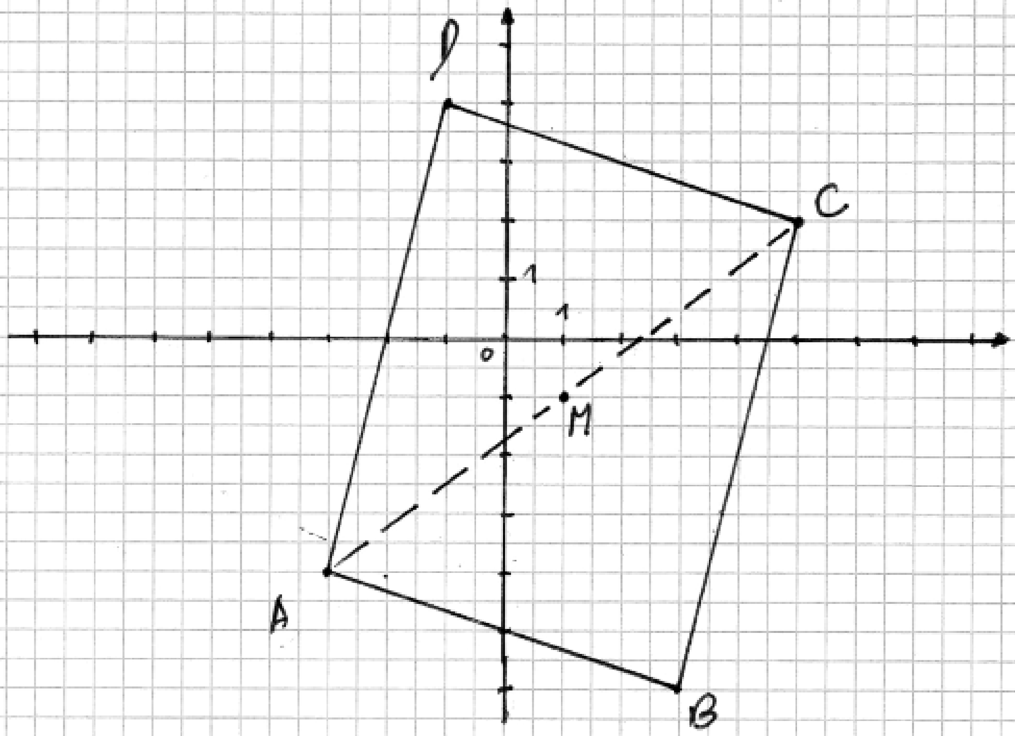
Lycée Denis-de-Rougemont Mathématiques de niveau 1

GEOMETRIE PLANE

Corrigé du TE B

Exercice 1

a)



b) On a $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OA} + 2\left(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA}\right) =$

$= \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OM} - 2\overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA} = 2\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$.

Ainsi, on a $C = (5;2)$.

De plus, $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OC} + (-\overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$.

Ainsi, $D = (-1;4)$.

Finalement $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\-6\end{pmatrix}$.

Ainsi, $B = (3;-6)$.

Exercice 2

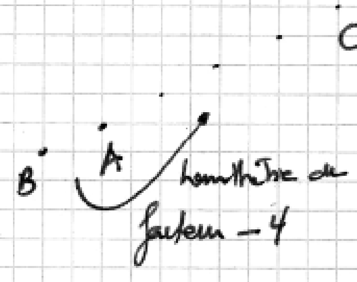
On a $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OB} + 5\overrightarrow{BA}$

$= \overrightarrow{OB} + 5\left(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}\right) = \overrightarrow{OB} + 5\overrightarrow{OA} - 5\overrightarrow{OB} =$

$= 5\overrightarrow{OA} - 4\overrightarrow{OB} = 5\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix} - 4\begin{pmatrix}8\\-5\end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix}25\\-15\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}32\\-20\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-7\\5\end{pmatrix}$.

Ainsi, on a $C(-7;5)$.



Exercice 3

On va écrire des équations paramétriques de la droite a.

On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Des équations paramétriques de la droite a sont donc: $\begin{cases} x = -5 + 9\lambda \\ y = -3\lambda. \end{cases}$

Par substitution dans la droite b: $2x - 5y - 12 = 0$, on a:

$2(-5+9\lambda) - 5(-3\lambda) - 12 = 0 \Rightarrow -10 + 18\lambda + 15\lambda - 12 = 0$

$\Rightarrow 33\lambda - 22 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{22}{33} = \frac{2}{3}$.

Avec $\lambda = \frac{2}{3}$ dans les équations paramétriques de a, on obtient:

$x = -5 + 9 \cdot \frac{2}{3} = -5 + 6 = 1$ et $y = -3 \cdot \frac{2}{3} = -2$.

Le point d'intersection des deux droites est donc $\underline{\underline{(1;-2)}}$.

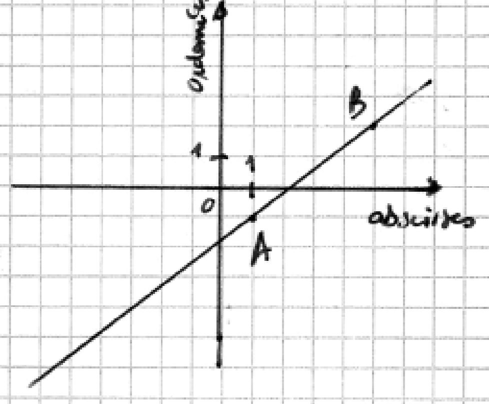
Exercice 4

On a d: $3x - 4y - 7 = 0$.

a) Un vecteur orthogonal (perpendiculaire) à d est $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$.
Un vecteur directeur (parallèle) à d est alors $\underline{\underline{\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}}}$.

Avec $y = -1$, on a $3x - 4\cdot(-1) - 7 = 0 \Rightarrow 3x + 4 - 7 = 0 \Rightarrow 3x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1$.
Le premier point à coordonnées entières est $\underline{\underline{A(1;-1)}}$.
Pour le deuxième (B), on a $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Ainsi, on a $\underline{\underline{B = (5;2)}}$.

b)



c) Pour que l'abscisse soit le double de l'ordonnée, on doit avoir $x = 2y$.
Par substitution dans d, on obtient $3\cdot 2y - 4y - 7 = 0 \Rightarrow 6y - 4y - 7 = 0 \Rightarrow 2y = 7$
$\Rightarrow y = \frac{7}{2}$ et, donc, $x = 2 \cdot \frac{7}{2} = 7$.
Le point P est donc $\underline{\underline{(7; \frac{7}{2})}}$.