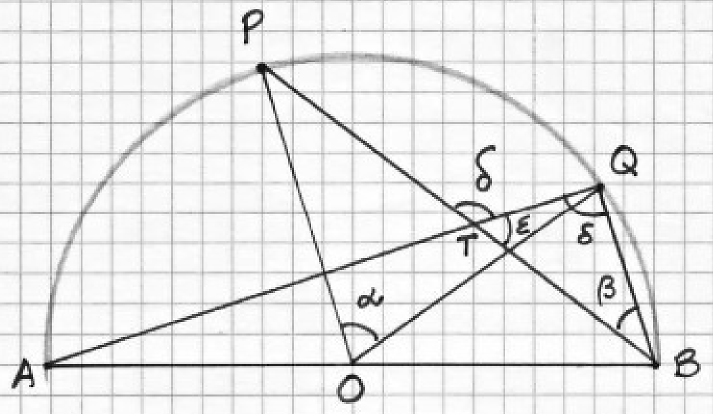
On a alors $IP = BI = CI = \frac{a}{2}$.

L'aire de BCP, et donc celui de ADR, vaut donc $\frac{a\cdot a/2}{2} = \frac{1}{2}a\frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$.

Ainsi: aire ABQ + aire BCP + aire CDS + aire ADR $= \frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} = \frac{a^2+b^2}{2}$.

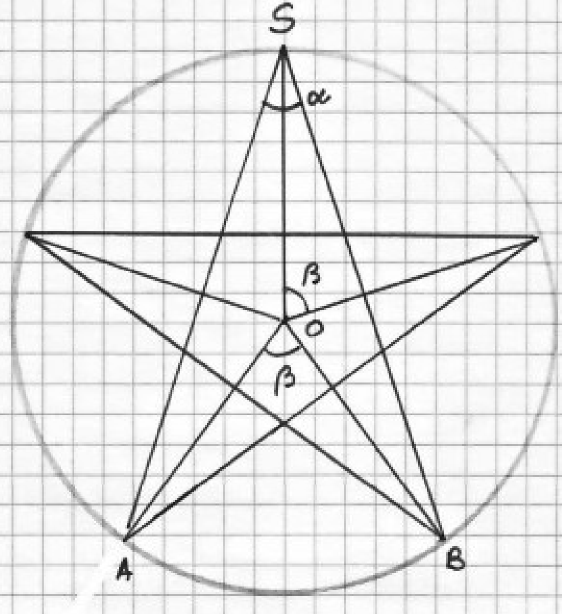
L'aire du carré PQRS est ainsi : $\frac{a^2+b^2}{2} - ab = \frac{a^2+b^2-2ab}{2} = \underline{\underline{\frac{(a-b)^2}{2}}}$.

Exercice 31



L'angle $\widehat{POQ}$ est un angle au centre. L'angle $\widehat{PBQ}$ est un angle inscrit.
Par la relation entre l'angle au centre et l'angle inscrit, on a que l'angle au centre est le double de l'angle inscrit : $\alpha = 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{\alpha}{2}$.
Comme AB est un diamètre du cercle, le triangle ABQ est rectangle en Q (cercle de Thalès). Ainsi $\delta = 90°$.
Dans le triangle BQT, on doit avoir $\beta + \delta + \varepsilon = 180°$.
Comme $\beta = \frac{\alpha}{2}$ et $\delta = 90°$, on a $\frac{\alpha}{2} + 90° + \varepsilon = 180° \Rightarrow \varepsilon = 90° - \frac{\alpha}{2}$.
Comme $\delta + \varepsilon = 180°$, on obtient finalement $\delta = 180° - \varepsilon = 180° - (90° - \frac{\alpha}{2}) =$
$= 180° - 90° + \frac{\alpha}{2} = \underline{\underline{90° + \frac{\alpha}{2}}}$.

Exercice 32



On a divisé le cercle en 5 secteurs circulaires égaux. Ainsi $\beta = \frac{360°}{5} = 72°$

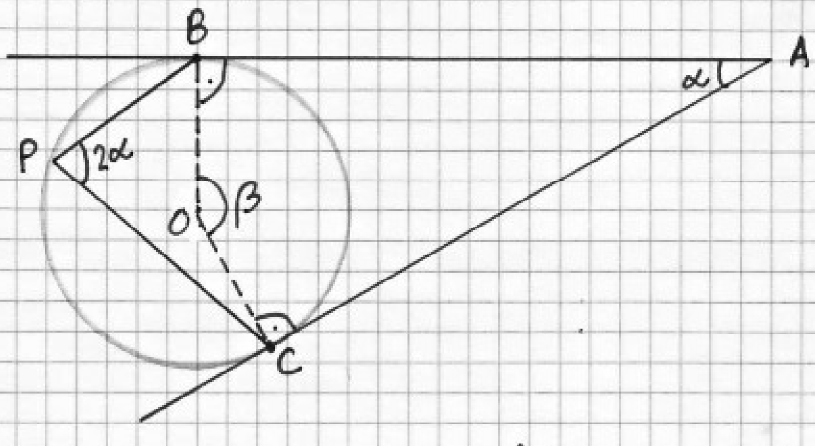
L'angle $\widehat{AOB}$ est un angle au centre. L'angle $\widehat{ASB}$ est un angle inscrit.

On sait que l'angle au centre est le double de l'angle inscrit.

Ainsi $\beta = 2\alpha$.

Avec $\beta = 72°$, on a $2\alpha = 72°$ et $\underline{\underline{\alpha = 36°}}$.

Exercice 33



Les tangentes au cercle sont perpendiculaires au rayon reliant le centre du cercle et le point de contacte.

La somme des 4 angles du quadrilatère ABOD vaut 360°.

Ainsi $\beta + 90° + \alpha + 90° = 360° \Longrightarrow \alpha + \beta + 180° = 360° \Longrightarrow \alpha + \beta = 180°$.

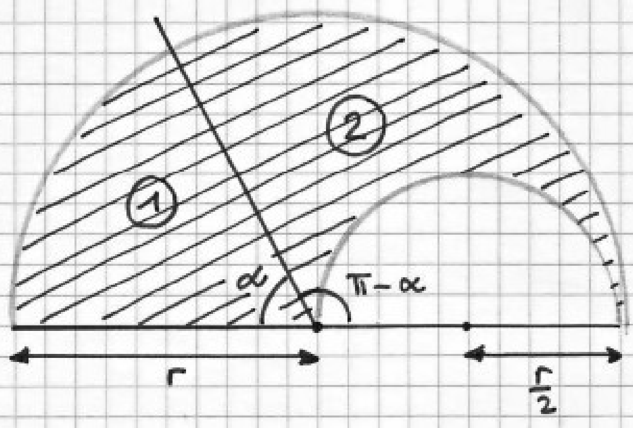
L'angle $\widehat{BOC}$ est un angle au centre. L'angle $\widehat{BPC}$ est un angle inscrit.

L'angle au centre vaut le double de l'angle inscrit.

Ainsi $\beta = 2 \cdot (2\alpha) = 4\alpha$.

Avec $\alpha + \beta = 180°$, on obtient $\alpha + 4\alpha = 180° \Longrightarrow 5\alpha = 180° \Longrightarrow \underline{\underline{\alpha = 36°}}$.

Exercice 34



L'aire du cercle entier de rayon r vaut πr^2.

L'aire du secteur circulaire (1) vaut :

$$\begin{array}{rcll}
 & \pi r^2 \longleftrightarrow 2\pi & \text{(cercle entier)} & \\
:\pi & r^2 \longleftrightarrow 2 & & :\pi \\
:2 & \frac{r^2}{2} \longleftrightarrow 1 & & :2 \\
\cdot\alpha & \frac{\alpha r^2}{2} \longleftrightarrow \alpha & & \cdot\alpha
\end{array}$$

aire de (1) $= \frac{\alpha r^2}{2}$.

L'aire du secteur circulaire (2) sans enlever le demi-cercle blanc :

$$\begin{array}{rcll}
 & \pi r^2 \longleftrightarrow 2\pi & \text{(cercle entier)} & \\
:\pi & r^2 \longleftrightarrow 2 & & :\pi \\
:2 & \frac{r^2}{2} \longleftrightarrow 1 & & :2 \\
\cdot(\pi-\alpha) & \frac{(\pi-\alpha) r^2}{2} \longleftrightarrow \pi-\alpha & & \cdot(\pi-\alpha)
\end{array}$$

aire de (2) sans enlever le demi-cercle blanc.

L'aire du demi-cercle blanc vaut $\frac{1}{2}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\pi\frac{r^2}{4} = \frac{\pi r^2}{8}$.

L'aire de la surface (2) (en enlevant le demi-cercle blanc) est par conséquent

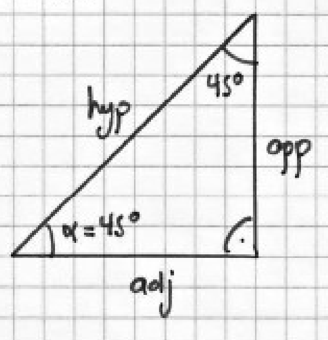
$$\frac{(\pi-\alpha)r^2}{2} - \frac{\pi r^2}{8} = \frac{4(\pi-\alpha)r^2}{8} - \frac{\pi r^2}{8} = \frac{4\pi r^2 - 4\alpha r^2 - \pi r^2}{8} = \frac{3\pi r^2 - 4\alpha r^2}{8} =$$
$$= \frac{(3\pi-4\alpha)r^2}{8}.$$

Aire de (1) = aire de (2) $\Rightarrow \frac{\alpha r^2}{2} = \frac{(3\pi-4\alpha)r^2}{8}$ avec $r \neq 0 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{3\pi-4\alpha}{8}$

$\Rightarrow 4\alpha = 3\pi - 4\alpha \Rightarrow 8\alpha = 3\pi \Rightarrow \underline{\alpha = \frac{3\pi}{8}}.$

Exercice 35

a)



On a opp = adj car le triangle est isocèle rectangle.

Ainsi $\sin\alpha = \frac{opp}{hyp}$, $\cos\alpha = \frac{adj}{hyp}$ et $\tan\alpha = \frac{opp}{adj}$.

Par le théorème de Pythagore, on a :

$$hyp^2 = opp^2 + adj^2 = opp^2 + opp^2 = 2opp^2.$$

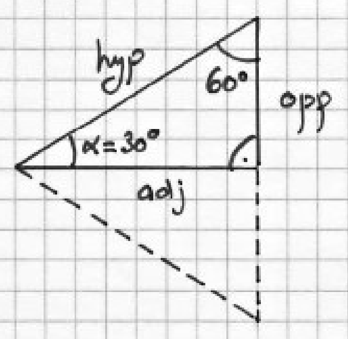
D'où $hyp = \sqrt{2opp^2} = \sqrt{2}\,opp$.

On a donc : $\sin\alpha = \frac{opp}{\sqrt{2}\,opp} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}}}.$

$$\cos\alpha = \frac{adj}{\sqrt{2}\,opp} = \frac{opp}{\sqrt{2}\,opp} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}}}.$$

$$\tan\alpha = \frac{opp}{adj} = \frac{opp}{opp} = \underline{\underline{1.}}$$

b)



Le triangle rectangle avec α = 30° est la moitié d'un triangle équilatéral. On en déduit que hyp = 2opp.

Par le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle, on a : $hyp^2 = adj^2 + opp^2 \Rightarrow (2opp)^2 = adj^2 + opp^2$

$\Rightarrow 4opp^2 = adj^2 + opp^2 \Rightarrow adj^2 = 3opp^2$

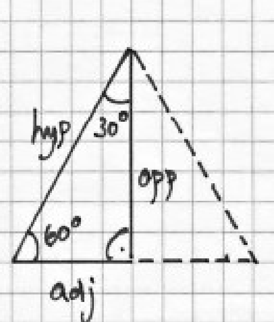
$\Rightarrow adj = \sqrt{3opp^2} = \sqrt{3}\,opp.$

On a donc : $\sin\alpha = \frac{opp}{2opp} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}.$

$$\cos\alpha = \frac{adj}{2opp} = \frac{\sqrt{3}\,opp}{2opp} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}}.$$

$$\tan\alpha = \frac{opp}{\sqrt{3}\,opp} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{3}}}.$$

c)



Le triangle rectangle avec α = 60° est la moitié d'un triangle équilatéral. On en déduit que hyp = 2adj.

Par le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle, on a : $hyp^2 = adj^2 + opp^2 \Rightarrow (2adj)^2 = adj^2 + opp^2$

$\Rightarrow 4adj^2 = adj^2 + opp^2 \Rightarrow opp^2 = 3adj^2$

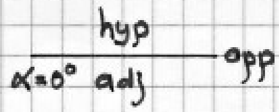
$\Rightarrow opp = \sqrt{3adj^2} = \sqrt{3}\,adj.$

On a donc : $\sin\alpha = \frac{opp}{2adj} = \frac{\sqrt{3}\,adj}{2adj} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}}.$

$$\cos\alpha = \frac{adj}{2adj} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}.$$

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}\,adj}{adj} = \underline{\underline{\sqrt{3}.}}$$

d) Le triangle est dégénéré :



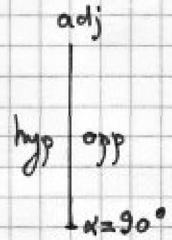
on a : $opp = 0$ et $hyp = adj$.

Ainsi : $\sin\alpha = \dfrac{0}{hyp} = \underline{\underline{0.}}$

$\cos\alpha = \dfrac{adj}{hyp} = \dfrac{adj}{adj} = \underline{\underline{1.}}$

$\tan\alpha = \dfrac{opp}{adj} = \dfrac{0}{adj} = \underline{\underline{0.}}$

e) Le triangle est aussi dégénéré :



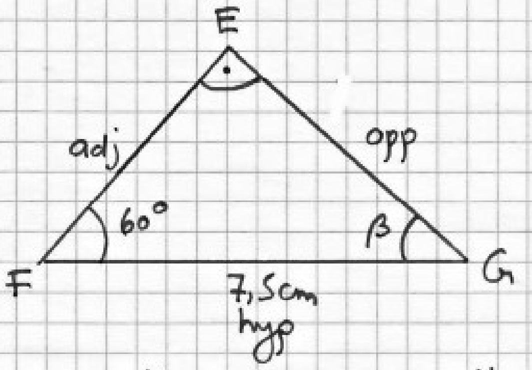
on a : $opp = hyp$ et $adj = 0$.

Ainsi : $\sin\alpha = \dfrac{opp}{hyp} = \dfrac{opp}{opp} = \underline{\underline{1.}}$

$\cos\alpha = \dfrac{adj}{hyp} = \dfrac{0}{hyp} = \underline{\underline{0.}}$

$\tan\alpha = \dfrac{opp}{adj} = \dfrac{opp}{0}$ <u>n'existe pas.</u>

Exercice 36



On a $\cos(60°) = \frac{adj}{hyp} \Rightarrow \cos(60°) = \frac{adj}{7{,}5} \Rightarrow adj = 7{,}5 \cdot \underbrace{\cos(60°)}_{0{,}5} = 7{,}5 \cdot 0{,}5 = 3{,}75$

Ainsi $\underline{\underline{EF = 3{,}75 \text{ cm.}}}$

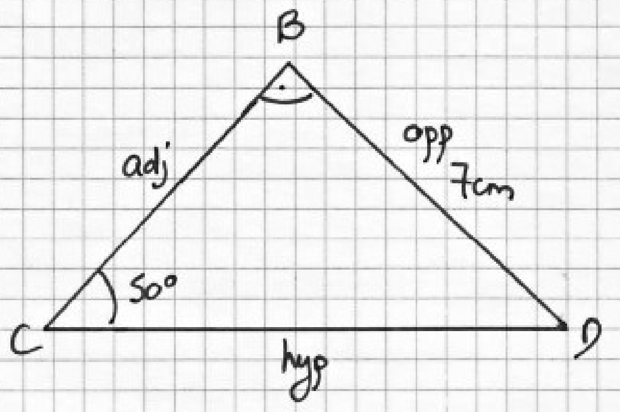
Avec le théorème de Pythagore, on a $FG^2 = EF^2 + EG^2 \Rightarrow EG^2 = FG^2 - EF^2$

$\Rightarrow EG^2 = 7{,}5^2 - 3{,}75^2 = 56{,}25 - 14{,}0625 = 42{,}1875$

$\Rightarrow \underline{\underline{EG = 6{,}495 \text{ cm.}}}$

Finalement l'angle en G vaut $180° - 90° - 60° = \underline{\underline{30°.}}$

Exercice 37



On a $\sin(50°) = \frac{opp}{hyp} \Rightarrow \sin(50°) = \frac{7}{hyp} \Rightarrow \sin(50°) \cdot hyp = 7$

$\Rightarrow hyp = \frac{7}{\sin(50°)} \cong 9,139cm.$

Donc $\underline{\underline{CD \cong 9,139cm.}}$

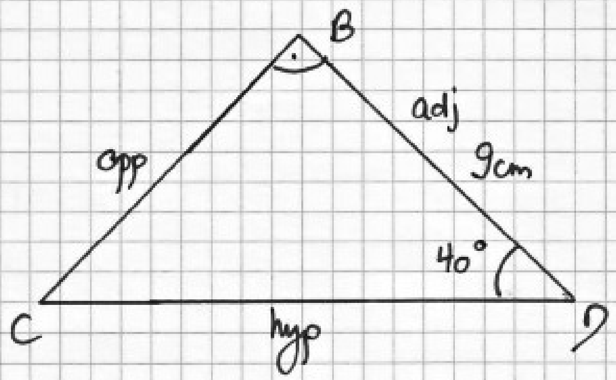
En utilisant le théorème de Pythagore, on a $CD^2 = BC^2 + BD^2$

$\Rightarrow BC^2 = CD^2 - BD^2 = 9,139^2 - 7^2 = 83,5 - 49 = 34,5$

$\Rightarrow \underline{\underline{BC \cong 5,874\,cm.}}$

Finalement l'angle en D vaut $180° - 90° - 50° = \underline{\underline{40°.}}$

Exercice 38



On a $\tan(40°) = \frac{opp}{adj} \Rightarrow \tan(40°) = \frac{opp}{9} \Rightarrow opp = 9 \cdot \tan(40°) \cong 7{,}552\,cm.$

Ainsi $BC \cong 7{,}552\,cm.$

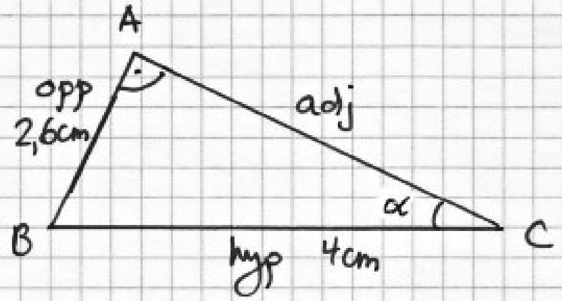
En utilisant le théorème de Pythagore, on a: $CD^2 = BC^2 + BD^2$.

Ainsi $CD^2 = 7{,}552^2 + 9^2 = 57{,}031 + 81 = 138{,}031$

$\Rightarrow CD \cong 11{,}749\,cm.$

Finalement l'angle en C vaut $180° - 90° - 40° = 50°.$

Exercice 39



On a $\sin(\alpha) = \frac{opp}{hyp} = \frac{2,6}{4} \Rightarrow \sin(\alpha) = 0,65 \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(0,65) \cong 40,542°$.

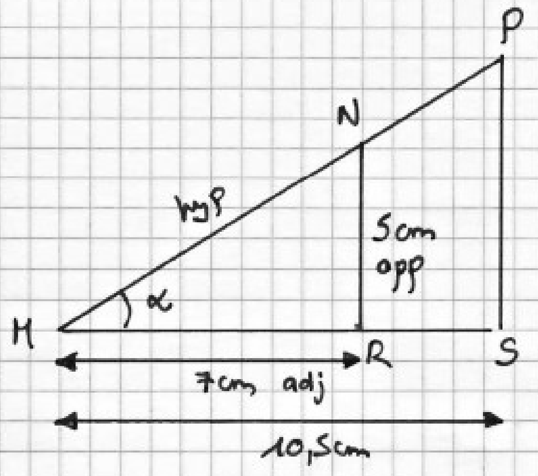
L'angle en C vaut donc $\sim \underline{40,542°}$.

L'angle en B vaut alors $180° - 90° - 40,542° \cong \underline{\underline{49,458°}}$.

Par le théorème de Pythagore, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2$.

Ainsi $AC^2 = 4^2 - 2,6^2 = 16 - 6,76 = 9,24 \Rightarrow \underline{\underline{AB \cong 3,040 \text{ cm}}}$.

Exercice 40



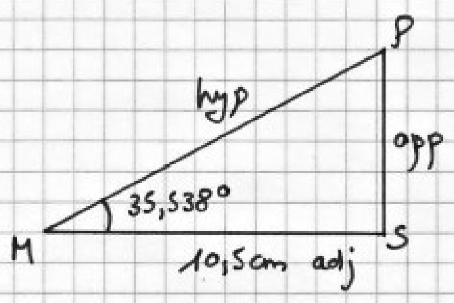
a) On a $\tan(\alpha) = \frac{opp}{adj} = \frac{5}{7} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5}{7}\right) \cong 35,538°$.

L'angle en M vaut donc $\sim$ 35,538°.

b) Par le théorème de Pythagore, on a $MN^2 = MR^2 + NR^2 = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$

$\Rightarrow MN \cong 8,602$ cm.

Dans le triangle MPS, on a:



$\tan(35,538°) = \frac{opp}{adj} = \frac{PS}{10,5}$

$\Rightarrow PS = 10,5 \cdot \tan(35,538°)$

$\Rightarrow PS = 7,5$ cm.

Par le théorème de Pythagore, on a $MP^2 = MS^2 + PS^2 = 10,5^2 + 7,5^2 = 110,25 + 56,25 =$

$= 166,5 \Rightarrow MP \cong 12,903$ cm.

On a alors $NP = MP - MN = 12,903 - 8,602 \cong 4,301$ cm.

Finalement $RS = MS - MR = 10,5 - 7 = 3,5$ cm.