Lycée Denis-de-Rougemont
Degré 10

Mathématiques de niveau 1

GEOMETRIE PLANE

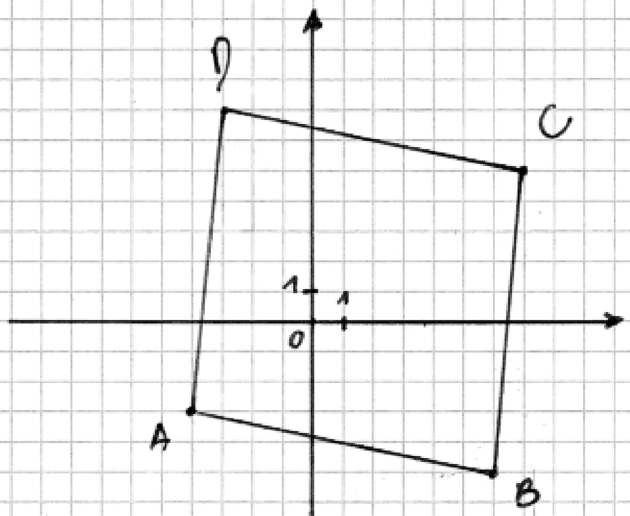
Corrigé du TE B

Exercice 1

a) Par définition, on a $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right) = \frac{1}{3}\left(\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}6\\-5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}7\\5\end{pmatrix}\right) =$
$= \frac{1}{3}\begin{pmatrix}9\\-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$.

On a ainsi $\underline{\underline{G(3\,;-1)}}$.

b)



c) On a $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}7\\5\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}6\\-5\end{pmatrix} =$
$= \begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix}$. Ainsi, on a $\underline{\underline{D(-3\,;7)}}$.

Exercice 2

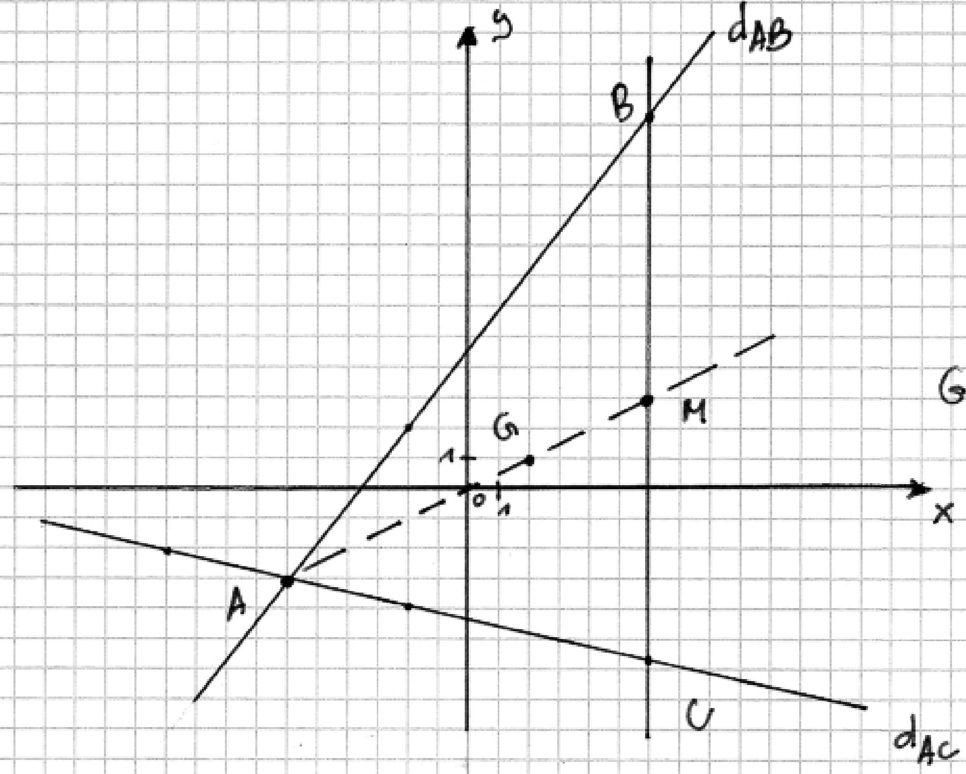
a) On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$. Ainsi $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ est orthogonal à d_1.
L'équation cartésienne de d_1 s'écrit alors $3x + 2y + c = 0$.
Avec $A(5\,;1)$, on a $3\cdot 5 + 2\cdot 1 + c = 0 \Longrightarrow 17 + c = 0 \Longrightarrow c = -17$.
L'équation cartésienne de d_1 est donc $\underline{\underline{3x + 2y - 17 = 0}}$.

b) Abscisse = ordonnée signifie $x = y$.
Par substitution dans d_1, on obtient $3y + 2y - 17 = 0 \Longrightarrow 5y - 17 = 0 \Longrightarrow y = \frac{17}{5}$.
Les coordonnées du point P sont donc $\underline{\underline{P\left(\frac{17}{5}\,;\frac{17}{5}\right)}}$.

c) Comme $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ est orthogonal à d_1 et d_2 est parallèle à d_1, $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ est aussi orthogonal à d_2. L'équation cartésienne de d_2 est donc $3x + 2y + c = 0$.

Avec $C(5;-2)$, on obtient $3\cdot5+2(-2)+c=0 \Rightarrow 15-4+c=0 \Rightarrow c=-11$.
L'équation cartésienne de d_2 est donc $\underline{\underline{3x+2y-11=0}}$.

<u>Exercice 3</u>



$GM=\frac{1}{2}AG$

A est l'intersection de d_{AB} et d_{AC} :

$$\left.\begin{array}{l} d_{AB}:\ 5x-4y+18=0 \\ d_{AC}:\ x+4y+18=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{+} 6x+36=0 \Rightarrow x=-6 \Rightarrow -6+4y+18=0 \Rightarrow 4y=-12$$

$\Rightarrow y=-3 \Rightarrow \underline{\underline{A(-6;-3)}}$

$$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AG}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{OA})$$

$$=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OG}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OG}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}=$$

$$=\frac{3}{2}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\3/2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-3\\-3/2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix} \Rightarrow M(6;3).$$

Comme la droite BC est parallèle à l'axe des ordonnées (axe Oy) et comme $M(6;3)$ est sur cette droite, on a forcément $B(6;\ldots)$ et $C(6;\ldots)$.

B est sur d_{AB} : on a $5\cdot6-4y+18=0 \Rightarrow 4y=48 \Rightarrow y=12 \Rightarrow \underline{\underline{B(6;12)}}$.

C est sur d_{AC} : on a $6+4y+18=0 \Rightarrow 4y=-24 \Rightarrow y=-6 \Rightarrow \underline{\underline{C(6;-6)}}$.