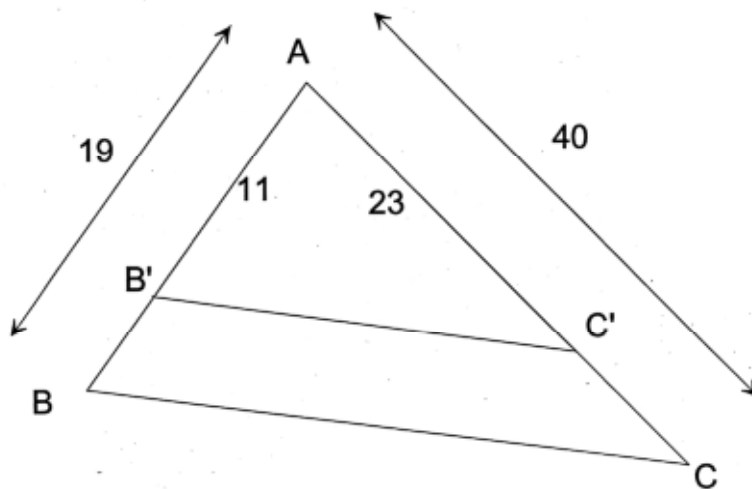


Exercices de Géométrie et Trigonométrie

SMAC sans machine à calculer

Exercice 1 :

Soit le triangle suivant :

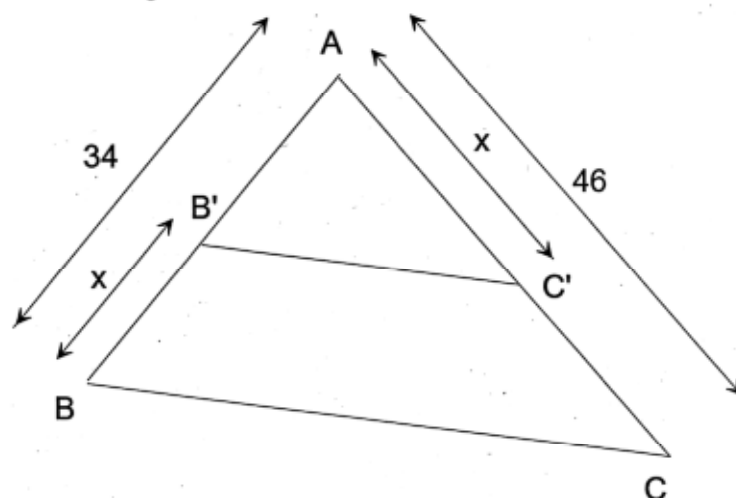


Est-ce que $B'C' \parallel BC$?

Rép : non

Exercice 2 :

Soit le triangle suivant :

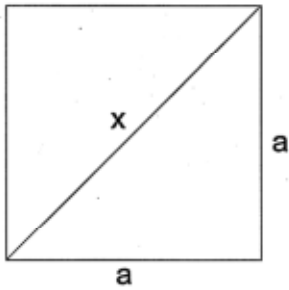


Sachant que $B'C' \parallel BC$, calculer x

Rép : $x = 19,55$

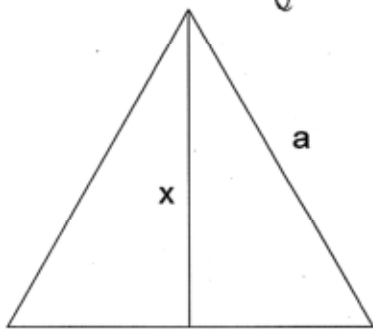
Exercice 3 :

Quelle est la diagonale d'un carré de côté a ?



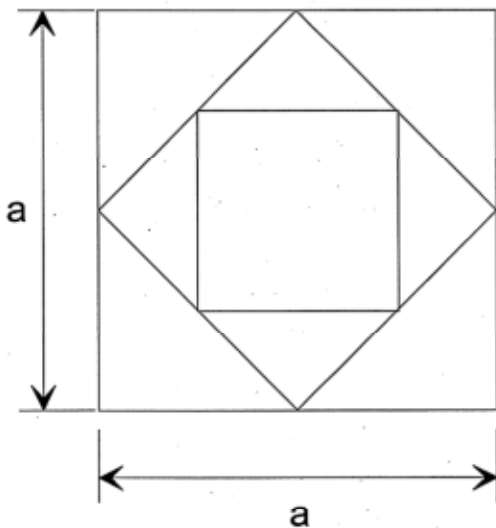
Exercice 4 :

Calculer la hauteur x du triangle équilatéral de côté a



Exercice 5 :

Calculer les différentes longueurs des côtés de ces carrés emboîtés :



Exercice 6 :

Trouver la valeur exacte de l'angle en radians.

- | | | |
|----------------|-----------------|----------------|
| a) 150° | b) -60° | c) 225° |
| d) 120° | e) -135° | f) 210° |

Exercice 7 :

Trouver la valeur exacte de l'angle en degrés.

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $\frac{2\pi}{3}$ | b) $\frac{11\pi}{6}$ | c) $\frac{3\pi}{4}$ |
| d) $\frac{5\pi}{6}$ | e) $\frac{4\pi}{3}$ | f) $\frac{11\pi}{4}$ |
| g) $-\frac{7\pi}{2}$ | h) 7π | i) $\frac{\pi}{9}$ |
| j) $-\frac{5\pi}{2}$ | k) 9π | l) $\frac{\pi}{16}$ |

Exercice 8 :

Exprimer θ en degrés, minutes et secondes, en arrondissant à la seconde près.

- | | |
|-----------------|-------------------|
| a) $\theta = 2$ | b) $\theta = 1,5$ |
| c) $\theta = 5$ | d) $\theta = 4$ |

Exercice 9 :

Exprimer l'angle sous forme décimale, en arrondissant au dix-millième de degré près.

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) $37^\circ 41'$ | b) $83^\circ 17'$ |
| c) $115^\circ 26' 27''$ | d) $258^\circ 39' 52''$ |

Exercice 10 :

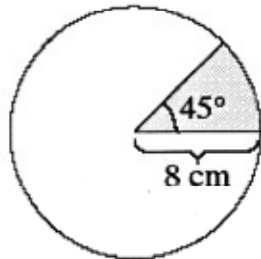
Si un arc de cercle de longueur L donnée correspond à un angle au centre θ sur un cercle, trouver le rayon de ce cercle.

- | | |
|-------------------------------------|---|
| a) $L = 10 \text{ cm} ; \theta = 4$ | b) $L = 3 \text{ km} ; \theta = 20^\circ$ |
|-------------------------------------|---|

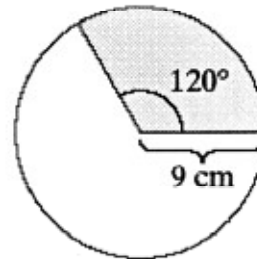
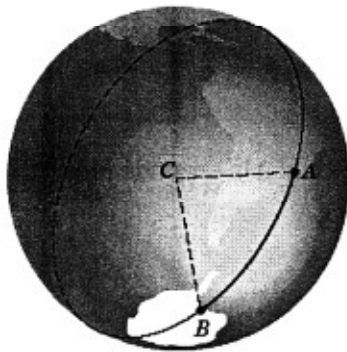
Exercice 11 :

- 1) Trouver la longueur de l'arc du secteur coloré dans la figure
- 2) Trouver l'aire du secteur.

a)



b)

**Exercice 12 :****Mesure de distance sur terre :**

La distance entre deux points A et B sur terre se mesure le long d'un cercle dont le centre C est au centre de la terre et dont le rayon est égal à la distance de C à la surface (voir la figure). Si le diamètre de la terre est approximativement de $12'800$ km, calculer la distance entre A et B si l'angle ACB a la valeur indiquée :

a) 30° b) 1° **Exercice 13 :**

Mesure d'angles en utilisant la distance : Se reporter à l'exercice ci-dessus. Si deux points A et B sont éloignés de 800 km, exprimer l'angle ACB en radians et en degrés

Rép : $7,16^\circ$

Exercice 14 :

Le coeur d'une tornade. Un cylindre droit qui tourne autour de son axe est un modèle simple du coeur d'une tornade. Si une tornade a un coeur de 60 m de diamètre et que la vitesse maximale du vent à la périphérie du coeur est de 290 km/h (ou 80 m/s), calculer le nombre de tours que le coeur fait chaque minute.

Rép : $25,46$ tours

Exercice 15 :

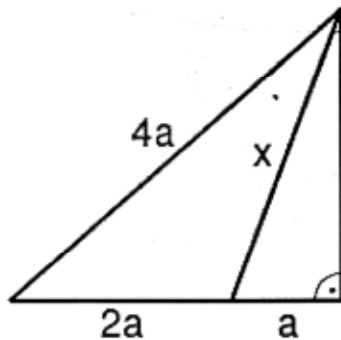
La rotation de la terre La terre effectue une rotation complète autour de son axe en 23 heures, 56 minutes et 4 secondes. Calculer de combien de radians la terre tourne en une seconde.

Exercice 16 :

Oscillation d'un pendule Un balancier dans une horloge de grand-père mesure 1,2 m de long et oscille de gauche à droite suivant un arc de 15 cm. Calculer l'angle (en degrés) parcouru par le pendule durant une oscillation.

Exercice 17 :

Déterminer x en fonction de a :



Rép : $x = a\sqrt{8}$

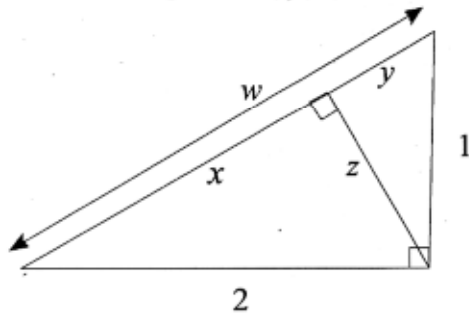
Exercice 18 :

Sachant que l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égale à c , calculer la longueur des deux côtés du triangle si un côté de l'angle droit est trois fois plus grand que l'autre côté de l'angle droit.

Rép : $\frac{c\sqrt{10}}{10}$; $\frac{3c\sqrt{10}}{10}$

Exercice 19 :

On donne un carré $ABCD$ de côté a . Calculer le rayon du cercle passant par le point B et tangent aux côtés AD et CD

Exercice 20 :Calculer les longueurs x, y, z, w :

$$\text{Rép : } x = \frac{4\sqrt{5}}{5} ; y = \frac{\sqrt{5}}{5} ; z = \frac{2\sqrt{5}}{5} ; w = \sqrt{5}$$

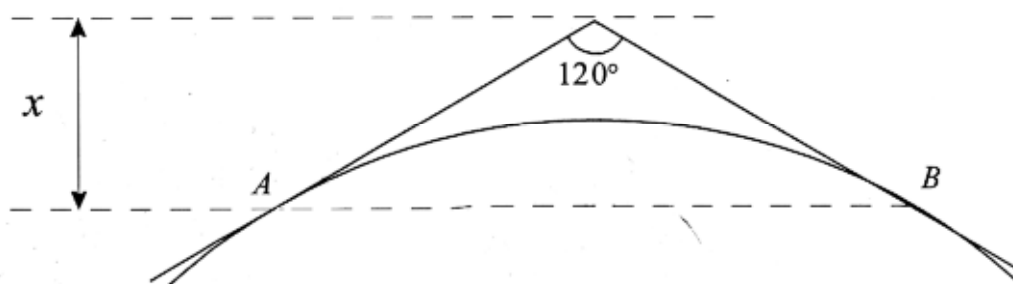
Exercice 21 :

Dans un rectangle $ABCD$ avec $AB = a$ et $BC = \frac{2}{3}a$, on dessine les demi-cercles de diamètre AB et CD qui se coupent aux points E et F . Calculer la longueur EF en fonction de a .

$$\text{Rép : } \frac{\sqrt{5}}{3}a$$

Exercice 22 :

Calculer le rayon du cercle passant par les points A et B en fonction de x , sachant que les deux tangentes en A et B forment un angle de 120° comme dessiner ci-dessous :

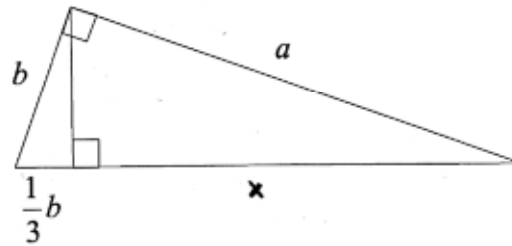
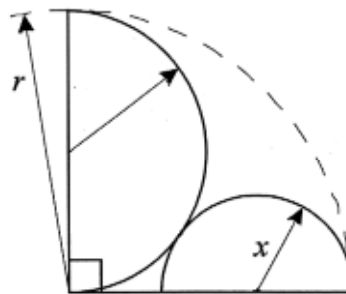


$$\text{Rép : } r = 2\sqrt{3}x$$

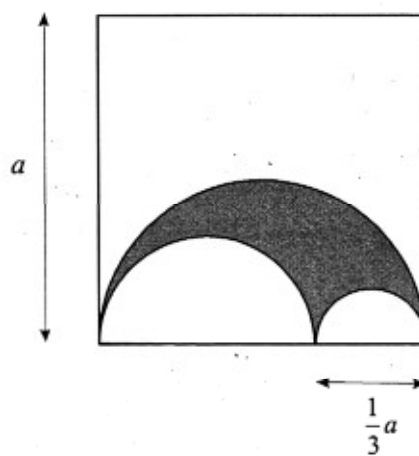
Exercice 23 :

Dans un cercle de rayon r , on inscrit le plus grand rectangle possible ayant pour largeur le tiers du rayon du cercle. Calculer la longueur du rectangle en fonction de r .

$$\text{Rép : } \frac{\sqrt{35}}{3}r$$

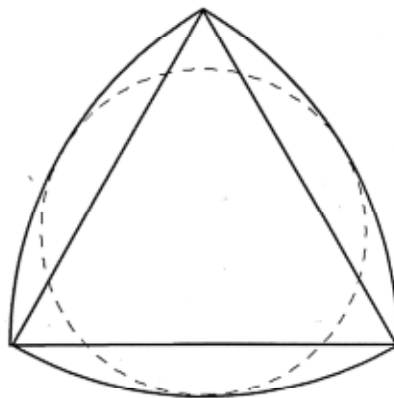
Exercice 24 :Déterminer le côté a en fonction de b :Rép : $a = \sqrt{8} b$ **Exercice 25 :**Déterminer x en fonction de r :Rép : $x = \frac{r}{3}$ **Exercice 26 :**

Dans un carré de côté a on construit les 3 demi-cercles comme le montre le dessin ci-dessous. Calculer l'aire de la surface grisée en fonction de a .

Rép : $\frac{\pi a^2}{18}$

Exercice 27 :

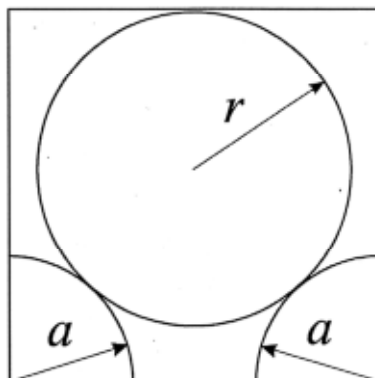
A partir de chaque sommet d'un triangle équilatéral de côté a , on trace des arcs de cercle passant par les deux autres sommets. Quel est le rayon du plus grand cercle que l'on peut inscrire dans cette figure ?



Rép : $r = \frac{(3-\sqrt{3})}{3} a$

Exercice 28 :

Dans un carré de côté $3a$, on construit la figure suivante :

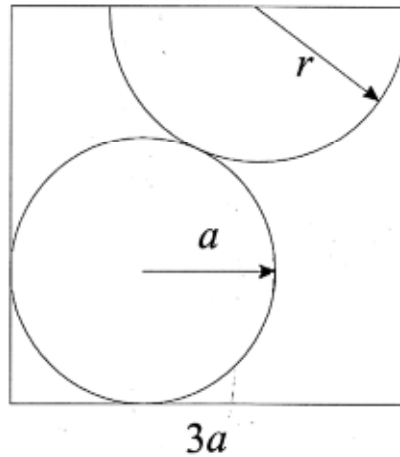


Calculer le rayon r en fonction de a .

Rép : $r = \frac{41}{32} a$

Exercice 29 :

Dans le carré de côté $3a$, on construit la figure suivante :

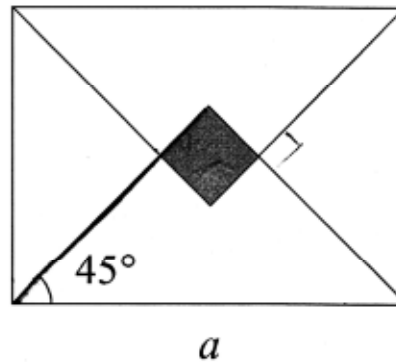


Calculer le rayon r en fonction de a .

Rép : $r = \frac{7}{6}a$

Exercice 30 :

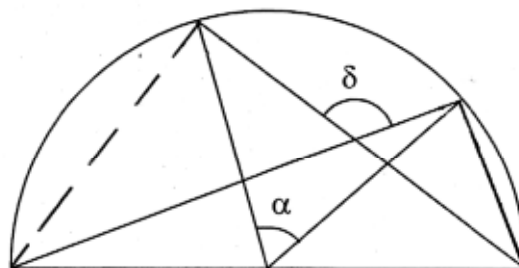
Dans le rectangle de longueur a et de largeur b dessiné ci-dessous, calculer l'aire grisée du carré :



Rép : $\frac{(a-b)^2}{2}$

Exercice 31 :

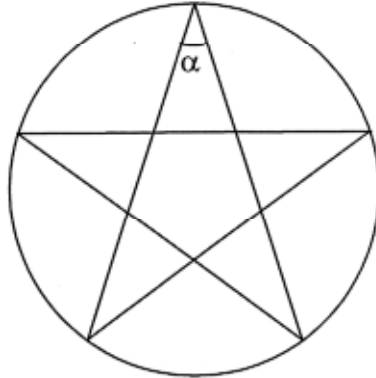
Calculer δ en fonction de α dans la figure ci-dessous :



Rép : $\delta = \frac{\alpha}{2} + 90^\circ$

Exercice 32 :

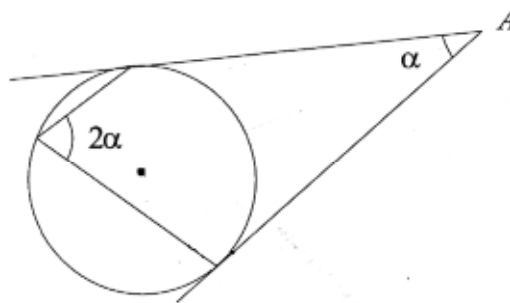
Calculer l'angle α dans cette étoile à 5 branches :



Rép : $\alpha = 36^\circ$

Exercice 33 :

Deux tangentes au cercle se coupent au point A comme représentées ci-dessous :

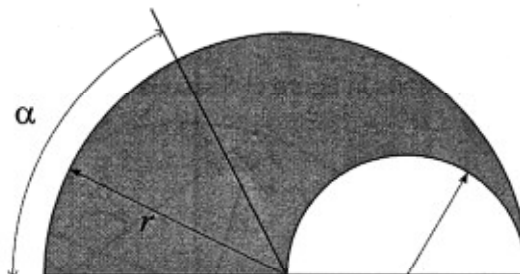


Calculer l'angle α .

Rép : $\alpha = 36^\circ$

Exercice 34 :

Déterminer α de manière à ce que le rayon partage la surface grisée en deux parties égales :



Rép : $\alpha = \frac{3\pi}{8}$

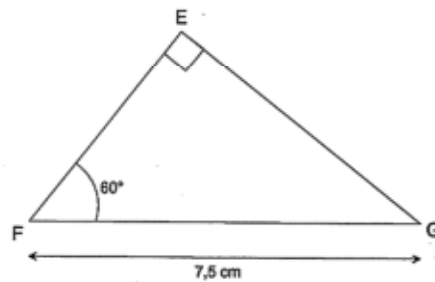
Exercice 35 :

Calculer (en s'aidant des exercices précédents) $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ pour :

- a) $\alpha = 45^\circ$
- b) $\alpha = 30^\circ$
- c) $\alpha = 60^\circ$
- d) $\alpha = 0^\circ$
- e) $\alpha = 90^\circ$

Exercice 36 :

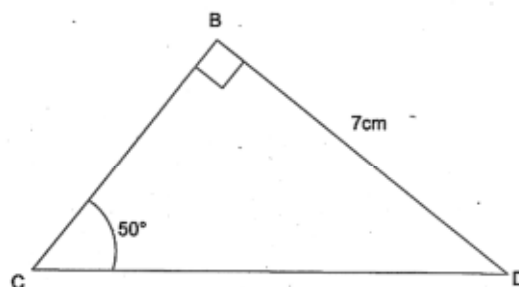
On a le triangle



Calculer les longueurs de EG et EF et l'angle en G

Exercice 37 :

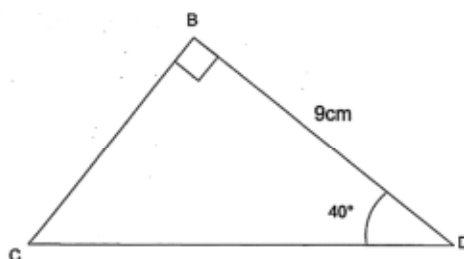
On a le triangle



Calculer les longueurs CD et BC et l'angle en D

Exercice 38 :

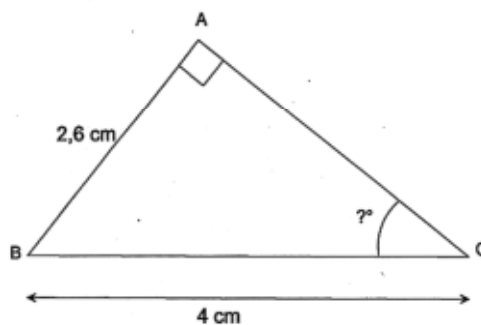
On a le triangle



Calculer les longueurs BC, CD et l'angle en C.

Exercice 39 :

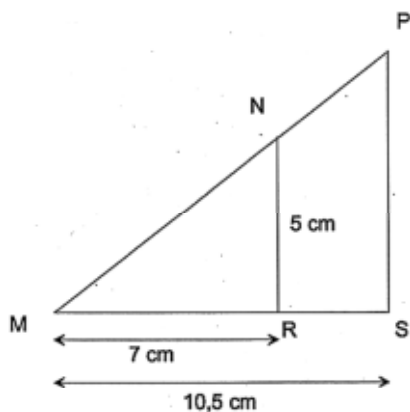
On a le triangle :



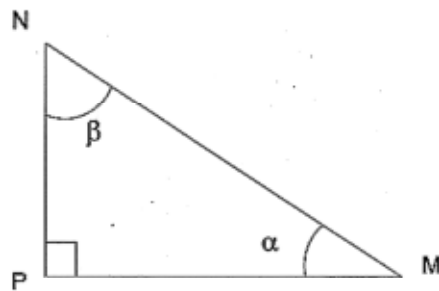
Calculer l'angle en C, l'angle en B, le côté AC

Exercice 40 :

Avec les données de la figure :



- Calculer l'angle en M
- Calculer les longueurs PS, MN, NP, RS

Exercice 41 :

Compléter

a) $\frac{PM}{MN} = \cos \dots = \sin \dots$

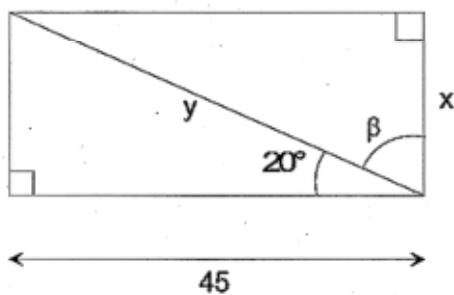
b) $\frac{PN}{MN} = \cos \dots = \sin \dots$

c) $\frac{PM}{PN} = \tan \dots$

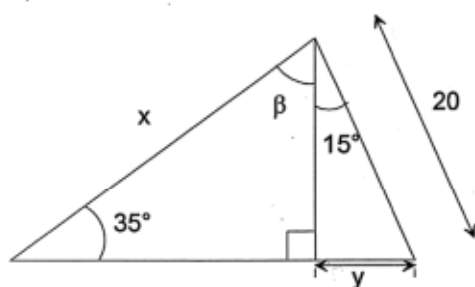
d) $\frac{PN}{PM} = \tan \dots$

Exercice 42 :Calculer x et y et β :

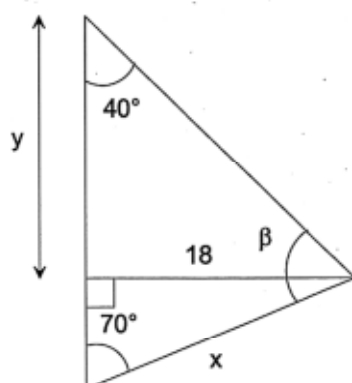
a)



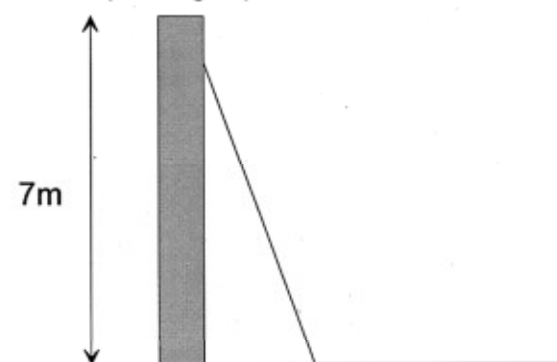
b)



c)

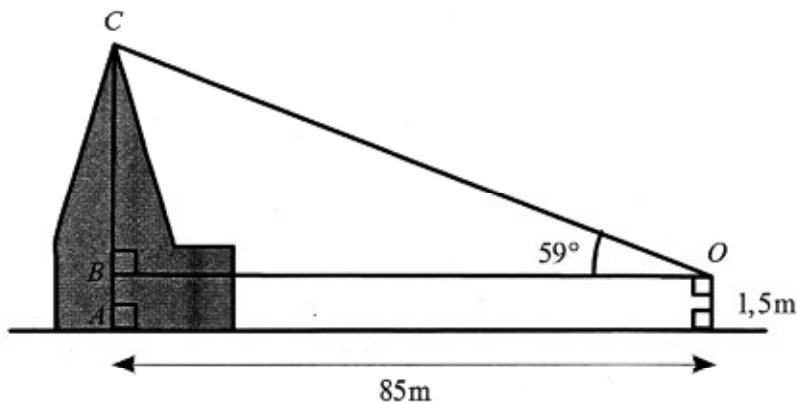
**Exercice 43 :**

Une échelle de 6m est appuyée contre un mur vertical de 7m de haut. Par mesure de sécurité on estime que l'angle que fait l'échelle avec le sol doit être de 75° .



Quelle est alors la distance entre le haut de l'échelle et le haut du mur ?

Rép : 1,20 m

Exercice 44 :

On veut mesurer la hauteur d'une cathédrale. Grâce à un instrument de mesure placé en O à 1,5 m du sol et à 85 m de la cathédrale, on mesure l'angle COB et on trouve 59°

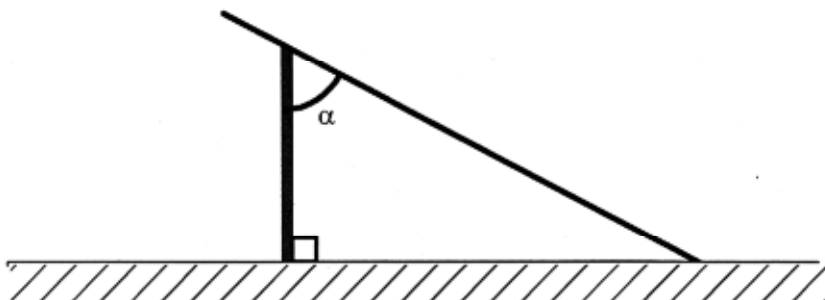
En déduire la hauteur de la cathédrale.

Rép : 142,96m

Exercice 45 :

Un piquet planté verticalement dans le sol, dépasse la surface du sol de 2 m.

L'ombre du piquet sur le sol mesure 5,5 m. Calculer l'angle que fait la direction du Soleil avec la verticale

**Exercice 46 :**

On sait que $\cos x = \frac{3}{5}$. Utiliser la relation $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$ pour trouver la valeur exacte de $\sin x$ et en déduire la valeur de $\tan x$.

Exercice 47 :

Montrer les identités suivantes : on note $\cos^2 x$ pour $(\cos x)^2$

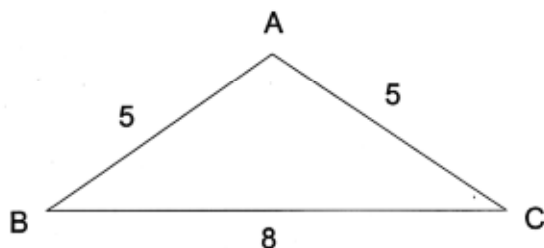
a) $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$

b) $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$

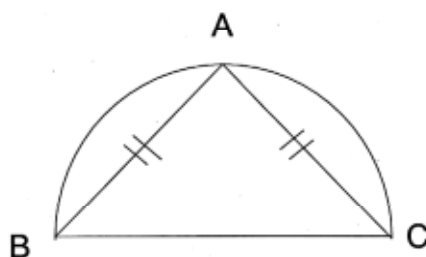
c) $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x - \sin^2 x$

Exercice 48 :
Vrai ou Faux ?

- a) Il existe un triangle ABC rectangle en A tel que $\sin \hat{B}$ est égal à $\frac{24}{19}$?
- b) Il existe un triangle ABC rectangle en A tel que $\tan \hat{B}$ est égal à $\frac{45}{26}$?
- c) Si \hat{A} et \hat{B} sont deux angles aigus tels que $\hat{A} = 2\hat{B}$, alors $\cos \hat{A}$ est égal au double de $\cos \hat{B}$?
- d) $\sin 70^\circ$ est égal à la somme de $\sin 40^\circ$ et $\sin 30^\circ$?
- e) ABC est un triangle rectangle en A. Alors $\cos \hat{B}$ est égal à $\sin \hat{C}$?
- f) Sur la figure ci-dessous, $\cos \hat{B}$ est égal à $\frac{5}{8}$?



- g) A est un point d'un demi-cercle de diamètre BC. Sur la figure ci-dessous $\tan \hat{B} = 1$?



Exercice 49 :

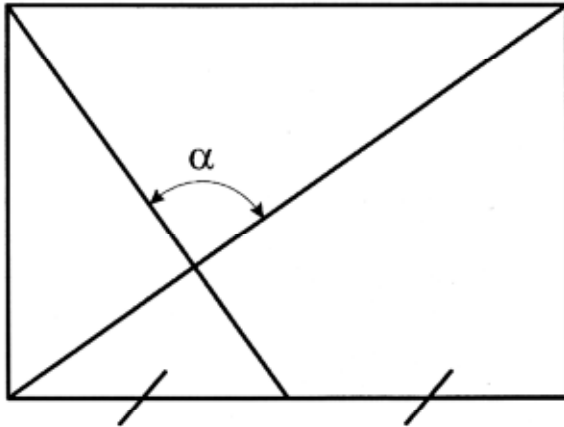
Donner la valeur exacte du sinus et du cosinus de chacun des angles suivants (**sans calculatrice**) :

$$\frac{7\pi}{6}; \quad \frac{25\pi}{6}; \quad \frac{-53\pi}{3}; \quad \frac{-57\pi}{4}; \quad \frac{981\pi}{4}; \quad \frac{-29\pi}{2}; \quad \frac{23\pi}{4}$$

Exercice 50 :

Une feuille de papier de format A4 a pour dimensions 21 cm par 29,7 cm et plus précisément 21 cm par $21\sqrt{2}$ cm.

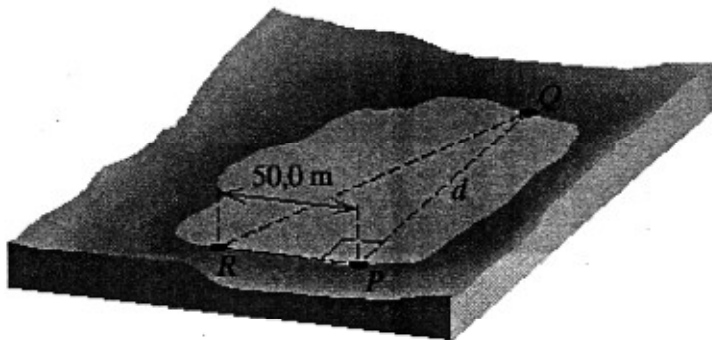
On plie le papier suivant deux lignes comme le montre la figure ci-dessous :



L'angle α est-il droit ?

Exercice 51 :

Pour déterminer la distance d séparant deux points P et Q situés sur les rives opposées d'un lac, un géomètre repère un point R situé à 50 mètres du point P et tel que RP soit perpendiculaire à PQ, comme le montre la figure. Puis, à l'aide d'un théodolite, le géomètre mesure l'angle PRQ à 72° . Déterminer d .



Rép : 153,88m

Exercice 52 :

Un avion décolle sous un angle de 10° et vole à une vitesse constante de 75m/s. Combien de temps mettra l'avion pour atteindre une altitude de 4500 m ?

Rép : 5 min 46s

Exercice 53 :

Une échelle de 6 m de long est appuyée contre la façade d'un bâtiment et l'angle entre l'échelle et le bâtiment est de 22° .

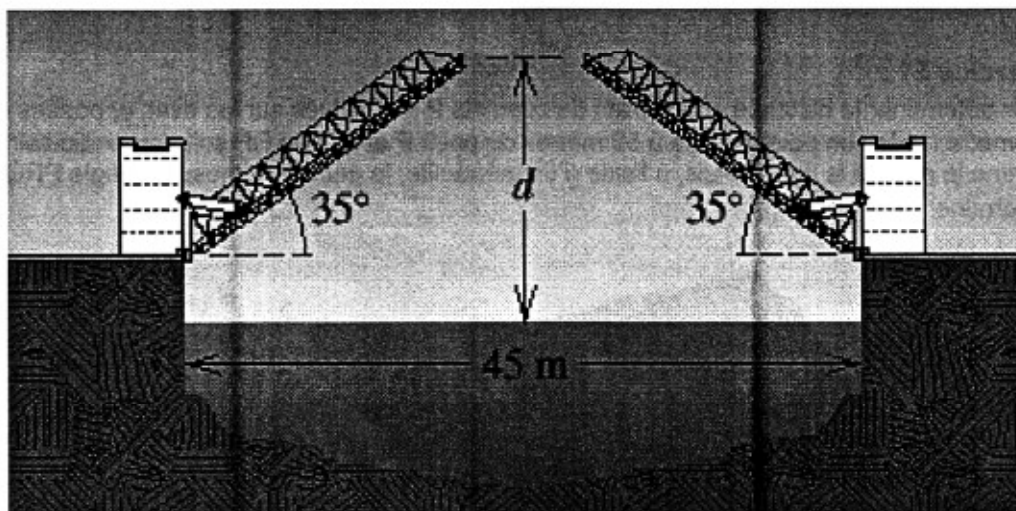
- Calculer la distance entre le pied de l'échelle et le mur.
- Si la distance entre le pied de l'échelle et le mur augmente de 1 m, de combien le point d'appui de l'échelle contre le mur va-t-il descendre ?

Rép : a) 2,248m b) 52cm

Exercice 54 :

Un pont basculant a une longueur de 45 m lorsqu'il est déployé au-dessus d'une rivière. Comme le montre la figure, les deux sections du pont peuvent être relevées d'un angle de 35° .

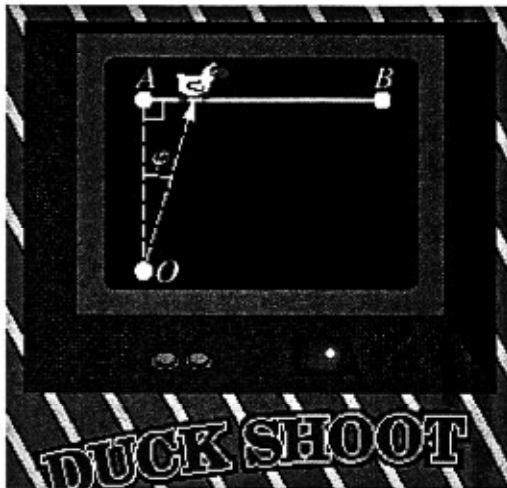
- Si le niveau de l'eau est à 5 m sous le pont abaissé, calculer la distance d entre les extrémités d'une section et l'eau quand le pont est entièrement levé.
- Quelle est la distance entre les extrémités des deux sections quand le pont est entièrement levé, comme le montre la figure ?



Rép : a) 17,91m b) 8,14m

Exercice 55 :

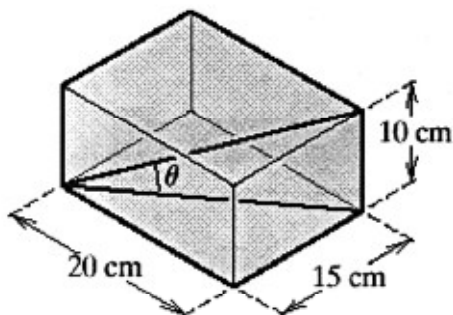
Voici l'écran d'un jeu vidéo dans lequel des canards se déplacent de A vers B à la vitesse de 7 cm/s. Des balles tirées depuis le point O traversent à 25 cm/s. Si un joueur tire dès qu'un canard apparaît au point A, quel devrait être l'angle de tir φ pour atteindre la cible du premier coup ?



Rép : $\varphi = 16,26^\circ$

Exercice 56 :

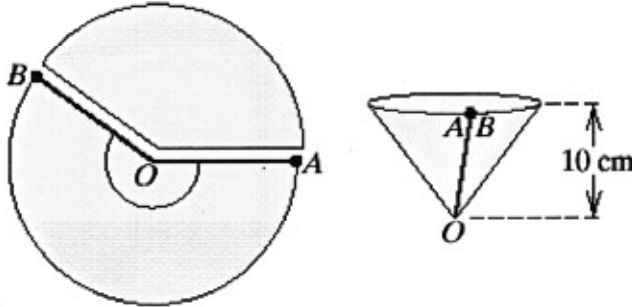
Les dimensions d'une boîte rectangulaire sont $20\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 10\text{ cm}$. Calculer l'angle θ entre une diagonale de la base et la diagonale de la boîte, comme le montre la figure.



Rép : $\theta = 21,80^\circ$; 26,93 cm

Exercice 57 :

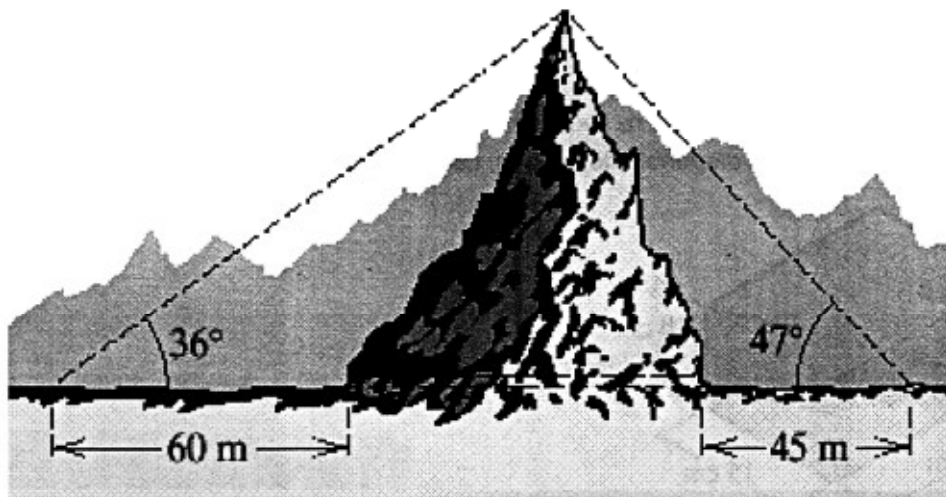
On fabrique une tasse conique en papier en découpant un secteur dans un disque de rayon 13 cm et en collant le côté OA à OB (voir figure). Déterminer l'angle AOB en degrés, pour obtenir une tasse de 10 cm de profondeur.



Rép : 230°

Exercice 58 :

On doit percer un tunnel pour une nouvelle autoroute à travers une montagne de 80 m de haut. A une distance de 60 m de la base de la montagne, l'angle d'élévation est de 36° (voir figure). Sur l'autre face, l'angle d'élévation à une distance de 45 m est de 47° . Calculer la longueur du tunnel.



Rép : 79,71 m

Exercice 59 :

Montrer les identités suivantes : notation : $(\sin x)^2 = \sin^2 x$

a) $(1 + \cos 2\theta)(1 - \cos 2\theta) = \sin^2(2\theta)$

b) $\cos^2(2\theta) - \sin^2(2\theta) = 2\cos^2(2\theta) - 1$

c) $1 - 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1$

d) $(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta) = 1$

e) $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta} = 1 + \tan \theta$

Exercice 60 :

Trouver les valeurs exactes de $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ quand α a les valeurs suivantes (**sans calculatrice**) :

a) $\frac{7\pi}{6}$

b) 3π

c) $\frac{5\pi}{2}$

Exercice 61 :

Soit P le point sur le cercle trigonométrique qui correspond à un angle θ . Trouver les coordonnées de P dans les cas suivants :

a) $-\pi$

b) 6π

c) $\frac{5\pi}{2}$

d) $-\frac{\pi}{2}$

e) $\frac{3\pi}{4}$

f) $-\frac{7\pi}{4}$

g) $\frac{7\pi}{4}$

h) $-\frac{3\pi}{4}$

Exercice 62 :

Déterminer les valeurs exactes de x dans l'intervalle $[0; 2\pi]$ et dire dans quel quadrant elles se trouvent pour :

a) $\sin(x) = -1$

b) $\sin(x) = \frac{1}{2}$

c) $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\cos(x) = -1$

e) $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

f) $\cos(x) = -\frac{1}{2}$

g) $\tan x = 1$

h) $\tan x = \sqrt{3}$

i) $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

Exercice 63 :

Dessiner le graphe des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2 + \sin x$

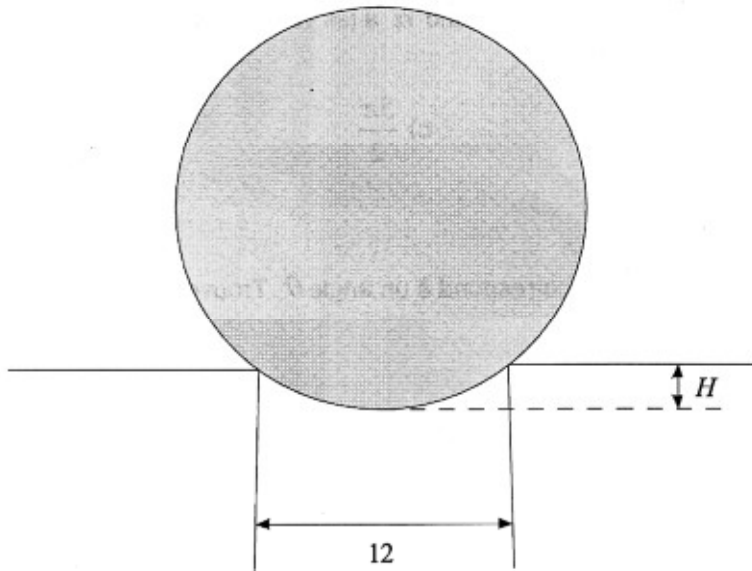
b) $f(x) = 3 + \cos x$

c) $f(x) = \cos x - 2$

d) $f(x) = \sin x - 1$

Exercice 64 :

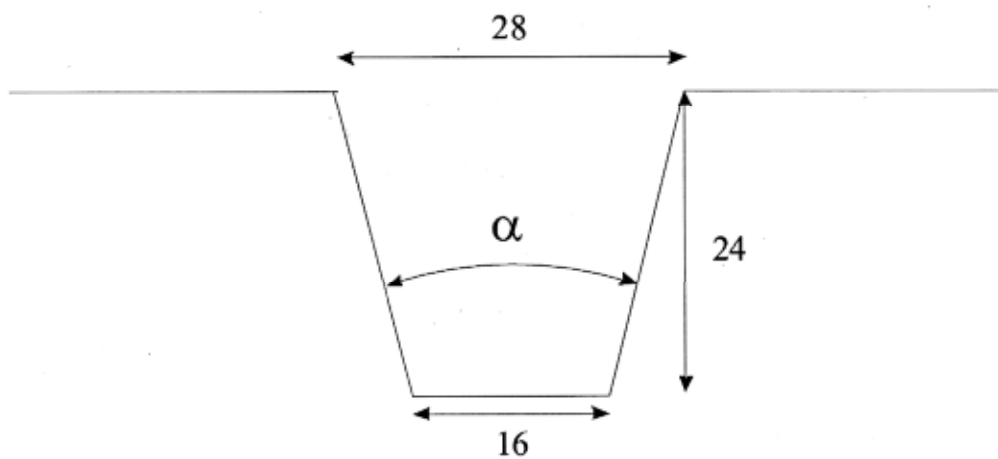
Sachant que le diamètre de la pige est de 20 mm, calculer la hauteur H :



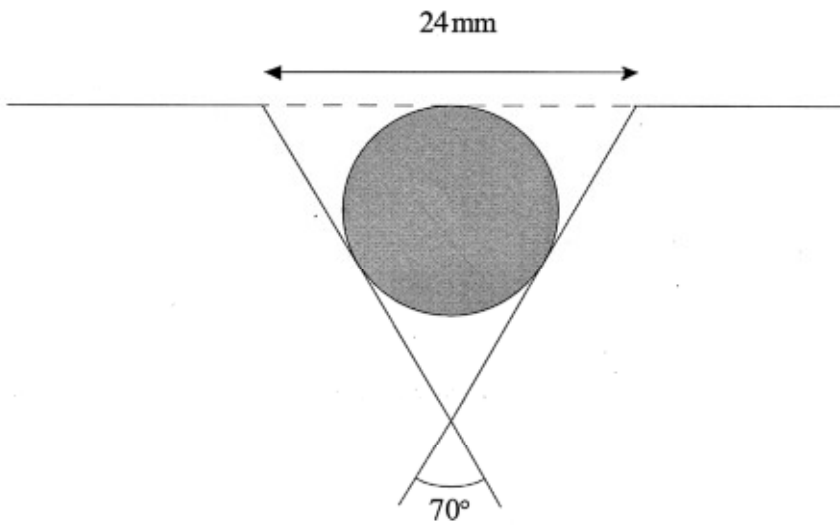
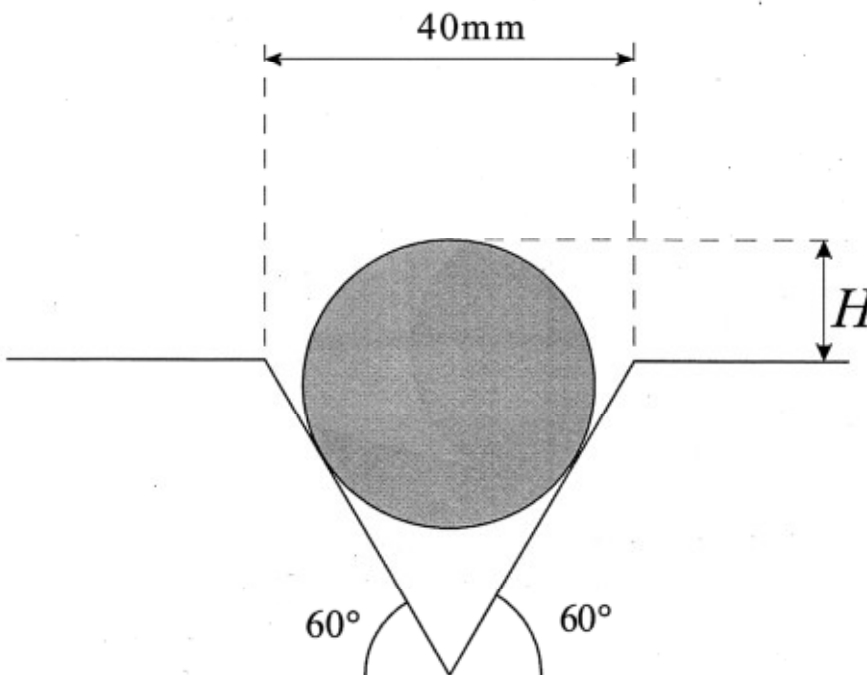
Rép : $H = 2 \text{ mm}$

Exercice 65 :

Calculer l'angle α :

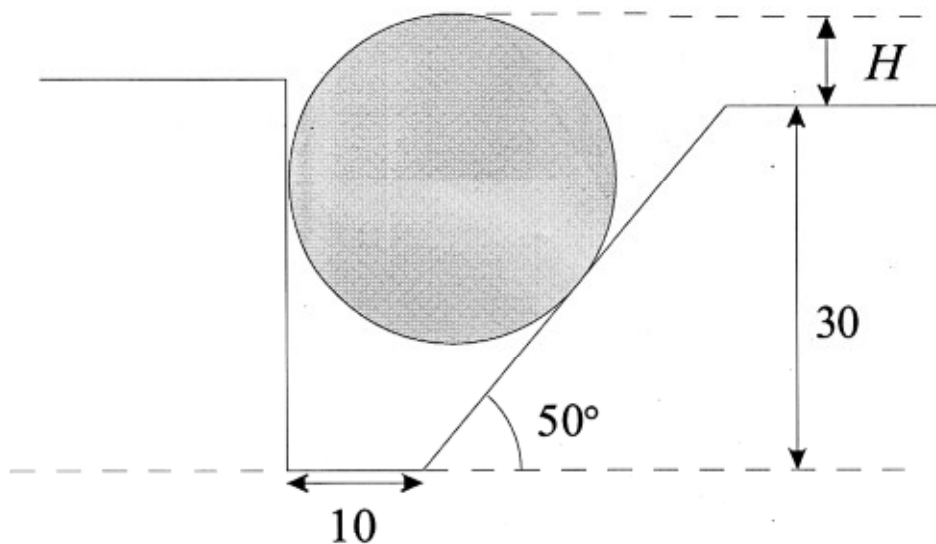


Rép : $\alpha = 28,07^\circ$

Exercice 66 :Calculer le diamètre d de la pige :Rép : $d = 12,49 \text{ mm}$ **Exercice 67 :**Sachant que le diamètre de la pige est de 28 mm, calculer H :Rép : $H = 7,36 \text{ mm}$

Exercice 68 :

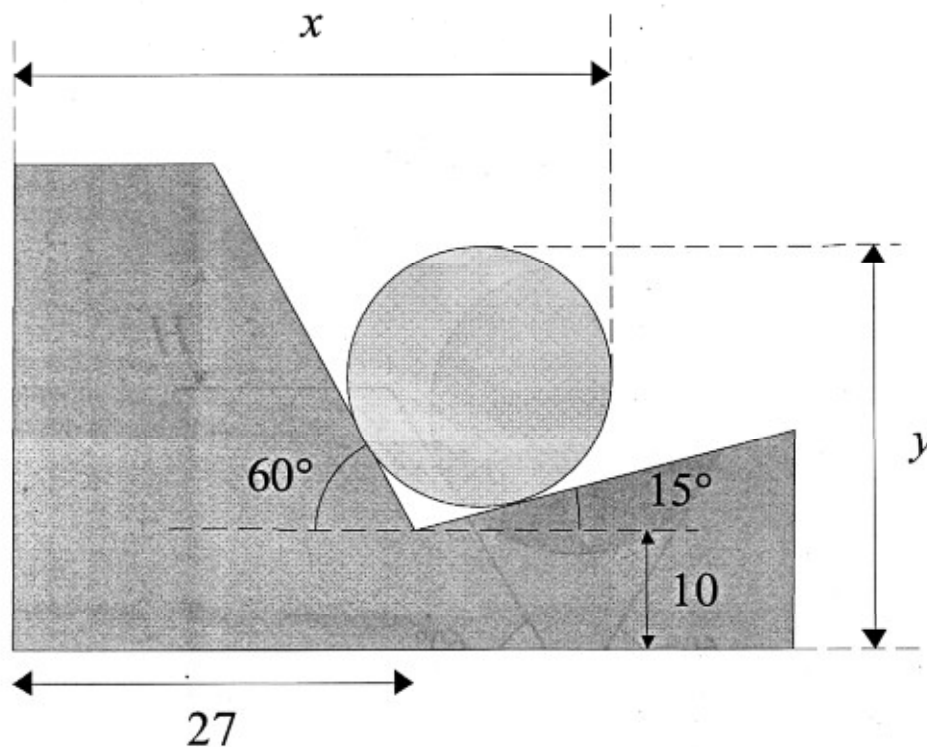
Sachant que le diamètre de la pige est de 25 mm, calculer la hauteur H :



Rép : $H = 4,93\text{ mm}$

Exercice 69 :

Sachant que le diamètre de la pige est de 11mm, calculer x et y :



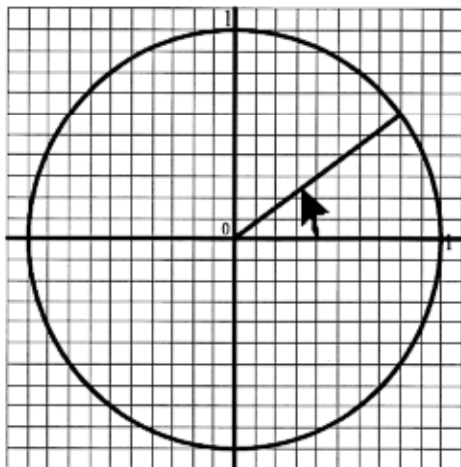
Rép : $x = 35,15\text{ mm}$

$y = 21,90\text{ mm}$

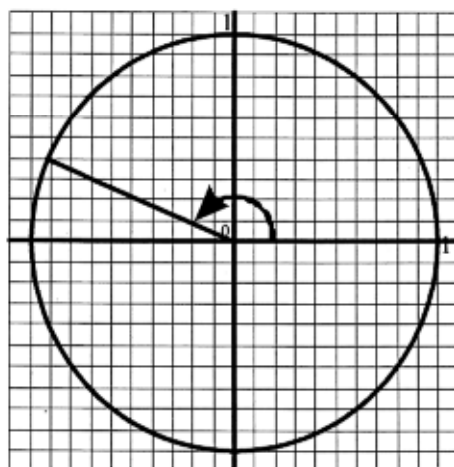
Exercice 70 :

Donner le cosinus et le sinus des angles dessinés suivants :

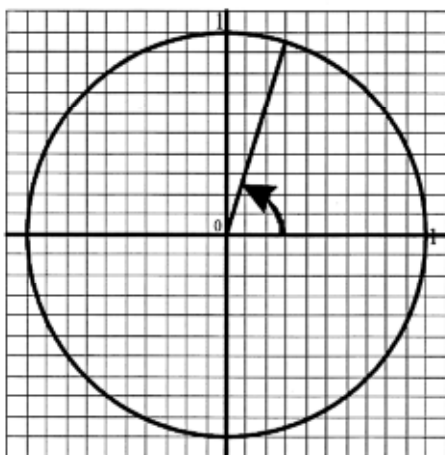
a)



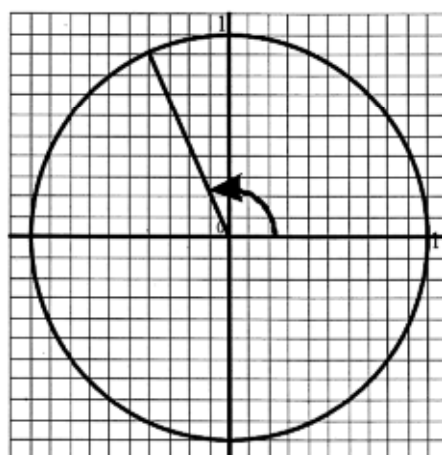
b)



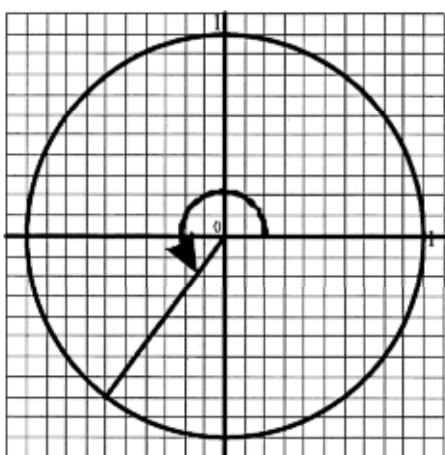
c)



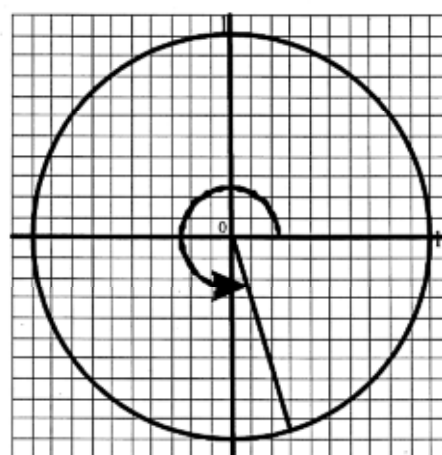
d)



e)

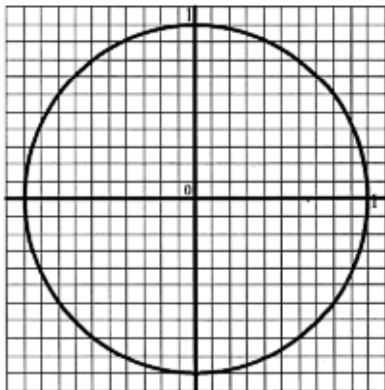


f)

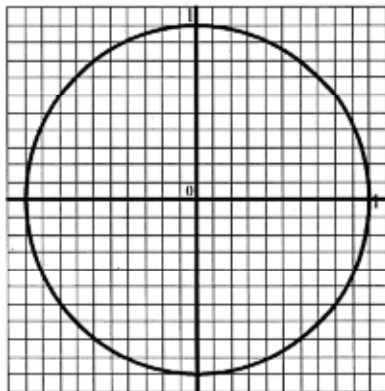


Exercice 71 :

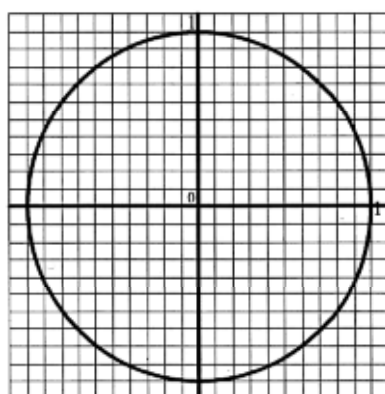
- a) Dessiner les angles tels que $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et calculer ces angles en degrés et en radians :



- b) Dessiner les angles tels que $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ et calculer ces angles en degrés et en radians :



- c) Dessiner les angles tels que $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ et calculer ces angles en degrés et en radians :

**Exercice 72 :**

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} à l'aide du cercle trigonométrique (sans calculatrice):

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$

c) $\tan \alpha = 1$

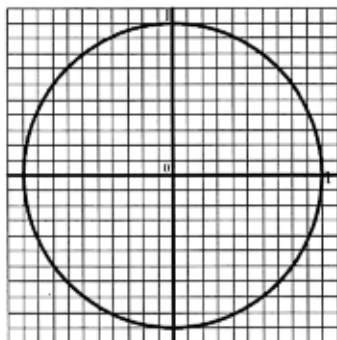
d) $\cos \alpha = 0$

e) $\sin \alpha = 1$

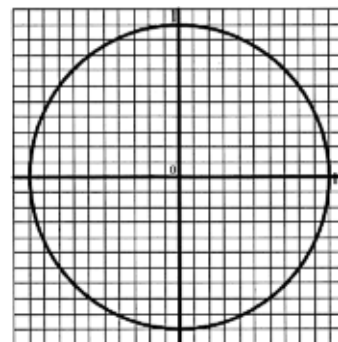
f) $\tan \alpha = -\sqrt{3}$

Exercice 73 :Dessiner les angles α sur le cercle trigonométrique tels que :

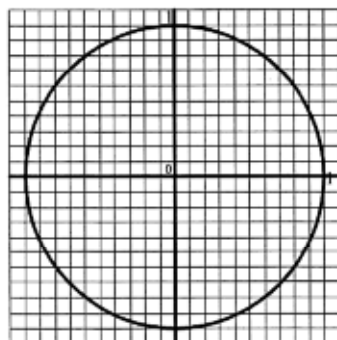
a) $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ et $\sin \alpha > 0$



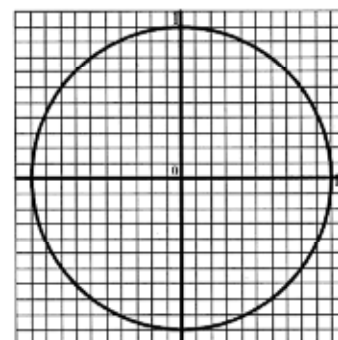
b) $\cos \alpha > 0$ et $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$



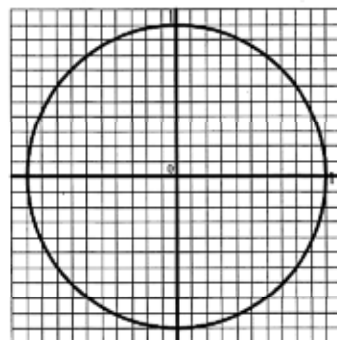
c) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ et $\sin \alpha > 0$



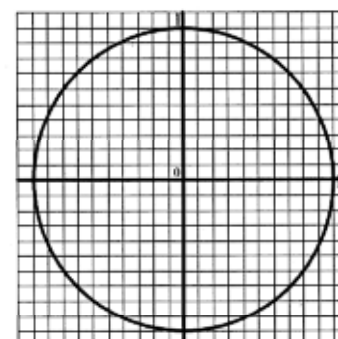
d) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,867$ et $\sin \alpha < 0$



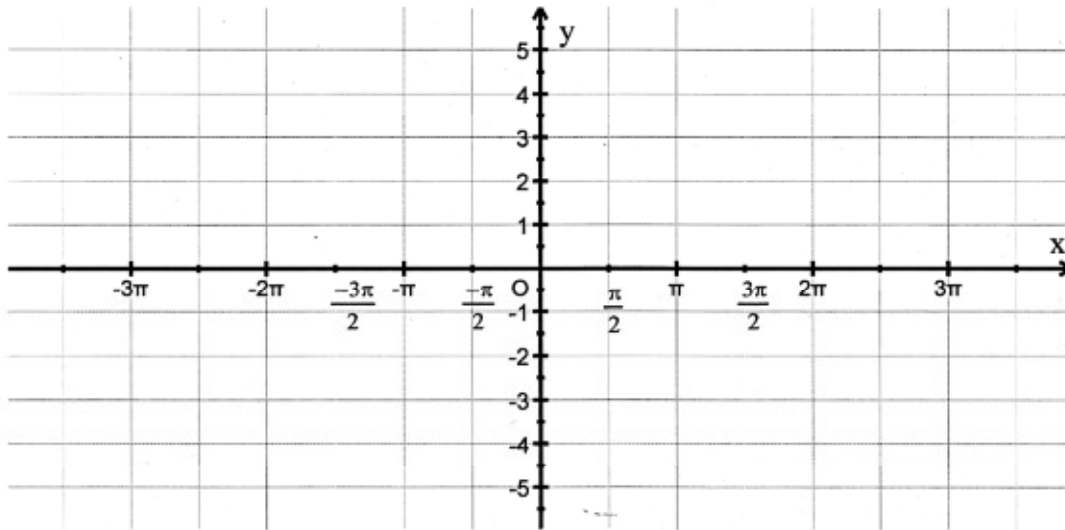
e) $\cos \alpha > 0$ et $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$



f) $\cos \alpha = 0$ et $\sin \alpha < 0$



a) Dessiner la fonction $f(x) = \sin(x)$ et donner la période :



b) Dessiner la fonction $f(x) = \cos(x)$ et donner la période

