Mathématiques 1 - Session janvier 2018

Corrigé

Problème 1

Année	Taux (c) croiss./décroiss.	Facteur (1+c) de croiss./décroiss.
2011	+ 14,4%	1,144
2012	+ 4,8%	1,048
2013	− 31,0%	0,69
2014	+ 11,9%	1,119
2015	− 0,2%	0,998

a)

$$C_{2015} = 35'000 \cdot 1{,}144 \cdot 1{,}048 \cdot 0{,}69 \cdot 1{,}119 \cdot 0{,}998$$

$$= \underline{32'334{,}40}$$

b)

$$32'334{,}40 = 35'000\,(1+i)^5 \quad \Big|\ : 35'000$$

$$0{,}92384 = (1+i)^5 \quad \Big|\ \sqrt[5]{}$$

$$0{,}98428 = 1+i \quad \Big|\ -1$$

$$-0{,}01572 = i$$

$$\Rightarrow \underline{i = -1{,}572\,\%}$$

Math 1 - Janvier 2018 - Corrigé

Problème 2

$$\text{Recettes} = n \cdot p = (1980 - 12p) \cdot p = -12p^2 + 1980p$$

$$\text{Coûts} = 8'127 + 10 \cdot (1980 - 12p)$$

$$= -120p + 27'927$$

$$\Rightarrow \text{Bénéfice} = \text{Recettes} - \text{Coûts}$$

$$= -12p^2 + 1980p - (-120p + 27'927)$$

$$= -12p^2 + 2100p - 27'927$$

a) $$p_{\text{bén.max}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2100}{2(-12)} = \underline{87{,}50}$$

b) $$\text{Bénéfice}_{\max}(87{,}5) = -12 \cdot (87{,}5)^2 + 2100 \cdot (87{,}5) - 27'927$$

$$= \underline{63'948.-}$$

$$n = 1980 - 12 \cdot (87{,}5) = \underline{930}$$

c) Formule de Viète

$$p = \frac{-2100 \pm \sqrt{2100^2 - 4(-12)(-27927)}}{2 \cdot (-12)} = \begin{cases} (+)\ 14{,}50 \\ (-)\ 160{,}50 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Seuil de rentabilité inférieur : $\underline{14{,}50 \text{ francs}}$

Seuil de rentabilité supérieur : $\underline{160{,}50 \text{ francs}}$

Math 1 – Janvier 2018 – Corrigé

Problème 3

Suisse : Vente 2015 : 100'000.– avec +11% dès 2016

Etranger : Vente 2015 : 25'000.– avec +40% dès 2016

a)

Suisse : $100'000 \cdot (1+11\%)^3 = 136'763$ vélos

Etranger : $25'000 \cdot (1+40\%)^3 = 68'600$ vélos

b)

$$100'000 \cdot (1{,}11)^n = 25'000 \cdot (1{,}4)^n \qquad \Big| : 25'000$$

$$4 \cdot (1{,}11)^n = 1{,}4^n \qquad \Big| : 1{,}11^n$$

$$4 = \left(\frac{1{,}4}{1{,}11}\right)^n \qquad \Big| \log$$

$$\log 4 = n \cdot \log\left(\frac{1{,}4}{1{,}11}\right) \qquad \Big| : \log\left(\frac{1{,}4}{1{,}11}\right)$$

$$n = \frac{\log 4}{\log\left(\frac{1{,}4}{1{,}11}\right)} = 5{,}97$$

$\Rightarrow$ Soit en fin d'année 2021

Problème 4

a) $\underline{Y_c = 2{,}5\,x + 40}$

b) $Y_c = 2{,}5 \cdot (65) + 40 = \underline{202{,}5 \text{ francs}}$

c)

Facture y	270	253
Consommation x	100	90

$\Rightarrow \quad p = \dfrac{270 - 253}{100 - 90} = \dfrac{17}{10} = 1{,}7$

$\Rightarrow$ le Point $(100; 270)$ est sur la droite

$\Rightarrow \quad 270 = 1{,}7 \cdot 100 + b$

$\Rightarrow \quad b = 100$

$\underline{Y_M = 1{,}7\,x + 100}$

d) $Y_c = Y_M$

$$\begin{aligned} 2{,}5x + 40 &= 1{,}7x + 100 && \big|\ -1{,}7x \ \ -40 \\ 0{,}8x &= 60 && \big|\ :0{,}8 \\ \underline{x} &\underline{= 75} \end{aligned}$$

$Y_c(75) = Y_M(75) = 227{,}50$

e) Noah consomme peu d'eau. Il va soutenir le tarif de <u>son</u> village.

Mia consomme beaucoup d'eau. Elle va soutenir le tarif de <u>son</u> village.

Problème 5

$$h(t) = \frac{216}{2+25\cdot e^{-0{,}03\cdot t}}$$

a) $t = 10$

$$h(10) = \frac{216}{2+25\cdot e^{-0{,}03\cdot 10}} = \underline{17{,}8 \text{ mètres}}$$

b) $h(t) = 75$

$$75 = \frac{216}{2+25\cdot e^{-0{,}03\cdot t}} \quad \Big| \; :75 \;\; \cdot(2+25\cdot e^{-0{,}03\cdot t})$$

$$2+25\cdot e^{-0{,}03\cdot t} = 2{,}88 \quad \Big| \; -2$$

$$25\cdot e^{-0{,}03\cdot t} = 0{,}88 \quad \Big| \; :25$$

$$e^{-0{,}03\cdot t} = 0{,}0352 \quad \Big| \; \ln$$

$$-0{,}03\cdot t = \ln(0{,}0352) \quad \Big| \; :(-0{,}03)$$

$$t = \frac{\ln(0{,}0352)}{-0{,}03} = \underline{37{,}2 \text{ ans}}$$

c) En vieillissant, un sequoia peut atteindre $\underline{108 \text{ mètres}}$

$\Rightarrow$ $e^{-0{,}03\cdot t} \to 0$ sur le long terme

$\Rightarrow$ $h(t)$ tend vers $\frac{216}{2} = 108$ quand $t \to \infty$