Lycée Denis-de-Rougemont
Degré 10

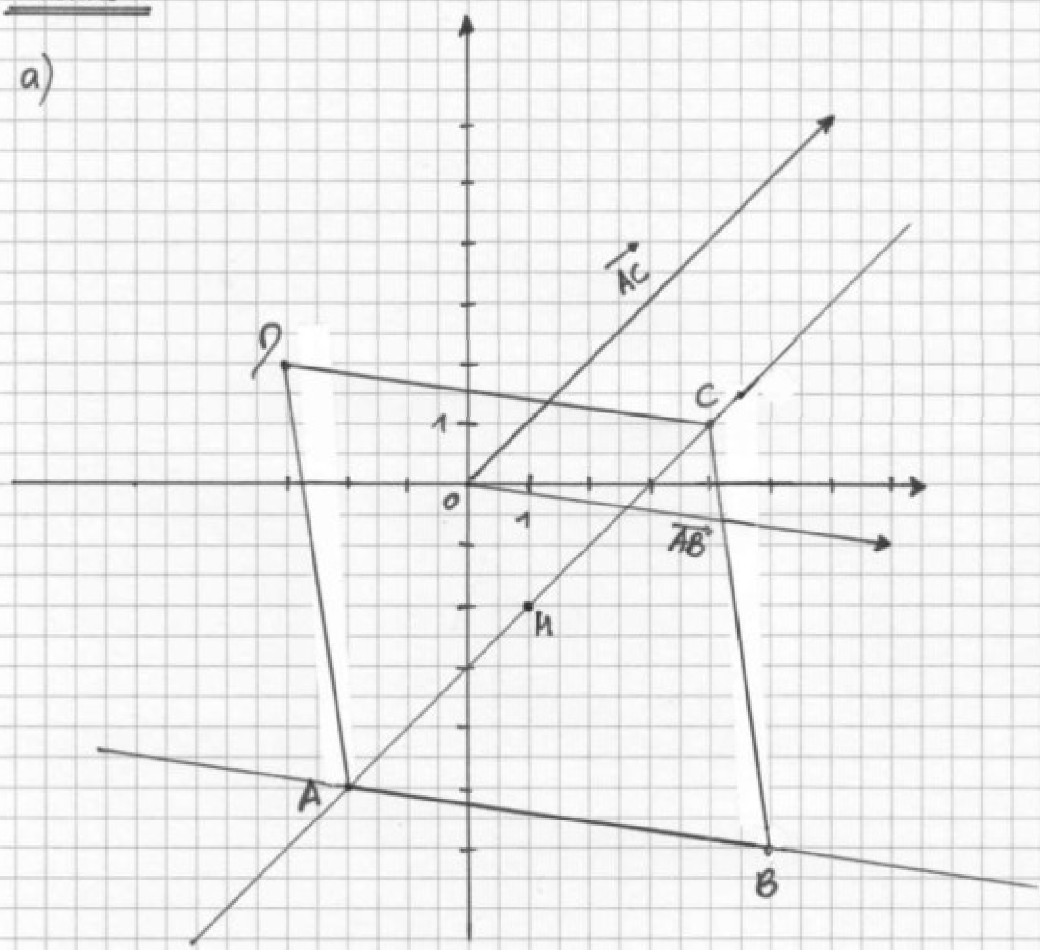
Mathématiques de niveau 1

GEOMETRIE PLANE

Corrigé du test B

Exercice 1

a)



A(−2;−5)
B(5;−6)
C(4;1)
D(−3;2)

b) M est le milieu de AC.

On a $\overrightarrow{AC} = 6\vec{e_1} + 6\vec{e_2} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Ainsi $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Donc $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} \Longrightarrow \underline{A(-2;-5)}$.

De plus $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \Longrightarrow \underline{C(4;1)}$

On a: $\overrightarrow{AB} = 7\vec{e_1} - \vec{e_2} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Ainsi $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix} \Longrightarrow \underline{B(5;-6)}$.

Finalement: $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \Longrightarrow \underline{D(-3;2)}$.

Exercice 2

a) A' est le milieu de BC avec $B(8;-6)$ et $C(2;8)$.

On a alors $A' = \left(\frac{8+2}{2};\frac{-6+8}{2}\right) = (5;1) \implies \underline{\underline{A'(5;1)}}$.

B' est le milieu de AC avec $A(-6;-4)$ et $C(2;8)$.

On a alors $B' = \left(\frac{-6+2}{2};\frac{-4+8}{2}\right) = (-2;2) \implies \underline{\underline{B'(-2;2)}}$.

b) On a $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{OB'} - \overrightarrow{OA'} = \begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-7\\1\end{pmatrix}$ et

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix}8\\-6\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-6\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}14\\-2\end{pmatrix}$.

On a ainsi $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}14\\-2\end{pmatrix} = -2\begin{pmatrix}-7\\1\end{pmatrix} = -2\overrightarrow{A'B'}$.

Ainsi $\underline{\underline{\overrightarrow{A'B'} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont bien parallèles.}}}$

Exercice 3

a) $\overrightarrow{CD}$ est un vecteur directeur de d : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-3\\6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$.

Un vecteur orthogonal (perpendiculaire) à d est donc $\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$.

L'équation cartésienne de d est donc $2x+3y+c=0$.

Avec $C(-3;6)$, on a : $2\cdot(-3)+3\cdot 6+c=0 \implies -6+18+c=0 \implies 12+c=0$

$\implies c=-12$.

L'équation cartésienne de d est donc $\underline{\underline{2x+3y-12=0}}$.

b) A : on pose $y=0$ dans d : $2x-12=0 \implies x=6 \implies \underline{\underline{A(6;0)}}$.

B : on pose $x=0$ dans d : $3y-12=0 \implies y=4 \implies \underline{\underline{B(0;4)}}$.

c) Les coordonnées du centre de gravité du triangle OCD sont données par

$\frac{1}{3}(\overrightarrow{OO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = \frac{1}{3}\left(\begin{pmatrix}-3\\6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}0\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\8/3\end{pmatrix}$

$\implies \underline{\underline{\left(0;\frac{8}{3}\right)}}$.

Exercice 4

Calculons $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Calculons $\overrightarrow{AC}$: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 18 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 6 \end{pmatrix}$.

On a $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 18 \\ 6 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = 3 \cdot \overrightarrow{AB}$.

Ainsi $\overrightarrow{AC}$ est parallèle à $\overrightarrow{AB}$.

Par conséquent, <u>A, B, C sont alignés.</u>