Mathématiques 1

Problème 1 Dans une commune, l'accueil des enfants à la crèche est facturé aux parents en fonction de leur revenu imposable. Le canton, qui participe au financement du fonctionnement des crèches, oblige cette commune à réviser son tarif. Le tableau ci-dessous montre la différence entre ancien et nouveau tarifs (coût par jour et par enfant) pour deux familles aux revenus différents.

Revenu imposable (en milliers de francs)	Ancien tarif (en francs)	Nouveau tarif (en francs)
50	45	47,50
100	70	85

- a) Déterminer les relations fonctionnelles liant l'ancien tarif y_A et le nouveau y_N au revenu imposable x.
- **b)** Que coûtera le placement d'un enfant dans cette crèche pour une famille ayant un revenu imposable de 120'000 francs?
- c) Pour quels revenus le nouveau tarif est-il plus avantageux?

Problème 2 Un jeune inventeur entend commercialiser un disque de stationnement électronique. Après un investissement initial en équipement de 72'000 francs, la fabrication lui coûterait 12 francs par article. D'après une étude de marché, la demande n du produit en fonction du prix p serait donnée par la relation

$$n = 42'000 - 1'400p.$$

- a) Déterminer, dans ces conditions le prix unitaire qui amènera le plus grand bénéfice, le montant du bénéfice maximal et le nombre d'articles ainsi vendus.
- b) Ce jeune inventeur croit bon de fixer le prix unitaire au-dessus de celui trouvé sous a). Il réalise alors un bénéfice de 35800 francs. Quel prix de vente a-t-il fixé?

Problème 3 L'agence *Eurostat* de la Commission européenne publie annuellement le chiffre d'affaires des commerces de détails (produits alimentaires) dans les pays membres de l'Union européenne. Les valeurs figurant dans le tableau ci-dessous sont exprimées en milliards d'euros. Elles concernent la France et la Roumanie pour les années 2000 à 2007.

	2000	2007
France	146	182
Roumanie	3,60	5,41

On peut admettre que l'évolution du chiffre d'affaires annuel propre à chacun de ces deux pays est décrite par une fonction exponentielle.

- a) Déterminer le taux annuel de croissance du chiffre d'affaires relatif à chacun de ces pays.
- b) Quel fut le chiffre d'affaires de chacun de ces deux pays en 2014?
- c) En quelle année le chiffre d'affaires de la France sera-t-il égal à 20 fois celui de la Roumanie?

Problème 4 On a constaté (a posteriori) que la valeur V(t) en (dollars) d'une action cotée en Bourse en fonction du temps t (durée de la cotation en semaines) est décrite par la relation

$$V(t) = 250 \cdot \left(1 - 0.75 \cdot 2.2^{-0.05t}\right)^2$$

- a) Quelle était la valeur initiale de cette action?
- b) Que valait-elle après une année?
- c) Un acheteur a acquis des actions à 108,60 dollars l'unité. A quel moment a eu lieu la transaction?
- d) Quelle sera la valeur de cette action à long terme?