

Mathématiques 3

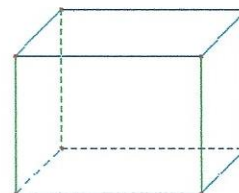
Remarque : Dans le temps imparti, il est demandé de résoudre à choix 3 des 4 problèmes suivants, qui ont tous le même poids. Il est loisible d'aborder plus de trois problèmes. La note 6 sera attribuée pour un nombre de points équivalent à 3 problèmes.

Problème 1 Selon le modèle de Cobb-Douglas, la production Q d'une entreprise de la région s'exprime de la manière suivante :

$$Q(K;L) = 50 \cdot K^{0.8} \cdot L^{0.2}$$

- a) Déterminer le niveau de production pour un capital K de 16'807 et pour une quantité de main d'œuvre L de 3'125.
- b) Donner l'expression de la productivité marginale de la main d'œuvre $\frac{\partial Q}{\partial L}$
- c) Quelle est la valeur prise par cette productivité au point $(K ; L) = (16'807 ; 3'125)$?
- d) Interpréter le résultat sous c). En particulier, donner la production de cette entreprise pour un capital de 16'807 et une quantité de main d'œuvre de 3'126.
-

Problème 2 L'intérieur d'une boîte sans couvercle, dont le fond a la forme d'un carré, doit être recouvert d'un tissu décoratif. Le volume de cette boîte est de 108 dm^3 .



Déterminer les dimensions de cette boîte pour que la quantité de tissu utilisé soit minimale.

Problème 3 Un locataire s'intéresse à un appartement situé à La Chaux-de-Fonds dont le loyer mensuel initial s'élève à 800 francs. Dans la mesure où cette personne a été engagée professionnellement durant une période de 5 ans dans cette ville, elle serait d'accord de signer un contrat de location pour une telle durée. Cela étant, le propriétaire de l'appartement lui propose, à choix, deux contrats :

- 1) Au début de chaque année, le loyer mensuel augmente de 5 % ;
 - 2) Au début de chaque année, le loyer mensuel augmente de 40.-.
- a) En considérant la période de 5 ans, quelle option va retenir le locataire ?
 - b) Selon son choix, quel sera le montant du loyer au terme de cette période ?

Problème 4 Un musée retraçant l'époque lacustre du Lac de Biemme devrait voir le jour ces prochaines années. Les communes situées au bord de ce lac se sont engagées à verser au début de chaque année un montant total de 200'000 francs. Le premier versement a eu lieu le 1^{er} janvier 2017.

- a) En anticipant le versement d'un tel montant au début de chaque année et compte tenu d'un intérêt privilégié de 1,75 % versé par une banque régionale, quel sera le montant accumulé sur le compte bancaire pour construire ce musée à la fin de l'année 2025 ?
- b) Sachant qu'un montant minimum de 3'700'000 francs est nécessaire, au cours de quelle année la construction pourra-t-elle débuter ?