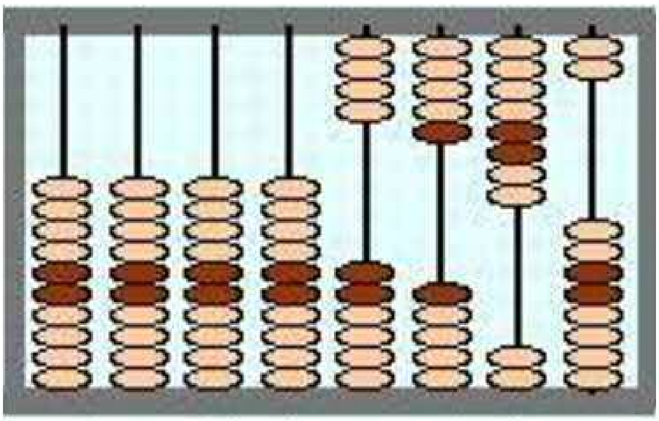
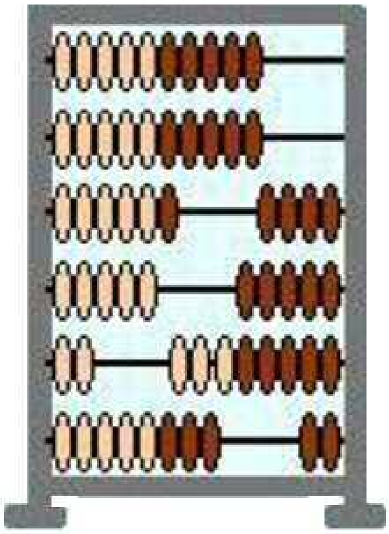
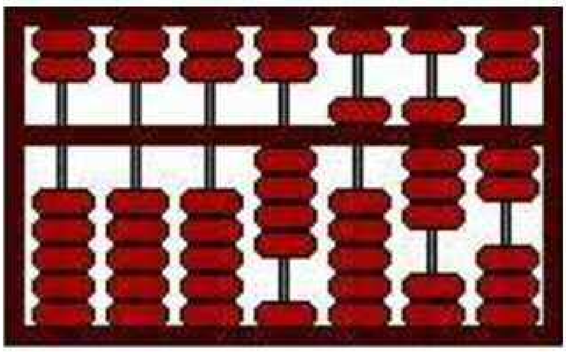
Une histoire des mathématiques



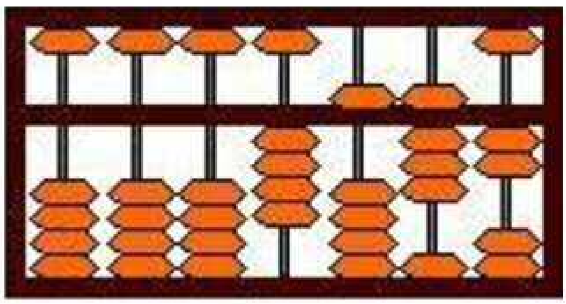
Stchoty ou boulier russe



Boulier français



Suan pan ou boulier chinois



Soroban ou boulier japonais

4582 représentés sur différents bouliers compteurs

Une histoire des mathématiques

1. Les premières civilisations anciennes

Les premières civilisations anciennes qui nous ont laissé des sources permettant d'analyser assez justement leurs connaissances mathématiques sont les civilisations babylonienne et égyptienne.

La première comprend un ensemble de peuples qui ont vécu en Mésopotamie entre 5 000 avant Jésus-Christ et le début de notre ère, avec Babylone comme principal centre d'activité culturelle. Des fouilles archéologiques commencées au XIX^e siècle ont permis d'exhumer plusieurs centaines de tablettes d'argile frappées au stylet en écriture cunéiforme et probablement cuites ensuite, ce qui explique leur bon état de conservation. Près de trois cents d'entre elles concernent les mathématiques et elles datent soit de la première dynastie babylonienne (entre 1 800 et 1 500 avant Jésus-Christ), marquée par le règne d'Hammurabi, soit de la période dite hellénistique, entre 600 avant J.-C. et 300 après J.-C., de la dynastie chaldéenne à l'empire séleucide.

Les chercheurs O. Neugebauer et Thureau-Dangin ont donné les premières interprétations des tablettes permettant véritablement d'apprécier le niveau de leurs connaissances, suivis par Bruins et Rutten, qui ont publié et analysé les *Textes mathématiques de Suse*, découverts plus récemment.

Les tablettes comportent des séries de nombres, des relations géométriques et des problèmes.

Le système de numération babylonien est une combinaison d'un système sexagésimal et décimal, avec un principe de position : seuls deux signes différents interviennent qui désignent l'unité et le nombre 10; des combinaisons de ces deux signes interviennent au-delà de 60, suivant le principe de position. Aucun symbole spécifique pour le zéro n'est repéré dans les textes les plus anciens (vers 1 700 avant J.-C.); la valeur numérique du symbole représentant un nombre dépend donc du contexte dans lequel il intervient, le même signe pouvant valoir 1, 60, 3 600 ou, encore, 1/60, 1/3 600... (*cf.* encadré 1).

La multiplication est exécutée en se référant à des tables de multiplication, sans doute établies à l'origine par additions successives, et l'utilisation de tables de réciproques permet de remplacer les divisions par des multiplications. Enfin, comme 60 a beaucoup de diviseurs, le principe de position des Babyloniens les favorise, par exemple par rapport aux Égyptiens,

Exemples de nombres

 34  11

 92  71

 3 600

 3 672 $(3\,672 = 60^2 + 60 + 10 + 2)$

 1 364 $(1\,364 = 2 \times 10 \times 60 + 2 \times 60 + 4 \times 10 + 4)$

 319 941

$(319\,941 = 60^3 + 20 \times 60^2 + 8 \times 60^2 + 50 \times 60 + 2 \times 60 + 20 + 1)$

Les fractions

 $1\frac{1}{2}$  $1\,\frac{1}{3}$

 $\frac{1}{4}$ $\left(\text{car } \frac{1}{4} = \frac{15}{60}\right)$

Extrait d'exercices effectués à l'École Normale des Hauts-de-Seine

---

on le verra, dans l'écriture des fractions. Ils peuvent en effet représenter 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/12, 1/15, 1/20, 1/30; ainsi le scribe babylonien peut écrire 1/2, c'est-à-dire $1 + \frac{30}{60}$, sous la forme . Mais les Babyloniens excluent les inverses des nombres qui ne sont pas produits de facteurs premiers de 60 et ne s'écrivent pas $2^p 3^q 5^m$ (avec p, q, m entiers) car ces inverses n'ont pas de développement fini dans la base 60.

Les connaissances mathématiques des Babyloniens sont appliquées à des échanges de monnaie et de marchandises, à des problèmes d'intérêts simples et composés, à des calculs de taxes et de répartition des récoltes. La plupart des problèmes présents dans les tablettes cunéiformes sont de nature économique.

Quant à la civilisation égyptienne, formée des deux royaumes de la Haute et de la Basse-Égypte, sa période la plus brillante est celle de la III^e^ Dynastie des pharaons (vers 2 500 avant J.-C.), qui fit construire les pyramides, mais elle devait se poursuivre à l'abri d'influences extérieures jusqu'à la conquête d'Alexandre le Grand en 332 avant J.-C.

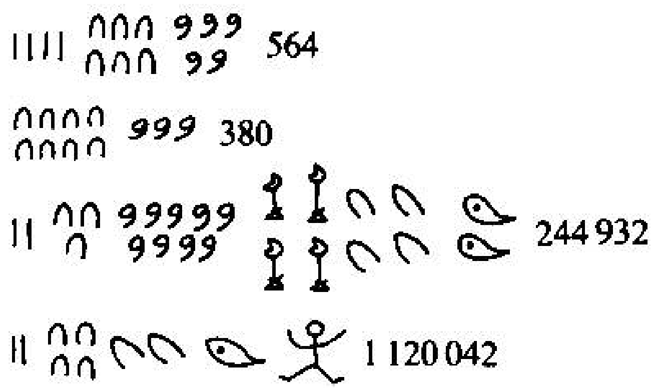
Les Égyptiens ont utilisé deux systèmes d'écriture. L'un, *hiéroglyphique*, utilisé sur les monuments et les pierres tombales, est pictural, chaque symbole représentant un objet. L'autre, *hiératique*, emploie des symboles conventionnels qui n'étaient à l'origine que des simplifications et des stylisations des hiéroglyphes. Ce dernier, mieux adapté à l'écriture manuelle, prédomine sur les papyrus, qui sont la principale source de renseignements sur les mathématiques égyptiennes. Les plus célèbres sont le *Papyrus Rhind* du British Museum, sorte de manuel pour non-initiés formé de quatre-vingt-cinq problèmes écrits par le scribe Ahmès vers 1650 avant J.-C., le *Papyrus de Moscou*, qui lui ressemble beaucoup, et le *Rouleau de cuir des mathématiques égyptiennes*, mis à plat à grand-peine en 1927 et particulièrement éclairant sur l'arithmétique égyptienne.

La numération hiéroglyphique est à base 10, non positionnelle : on dispose de symboles différents pour désigner 1, 10, 100, etc., on répète un symbole autant de fois qu'il le faut et, pour lire un nombre, on additionne la valeur de l'ensemble des symboles intervenant dans son écriture ; l'ordre de ceux-ci n'importe donc pas, la représentation pouvant être aussi bien horizontale que verticale.

La numération hiératique est aussi décimale, mais des signes spéciaux supplémentaires évitent la répétition des symboles du système hiéroglyphique (*cf.* encadré 2).

— 2. Le système hiéroglyphique de notation des entiers chez les Égyptiens —

Exemples :



En dehors des entiers, les Égyptiens ne conçoivent que les fractions unitaires. Dans les deux numérations, ils les écrivent en faisant surmonter le symbole représentant le dénominateur d'un signe particulier. De plus, la fraction 2/3 semble jouir d'un statut privilégié et un symbole lui est associé.

L'arithmétique s'organise autour de quelques règles :

— la possibilité de multiplier et de diviser par deux un nombre entier, ce qui leur permet ensuite d'effectuer par addition n'importe quelle multiplication;

— la capacité de trouver les 2/3 de n'importe quelle fraction unitaire suivant la règle :

$$\frac{2}{3}\frac{1}{n}=\frac{1}{2n}+\frac{1}{6n},$$

règle qu'ils simplifient, lorsque le dénominateur est pair, en :

$$\frac{2}{3}\frac{1}{n}=\frac{1}{n+\frac{n}{2}}.$$

Enfin, se refusant à admettre des fractions autres qu'unitaires, ils sont conduits à décomposer des fractions de la forme $\frac{2}{n}$ en sommes de fractions unitaires ; comme par exemple $2/5 = 1/3 + 1/15$. Mais, ce calcul étant compliqué, ils se réfèrent à une table établie une fois pour toutes. Ainsi, le *Papyrus Rhind* débute par une liste des décompositions de $2/n$, de $n = 5$ à $n = 101$ (*cf.* encadré 3).

3. Le papyrus Rhind

Dans le *Papyrus Rhind*, on trouve,

$$\frac{2}{13}=\frac{1}{8}+\frac{1}{52}+\frac{1}{104}$$

Comment Ahmes peut-il y arriver?

$$\begin{aligned}\frac{2}{13}&=\frac{1}{13}+\frac{1}{13}\\ &=\frac{1}{26}+\frac{1}{26}+\frac{1}{13}\\ &=\frac{1}{52}+\frac{1}{52}+\frac{1}{26}+\frac{1}{13}\\ &=\frac{1}{104}+\frac{1}{104}+\frac{1}{52}+\frac{1}{26}+\frac{1}{13}\\ &=\frac{1}{104}+\frac{1}{52}+\left[\frac{1}{104}+\frac{1}{26}+\frac{1}{13}\right]\\ &=\frac{1}{104}+\frac{1}{52}+\frac{1}{8}\end{aligned}$$

Quand le dédoublement est inefficace, le scribe utilise la réduction par la fraction 1/3.

Notons que le symbolisme actuel, s'il nous aide à faire comprendre le processus, n'est sans doute pas la marche opératoire réelle de l'Égyptien.

Le système de calcul nous paraît bien lent et primitif, mais il ne nécessite aucun effort de mémoire; le maniement des fractions unitaires, pourtant complexe, est effectué avec habileté par les scribes.

Cela est sans doute lié au fait que le système social pharaonique impliquait une énorme comptabilité matérielle dans le contrôle de la production et de la répartition des ressources, des denrées alimentaires et des objets, tâche qui incombait aux scribes.

2. La Grèce

La civilisation ancienne qui a joué le rôle le plus éminent dans le développement des mathématiques occidentales est celle des Grecs.

Le peuple hellène est issu de deux vagues successives d'envahisseurs indo-européens : les Achéens se sont installés dans le Péloponnèse vers l'an 2000 avant J.-C.; nous connaissons leurs épopées et leurs hauts faits à travers les héros mi-légendaires des poèmes homériques. Les Doriens ont provoqué vers la fin du XII^e siècle avant J.-C. des migrations qui ont débouché sur le peuplement des rivages occidentaux de l'Asie Mineure (Ionie) et des îles de la mer Égée.

Après une période de tyrannie et de colonisation du pourtour de la Méditerranée, une forme nouvelle d'organisation politique s'appuyant sur la communauté des citoyens s'est mise en place à l'aube du VIII^e siècle dans les cités, petits États autonomes qui composent la Grèce. Milet (en Ionie) a été la principale cité grecque jusqu'au VI^e siècle avant J.-C. Sparte et Athènes lui ont succédé. Après la conquête d'Alexandre le Grand (de 334 à 327 avant J.-C.), la puissance d'Athènes a décliné et la ville d'Alexandrie, en Égypte, est devenue la capitale du monde grec. La mort de la reine Cléopâtre (en 30 avant J.-C.) met fin à cette brillante civilisation : l'Égypte passe alors définitivement sous contrôle romain, la Macédoine et la Grèce ayant déjà été annexées en 146 avant J.-C. Alexandrie restera pourtant gardienne des traditions grecques jusqu'à sa prise par les musulmans en 640.

La connaissance des mathématiques grecques pose des problèmes de sources. Hormis quelques fragments de papyri alexandrins, nous ne disposons pas de manuscrits originaux. Les textes grecs nous sont parvenus sous forme de copies de copies, dont l'authenticité n'est pas garantie, de commentaires rédigés entre cinq cents et mille cinq cents ans après les originaux, de traductions arabes et de versions latines[1]. Un des commentaires, celui de Proclus sur le Livre I des *Éléments* d'Euclide, semble

1. Un considérable travail d'édition a cependant été fait, et nous pouvons être à peu près sûrs que les textes que nous possédons sont conformes aux originaux.

reproduire quelques fragments d'une histoire des mathématiques, composée par Eudème, disciple d'Aristote, au IV^e siècle avant J.-C. et perdue. C'est le seul témoignage que nous possédions sur les mathématiques pré-euclidiennes (antérieures au III^e siècle avant J.-C.).

On assiste en Grèce, vers le VI^e siècle avant J.-C., à l'éclosion d'une science positive, qui n'est pas simplement une collection de résultats empiriques comme dans les civilisations antérieures. En contact avec les peuples orientaux, Babylone et Égypte, les Grecs ne se contentent pas d'assimiler leurs connaissances, mais rendent les mathématiques abstraites et déductives. Les Grecs sont avant tout des géomètres.

Eudème cite Thalès de Milet comme fondateur de la géométrie grecque et mentionne aussi Pythagore, qui aurait changé la philosophie (la géométrie) en une forme de doctrine libérale, accessible à tous. Nous connaissons la période classique (de 600 à 300 avant J.-C.) surtout à travers les exposés synthétiques des grands géomètres, Euclide et Apollonius. Il semblerait qu'une période de découvertes sporadiques ait été suivie d'une ère d'inventions systématiques. Celles-ci ont débouché sur la rédaction d'éléments de géométrie regroupant logiquement tous les résultats antérieurs tout en ajoutant des recherches originales. Les *Éléments* d'Euclide, qui sont les seuls à nous être parvenus, étaient de loin les plus complets et les plus achevés, aussi bien sur le plan de la méthode que de la forme.

L'école d'Alexandrie (de 300 avant J.-C. à 640), dominée par des figures aussi prestigieuses que celles d'Archimède, de Ptolémée, de Héron et de Diophante, exploite les connaissances de la période classique et élargit le champ des mathématiques grecques en étendant ses investigations à la mécanique, à l'astronomie et à la trigonométrie et en renouant avec la tradition plus algébrique des Babyloniens.

Recherche mathématique et spéculation philosophique sont étroitement liées dans la Grèce antique. Platon (427-347 avant J.-C.), selon la légende de l'inscription : *« Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre »* à l'entrée de son école, fait d'une connaissance élémentaire de la géométrie la condition indispensable d'admission dans le cercle des disciples du philosophe. Il insiste sur la valeur éducatrice des mathématiques, discipline préparatoire ayant pour fin de conduire l'esprit à la contemplation des essences intelligibles.

Son disciple et rival, le Stagirite Aristote (384-322 avant J.-C.), s'interroge lui aussi sur l'origine de la connaissance et les moyens d'approcher la réalité empirique (sensations, « faculté divine » permettant le passage de la sensation au raisonnement). Il codifie les lois du raisonnement dans la logique, organisatrice de la cohérence du discours, et en fait l'instrument d'une pensée capable de produire ses propres normes et d'imposer sa loi à la nature. Il élabore un corpus théorique global qui propose des explications qualitatives de l'ensemble des phénomènes naturels (cosmogonie, physique, lieux naturels vers lesquels reviennent toujours les corps, etc.). Ce corpus a été appelé philosophie naturelle.

L'œuvre d'Aristote n'a cessé d'inspirer la réflexion philosophique et nul n'a marqué autant que lui la pensée occidentale.

La logistique grecque

La *logistique*, art de compter par opposition à l'*arithmétique* réservée à la théorie des nombres, est très compliquée en Grèce. Une inscription datant de 450 avant J.-C. témoigne de l'usage à Athènes du système attique de numération, système additif à base 10 qui comprend neuf symboles : I, II, III, IIII pour les quatre premiers chiffres, puis les lettres initiales Γ de *penta* (5), Δ de *deka* (10), H de *hekaton* (100), X de *chilioi* (1000), et M de *myrioi* (myriade) pour 10000. Les autres nombres sont notés en formant des combinaisons des neuf symboles ci-dessus (*cf.* encadré 4).

4. Numération grecque

a) Dans le système attique :

ΓI = 6, 𐅄 = 50, 𐅆 = 5000, ΔΓ = 15, XΓ = 1005, XX𐅅HΔΓ = 2615.

b) Le système ionique utilise les symboles suivants :

α = 1	ι = 10	ρ = 100
β = 2	κ = 20	σ = 200
γ = 3	λ = 30	τ = 300
δ = 4	μ = 40	υ = 400
ε = 5	ν = 50	φ = 500
ς = 6	ξ = 60	χ = 600
ζ = 7	ο = 70	ψ = 700
η = 8	π = 80	ω = 800
θ = 9	ϟ = 90	ϡ = 900

Dans ce système ια = 11, ξθ = 69, ρκε = 125,

$\overline{'\varepsilon\upsilon\pi} = 5480$, $\overline{'\eta\omega\alpha} = 8801$, $\overline{'\gamma o\theta}$ ou 'γΩοθ = 3079

$\overset{\gamma}{\mathrm{M}} = 3$ myriades = 30000

$\overset{\beta}{\mathrm{M}},\varepsilon = 2$ myriades + 5 mille = 25000

'ευπδM,βρμη = 54 842 148

$$L'' = \frac{1}{2}, \quad \alpha L'' = 1\tfrac{1}{2}, \quad \gamma L'' = 3\tfrac{1}{2}.$$

Diophante écrit $\overset{K\theta}{\underset{\iota\gamma}{}}$ la fraction $\frac{13}{29}$ notée parfois ιγ'Kθ'' ou ιγ'Kθ''Kθ'', où le numérateur est marqué d'un accent, le dénominateur de deux accents. Le dénominateur est parfois répété.

$$\begin{matrix}\iota\gamma \\ \rho\iota\zeta\end{matrix} \text{ signifie } \frac{117}{13}, \quad \frac{\tau\kappa\zeta}{\sigma\iota\theta} = \frac{219}{327}.$$

Le système attique a progressivement été remplacé par le système ionique. Son utilisation s'est généralisée à Alexandrie (dès le IIIe siècle avant J.-C.). C'est un système décimal de numération alphabétique, additif, non positionnel, formé des 24 lettres de l'alphabet grec (d'origine phénicienne) plus 3 autres signes (*cf.* encadré 4). Dans les papyri alexandrins apparaît un symbole pour le zéro : .

Afin de distinguer les nombres des lettres qui les désignent, les Grecs ont pris l'habitude de placer une barre horizontale au-dessus des lettres.

Les neuf multiples de 1000 sont notés par les neuf premières lettres précédées d'un accent : $'\alpha = 1000$, $'\delta = 4000$, etc., les myriades par le symbole M surmonté ou précédé du symbole pour les multiples. Pour exprimer les nombres supérieurs à 10000, les Grecs placent à droite du nombre de myriades les symboles de 1 à 9999.

Le système grec se prête difficilement à l'écriture des fractions. Il existait un symbole pour 1/2. Comme les Égyptiens, les Grecs furent tentés de n'utiliser que les fractions unitaires. Ils marquaient le dénominateur d'un accent : $\gamma' = 1/3$, $\kappa\varepsilon' = 1/25$ ou $20\frac{1}{5}$, selon le contexte.

D'autres tentatives furent faites, mais aucune ne réussit à s'imposer jusqu'à ce que Diophante (début de notre ère) introduise une notation non ambiguë : il place le dénominateur légèrement au-dessus du numérateur. Les astronomes alexandrins se rendent d'ailleurs compte de la supériorité du système babylonien d'écriture des fractions et adoptent dans leurs calculs les fractions sexagésimales.

Le système grec de numération étant trop compliqué pour effectuer facilement les opérations par écrit (*cf.* encadré 5), celles-ci le sont fréquemment sur une *abaque*, table sur laquelle des lignes parallèles figurent les unités, les dizaines, les centaines, etc. On y place un nombre de jetons correspondant aux unités, aux dizaines, etc., du nombre à représenter. L'abaque sera largement utilisée par les Romains et dans l'Occident médiéval chrétien, même après l'introduction de la numération décimale de position qui est la nôtre.

3. La civilisation arabe

Moins d'un siècle après la mort de Mahomet (en 632) et la chute d'Alexandrie (en 640), les anciennes tribus nomades d'Arabie unifiées par le prophète, puis sous l'égide de ses successeurs, les califes, ont conquis d'immenses territoires de l'Inde à l'Espagne, comprenant l'Afrique du Nord et l'Italie du Sud.

Cette progression ne s'essouffle qu'aux frontières de la Chine et ne subit que deux coups d'arrêt : à Constantinople en 717-718, où la flotte arabe est finalement repoussée par les Byzantins, et à Poitiers, en 732, où Charles Martel stoppe l'avancée arabe. L'immense empire musulman a d'abord Damas, en Syrie, pour capitale, mais il se scindera ensuite au VIIIe siècle en deux royaumes indépendants d'Orient et d'Occident.

5. Exemple d'une multiplication en numération grecque

Les Grecs disposent d'une table de multiplication 9×9.

Pour multiplier $\lambda = 30$ par $\varphi = 200$, ils procèdent ainsi :

— λ est lu comme $\gamma (= 3)$ dizaines,
γ est le radical du nombre, l'ordre de grandeur est la dizaine;

— φ est lu comme $\beta (= 2)$ centaines,
son radical est β, l'ordre de grandeur est la centaine;

— le produit des radicaux est ϛ;

— le produit des dizaines par les centaines donne des milliers;

— le résultat est donc ͵ϛ = 6 000.

On imagine la complexité du procédé lorsque les multiplicateurs sont des nombres un peu moins simples!

Voici l'exemple d'une multiplication effectuée par Eutocius dans son commentaire sur *la Mesure du cercle* d'Archimède :

͵βλια	Nous la noterions	2 911 ×
͵βλια		2 911
$\overset{\upsilon}{M}$ $\overset{\rho\pi}{M}$ $\overset{\beta}{M}$,β		4 000 000 1 800 000 22 000
$\overset{\rho\pi}{M}$ $\overset{\pi\alpha}{M}$,θϡ		1 800 000 819 900
$\overset{\beta}{M}$,θρι		29 110
͵βλια		2 911
$\overset{\omega\mu\zeta}{M}$,γϡκα		8 473 921

Dans les pays conquis, une fois passée la brève période de fanatisme religieux accompagnant l'expansion, les premiers nomades arabes découvrent une civilisation et une culture bien supérieures à la leur. Rapidement, ils s'assimilent les coutumes, les modes de pensée, les conceptions intellectuelles que les habitants de ces régions ont développés au cours des siècles précédents. Avec, dans l'ensemble, un esprit de tolérance et de libéralisme, ils s'intègrent aux communautés locales et, avec elles, entreprennent d'édifier une civilisation et une culture propres.

La civilisation arabe va donc prédominer du VII^e au XIII^e siècle sur cette immense aire géographique. En 1236, Cordoue, capitale de l'Occident musulman et centre de civilisation arabo-andalouse, est prise par Ferdinand III, roi de Castille, et, en 1258, Bagdad, capitale prestigieuse d'Orient, tombe sous les coups des Mongols. Mais la science arabe restera encore brillante au cours du XIV^e siècle : du côté de l'Occident dans le sud de l'Espagne (royaume de Grenade) et en Afrique du Nord, du côté de l'Orient dans l'empire des Mamluks d'Égypte et, pour de plus brèves périodes, autour des observatoires de Maragha et de Samarkand.

La science est une des institutions des cités musulmanes, dont certaines deviennent de vrais foyers du savoir scientifique. Les mécènes la protègent, les califes se préoccupent de son essor. Ils fondent des académies, construisent des observatoires, envoient des émissaires à la recherche de manuscrits, constituent des bibliothèques.

Quand on parle de science arabe, il s'agit des œuvres scientifiques écrites dans cette langue, devenue pendant cette longue période la langue internationale des lettrés et des savants. Tout écrit, pour avoir portée et valeur dans les sciences, doit obligatoirement l'emprunter. L'effort scientifique a mobilisé tous les peuples conquis depuis les érudits grecs émigrés en Perse à la suite de l'oppression chrétienne, jusqu'aux Andalous et aux Berbères, en passant par les Syriens, les Juifs, les Sabéens, les Turcs, les habitants d'Asie centrale ou des bords de la Caspienne.

Or la langue arabe est d'une grande richesse; elle offre pour chaque notion, chaque objet concret, une grande variété de synonymes. Les traductions du grec, du syriaque ou du latin des ouvrages scientifiques antérieurs ont donc soulevé des questions de terminologie et d'identification des notions qui ont favorisé l'approfondissement conceptuel des connaissances; des philologues et des linguistes participent à cet effort.

Durant sept à huit cents ans, les Arabes sont les dépositaires du savoir, les promoteurs de la connaissance. Leurs savants font preuve d'une intense curiosité intellectuelle et d'un souci encyclopédique marqué. Le modèle de l'esprit universel versé dans plusieurs sciences devient le type ordinaire du savant arabe : philosophe, mathématicien, astronome, physicien, médecin et souvent aussi historien, géographe ou poète. La science arabe reste donc liée à la philosophie; parmi ces « savants-philosophes » trop mal connus de notre civilisation occidentale contemporaine, citons Al-Kindi, appelé le « philosophe des Arabes » (première moitié du IX^e siècle), Al-Farabi (870-950), et les deux très grandes figures d'Ibn Sina (ou Avicenne) et d'Al-Biruni, dans la première moitié du XI^e siècle.

Pour les philosophes arabes, le système d'Aristote plus ou moins modifié fournit encore les grandes lignes de l'architecture du monde et de l'explication des phénomènes. Mais, d'une part, l'interprétation du donné religieux islamique est restée assez vaste pour permettre à différentes doctrines philosophiques et théologiques de coexister et de s'affronter. Ainsi, bien que l'organisation de la connaissance soit en grande partie hellénistique, elle a donné lieu à plusieurs classifications des sciences (Al-Farabi, Al-Biruni) importantes dans l'histoire des idées; même quand ils commentent les Anciens, les philosophes repensent leurs principes et réorganisent le savoir. D'autre part, l'activité concrète des savants bouscule les classifications et fait voler en éclats la séparation des disciplines et l'indépendance de la théorie par rapport à ses applications.

L'armature de la pensée scientifique des Arabes est, elle aussi, héritière de la culture grecque : les grands maîtres de l'école d'Alexandrie, Euclide (mathématiques), Ptolémée (astronomie), Galien (médecine), restent les maîtres des Arabes. En mathématiques, les ouvrages d'Euclide, d'Archimède, d'Apollonius, de Héron, de Diophante... sont l'objet d'études approfondies, de nombreuses traductions en arabe et de commentaires auxquels participent d'éminents savants comme Thabit ibn Qurra. Ce travail primordial va insuffler une vie nouvelle à ces œuvres.

Savants et mathématiciens arabes cités

AL-KHWARIZMI. Abu Abdallah Muhammad Ibn Musa (né avant 800, mort après 847), Bagdad. Théorie des équations quadratiques. Théorie du système décimal.

AL-KINDI. Le philosophe des Arabes de Basra. Enseigne à Bagdad (1re moitié du IXe siècle).

AL-MAHANI. A Bagdad (né vers 860 - mort en 880). Exemple d'équation du troisième degré.

THABIT IBN QURRA DE HARRAH. Traduit les *Éléments*, et d'autres ouvrages, à Bagdad. Mathématicien. Astronome.

AL RAZI (ou RHAZES). Deuxième moitié du IXe siècle - mort en 923. Originaire de Ray (près de Téhéran). Puis établi à Bagdad. Grand clinicien. Alchimiste et physicien.

AL-FARABI. Première moitié du Xe siècle. Originaire du Turkestan. Puis établi à Damas et Alep. Philosophe et savant.

ABU-KAMIL. (Né vers 850, mort vers 930.) Le Caire. Poursuit l'algèbre d'Al-Khwarizmi.

UL-UQLIDISI. Premier exposé des fractions décimales.

AL-KHAZIN. (Mort entre 961 et 971.) Du Khorassan. Résout l'équation cubique d'Al-Mahani par sections coniques. Travaux d'« analyse diophantienne » entière.

ABU L'WAFA (AL'BUZJANI). *Livre sur l'arithmétique nécessaire aux scribes et aux marchands* (vers 970). Trigonométrie.

AL-KHUJANDI. (Mort en 1000.) Théorème du sinus relatif aux triangles sphériques.

AL-BIRUNI. (Né en 973 - mort en 1050) né à Khwarizm. Astronome, mathématicien, géographe, historien, physicien.

IBN-SINA (dit AVICENNE). (Né en 980 - mort en 1037.) Né près de Boukhara. Grand esprit universel. Philosophe, astronome, physicien et médecin.

IBN-AL-HAYTHAM. (Connu sous le nom d'Alhazen.) (Né en 965 - mort vers 1040 au Caire.) Astronome. Mathématicien. Traité d'optique. Le plus célèbre physicien du monde arabe.

Mais les Arabes savent aussi assimiler avec bonheur les apports indiens, dont le plus notable est la numération décimale de position avec usage du zéro. Celle-ci va être popularisée par les traités du célèbre Al-Khwarizmi, mais elle subsistera très longtemps sous la forme littérale à côté des deux systèmes de chiffres arabes d'Orient et d'Occident apparus au cours du Xe siècle.

La contribution des mathématiciens arabes est absolument décisive dans le domaine de l'algèbre, qu'ils constituent comme discipline autonome. Elle est à la fois une science théorique, une technique algorithmique et un art du calcul. Citons les noms prestigieux, parmi tant d'autres, d'Al-Karaji, d'Al-Khayyam, d'Al-Kashi...

La méthode expérimentale apparaît dans la science arabe, en particulier

KUSHYAR IBN LABBAN. (1000 environ), originaire du sud de la Caspienne et AL-NASAWI du Khorassan : mathématiciens.

AL-KARAGI (ou AL-KARKHI). Bagdad (fin du Xᵉ siècle - début du XIᵉ siècle, mort entre 1019 et 1029). *Livre suffisant sur la science de l'arithmétique.* Livre d'algèbre, *Al Fakhri.*

AL-ZARQALI. (Deuxième moitié du XIᵉ siècle), astronome de Cordoue.

AL-KHAYYAM (ou OMAR KHAYYAM). [Né vers 1048, mort en 1131?] de Nishapur. Mathématicien, astronome, philosophe, poète. Théorie géométrique des équations cubiques.

AL-KHAZIN. (Productif vers 1115-1130.) Astronomie, mécanique, instruments scientifiques.

AL-SAMAW'AL. (Mort en 1174.) Poursuit l'œuvre d'Al-Karagi. Traité *Al-Bahir.* Fractions décimales.

IBN BAJJA (Avempaçe). Philosophe. Engage une critique du système de Ptolémée d'un point de vue aristotélicien.

AVENZOAR. Grand médecin.

IBN RUSHD (ou Averroès). Philosophe, astronome, médecin.

SHARAF AL-DIN AL-TUSI. (Prod. 1213-14.) Traité d'algèbre : *Des équations.* Astronomie, mathématiques.

NASIR AL-DIN AL-TUSI. (Né en 1201 en Perse, mort en 1274 près de Bagdad.) Astronome, mathématicien, logicien, philosophe, poète. Trigonométrie : *Traité du quadrilatère complet, Recueil d'arithmétique à l'aide du tableau et de la poussière.* Dirige l'observatoire de Maragha (Azerbaïdjan).

IBN AL-BANNA. (1256-1321 - Maroc). Mathématicien et astronome, auteur du *Talkhis.*

KAMAL AL DIN AL-FARISI. (Mort à Tabriz en 1320.) Optique, mathématiques.

AL-KASHI. (Né à Kashan en Iran, mort à Samarkand en 1429.) Mathématicien et astronome, auteur de la *Clef de l'arithmétique* (1427), du *Traité sur la circonférence du cercle* et du *Traité sur la corde et le sinus* (non retrouvé).

QADI-SADA AR-RUMI. Astronome (observatoire de Samarkand).

AL-QALASADI. Mathématicien d'Afrique du Nord.

---

en mécanique, et surtout en astronomie, où elle enregistre les progrès les plus nets. De nombreux traités sur la fabrication des instruments (astrolabes, quadrants...) sont écrits. Le plus grand physicien de l'époque médiévale, Ibn Al-Haytham, dit aussi Alhazen (965-1039), combine la géométrie et la physique pour rédiger son *Traité d'optique (Kitab al manazir),* qui fonde cette discipline, et aura une influence déterminante jusqu'au XVIIᵉ siècle. Enfin, une médecine empirique se développe dans les hôpitaux.

Partout, les Arabes manifestent un souci de l'observation, de la description (botanique, zoologie, chimie, géographie...) et de la mesure exactes (tables astronomiques)

Une science véritablement opératoire est en germe dans leur civilisation.

L'Occident médiéval chrétien, que nous allons maintenant aborder, mettra plusieurs siècles à assimiler cet héritage et à atteindre le même niveau.

4. Le Haut Moyen Age chrétien

Très longtemps s'est colportée en Occident une vision caricaturale de l'histoire du développement scientifique : après le « miracle » grec, dix siècles d'ignorance, d'obscurantisme et d'oubli des joyaux théoriques de la pensée hellène, leur brusque redécouverte par les humanistes de la Renaissance aurait enfin permis l'émergence de la science moderne.

La richesse intellectuelle et scientifique de la civilisation arabe prouve déjà l'inanité d'une telle vision. De plus, tous les chercheurs-historiens et médiévistes réfutent aujourd'hui l'homogénéité de cette longue période allant de la chute de l'Empire romain d'Occident, en 476, à la prise de Constantinople par les Turcs, en 1453, et qu'on appelle Moyen Age.

En fait, les premiers siècles (du VI^e au X^e) se rapprochent de cette sombre description. Après la chute de Rome, l'Europe voit s'ouvrir une ère de récession économique et de désordre politique; c'est l'époque des grandes invasions, immenses mouvements migratoires qui ne favorisent aucune cohérence organique, aucune stabilisation culturelle propices à l'activité intellectuelle. L'Europe se trouve pratiquement sans contacts avec l'Empire romain d'Orient.

Seuls quelques auteurs latins du V^e et du VI^e siècle, comme Boèce, Isodore de Séville ou Bède le Vénérable, écrivent quelques textes de nature mathématique fondés sur des textes grecs néo-pythagoriciens (Nicomaque de Gérase en particulier) qui mettent l'accent sur l'art de compter et la mystique des nombres.

Pourtant quelques contacts ont lieu entre les brillantes cours des califes musulmans et les cours d'Europe : on peut citer les cadeaux du calife de Bagdad à Charlemagne, les ambassades envoyées à Cordoue par Charles le Chauve et par Otton I^er (empereur germanique de 936 à 973).

5. Les premières infiltrations

La première personnalité qui va modifier sensiblement cette situation par ses contributions est Gerbert (940-993), tour à tour précepteur et conseiller de l'empereur Otton III, futur pape Sylvestre II (en 999). Gerbert voyage en Espagne entre 967 et 969 et y fréquente les écoles arabes. C'est là qu'il aurait appris le système de numération indo-arabe. En France, on comptait encore de façon digitale ou par le système de jetons. Gerbert aurait construit une table à calcul ou *abaque* dans laquelle il aurait remplacé dans chaque colonne le nombre de jetons par un seul *apice* portant au dos le nombre de jetons substitués. C'est ainsi qu'il aurait introduit les chiffres arabes en Europe. La méthode des *abacistes,* dont Gerbert serait le promoteur, présente des facilités analogues à notre arithmétique de position, du moins pour l'addition et la soustraction, car la multiplication et surtout la division restaient très compliquées.

Progressivement, au cours du XI^e et du XII^e siècle, grâce à l'intervention des Juifs en Europe, on se mettra à faire les opérations comme les Arabes, en les traçant sur du sable et de la poussière. L'abacisme fera place à l'*algorisme*, qui, lui, utilise le zéro et la méthode arabe de division et d'extraction de la racine carrée. Ces nouveaux procédés de calcul s'avéreront, en particulier quand on se rappelle les complications de la logistique grecque, un des apports capitaux pour la préparation intellectuelle de la science en Occident.

Dès cette période, l'Italie méridionale jouit d'une situation privilégiée : la culture latine autochtone s'allie aux vestiges d'une longue occupation byzantine, tandis que la proximité des Arabes, maîtres de la Sicile, crée des liens avec leur civilisation. L'école de Salerne, principalement tournée vers la médecine fut célèbre et des cours y étaient donnés en quatre langues : l'arabe, l'hébreu, le latin, le grec. Constantin l'Africain, ancien marchand de Carthage converti au christianisme, aurait réuni des manuscrits pour les ramener à Salerne; finalement, il rédige des œuvres en latin qui sont des traductions inavouées que l'on identifie aujourd'hui à des ouvrages arabes. On assiste ainsi aux toutes premières infiltrations de la science arabe en Occident.

6. La toute-puissance de l'Église

Les XI^e et XII^e siècles sont une période d'éveil pour l'Europe; la civilisation s'est stabilisée, une poussée démographique générale conduit au défrichement de nouveaux sols et au développement des villes. Bien que la société reste largement féodale, on assiste à la formation de groupes de marchands indépendants, à des débuts d'industrie, à l'accroissement de la circulation monétaire, à une montée encore lente du commerce.

C'est l'époque de la toute-puissance de l'Église, de ses ordres monastiques, qui seront les premiers centres culturels de l'Occident chrétien. L'Église met en chantier de majestueuses cathédrales, ouvre les premières écoles. Le latin, sa langue officielle, devient la langue des érudits avant d'être bientôt la langue scientifique européenne.

Mais jusqu'en 1100, la pensée chrétienne, appuyée sur l'autorité des Pères de l'Église, dont saint Augustin (354-430) est le plus célèbre, entretient un climat indéfini fait de dogmatisme, de mysticisme et de servilité vis-à-vis des paroles consacrées.

Les doctrines sur le péché, l'enfer, le salut sont dominantes, et l'étude ou l'observation de la nature n'ont pas leur place dans ce projet quasiment exclusif de préparation à la vie post-terrestre.

A partir de 1100, l'atmosphère commence à évoluer. Une approche plus raisonnée des phénomènes est recherchée, privilégiant davantage les explications en termes de causes naturelles au détriment des explications moralistes, en termes de vérités révélées. L'intérêt pour le *quadrivium* (arithmétique, géométrie, astronomie, musique) grandit, alors que jusque-là seul le *trivium* (grammaire, logique, rhétorique) avait eu la faveur des érudits scolastiques.

Cet effort porte ses tout premiers fruits dans l'École de Chartres. Celle-ci, fondée au début du XI^e siècle par un disciple de Gerbert, l'évêque Fulbert, réunit plusieurs personnages (Gilbert de la Porée, Thierry de

Chartres, Bernard Sylvester) qui éprouvent un certain besoin de rationalité dans la description de la nature : c'est le cas en particulier de l'ambitieuse cosmogonie mécaniste de Thierry de Chartres.

Tout cela reste fort modeste et passe relativement inaperçu. Au cours du XIIe siècle, les facteurs les plus importants des changements futurs viennent du sud de l'Europe, où la science arabe et la science grecque, par son intermédiaire, se fraient des voies de passage.

7. Le siècle des grandes traductions

A partir du XIIe siècle, les Européens se doivent de franchir la barrière linguistique de la langue arabe pour pouvoir accéder directement à leur culture scientifique et pouvoir l'apprécier, comme quelques siècles plus tôt les Arabes avaient dû le faire à propos de la langue et de la civilisation grecques. Le XIIe siècle sera celui des grandes traductions.

Les deux principales voies culturelles de traduction pour l'Europe sont la Sicile et l'Espagne. La Sicile l'est pour les mêmes raisons favorables évoquées ci-dessus à propos de l'Italie méridionale du XIe siècle.

Un des premiers traducteurs est Adélard de Bath (1075-1160), originaire d'Angleterre, qui y séjourne et voyage aussi à Jérusalem, à Damas et à Bagdad. Ses principales traductions latines sont les tables astronomiques d'Al-Khwarizmi, les *Éléments* d'Euclide, traduction dont s'inspirera au siècle suivant Campanus de Novare, et *l'Almageste* de Ptolémée.

Quant à l'Espagne, on y rencontre à cette époque de très grands savants comme Ibn Rushd, alias Averroès, philosophe, astronome et médecin — disciple et commentateur d'Aristote, Averroès aura une grande influence dans l'évolution de la scolastique —, Maïmonide, un juif de Cordoue talmudiste et philosophe mais aussi pharmacologue, médecin et astronome, ou Ibn Zuhr, dit Avenzoar, un des plus grands médecins depuis Galien. L'Espagne devient le plus grand centre culturel où l'on vient puiser aux sources arabes et retrouver la science grecque.

De véritables écoles de traduction fonctionnent comme à Tolède, ville dominée par les Arabes pendant des siècles, et qui venait de tomber aux mains des chrétiens. Les traductions se font non à l'aide de dictionnaires mais par la collaboration de plusieurs personnages : l'un juif, traduisant de l'arabe à la langue vulgaire, l'autre souvent chrétien mettant en forme, latine, la première traduction. Les juifs sont d'ailleurs tantôt traducteurs, tantôt auteurs originaux en arabe ou en hébreu.

Citons, parmi d'autres, Pierre Alphonse (ou Moses Sephardi), protégé d'Alphonse d'Aragon et médecin d'Henry Ier d'Angleterre; Jean de Séville, juif converti au christianisme; Savasorda (ou Abraham bar Hiyya, de Barcelone), qui rédige une œuvre considérable en hébreu, composée pour initier à la science arabe les communautés juives du sud de la France. En particulier, Savasorda compose le *Liber embadorum*, traduit en latin en 1145 par Platon de Tivoli, qui est le premier livre dans cette langue traitant des équations du second degré et dans lequel puisera Léonard de Pise. Robert de

Chester effectue une traduction populaire de *l'Algèbre* d'Al-Khwarizmi qui marque le début de l'algèbre européenne.

Enfin, le traducteur le plus fécond est sans conteste Gérard de Crémone, né à Crémone en 1114, mort à Tolède en 1187. On connaît plus de quatre-vingts ouvrages traduits par Gérard et ses « associés » à Tolède, car il fallait rassembler un grand nombre de textes, les attribuer, les classer, puis les recopier, etc. On y trouve la plupart des grands classiques grecs traduits de l'arabe : une version des *Éléments* révisée par Thabit ibn Qurra, Archimède, Apollonius, Ménélaüs, Ptolémée, Hippocrate, Galien, plusieurs traités d'Aristote *(Du Ciel et du Monde, De la Génération et de la Corruption, la Physique,* les trois premiers livres des *Météorologiques...).* On y trouve aussi les œuvres des grands philosophes arabes Al-Kindi, Al-Farabi, *le Canon* d'Avicenne, celles des mathématiciens, physiciens et astronomes Al-Khwarizmi, Thabit ibn Qurra, Ibn al Haytham... du médecin Al Rāzi, etc.

Gérard de Crémone apporte une contribution décisive à l'essor de la science médiévale.

8. L'époque de Léonard de Pise (Italie, Espagne)

Au XIII^e^ siècle, la réception de la culture arabe se fait moins passive et on assiste à un début d'activités créatrices. En Sicile, l'empereur Frédéric II (1194-1250) entretient une correspondance scientifique internationale avec des souverains orientaux sur divers problèmes de géométrie, d'astronomie, d'optique et de philosophie. Il se livre à d'étranges et cruelles expériences, mais organise aussi des « tournois » au cours desquels philosophes et savants se proposent des problèmes. Parmi eux, le plus grand mathématicien de tout le Moyen Age chrétien : Léonard de Pise, ou Fibonacci (né vers 1170 - mort après 1250).

Né à Pise, centre commercial actif, le jeune Léonard part avec son père à Bougie, en Algérie. Il y apprend l'arithmétique et la langue arabe dans la boutique d'un épicier et acquiert le goût des mathématiques. L'exercice du commerce et la recherche de manuscrits le porteront en Égypte, en Syrie, en Grèce, en Sicile. A son retour, il compose en 1202 son célèbre *Liber abaci,* véritable encyclopédie qui, jointe à *Practica geometriae,* écrite en 1220, va initier les savants italiens du XIII^e^ siècle à la science mathématique des Arabes et des Grecs et permettre à plus long terme les progrès de l'algèbre dans l'Italie de la Renaissance.

Le *Liber abaci* s'ouvre sur les neuf symboles indiens de numération ainsi que sur le signe zéro, dont le nom vient de *zéphyrum,* forme latine de l'arabe *sifr.* Il y traite de tous les problèmes d'applications financières et commerciales, de la résolution d'équations du second degré, d'équations indéterminées, des calculs à effectuer avec des radicaux, etc. Le *Liber abaci* s'inspire des *Éléments* d'Euclide, d'Héron d'Alexandrie, du livre de Savasorda, d'Al-Khwarizmi et, surtout, il semble très vraisemblable que Léonard de Pise ait connu l'*Al-Fakhri* d'Al Karagi et l'école arabe des algébristes-arithméticiens. Son *Liber abaci,* d'un niveau trop élevé pour l'époque, ne fut pas utilisé dans les écoles.

La péninsule Ibérique, toujours sous une forte influence judéo-arabe, poursuit une évolution indépendante du reste de l'Europe, à l'écart de la scolastique. On y établit à des fins astronomiques des tables numériques précises dont les plus célèbres sont les *Tables alfonsines*, du nom du roi de Castille Alphonse X (1252-1284). Elles jouiront jusqu'au XVI^{e} siècle d'une grande notoriété. La médecine, pratiquée surtout par les juifs, s'y développe, ainsi qu'en Provence.

9. L'âge d'or de la scolastique

Le XIII^{e} siècle dans l'Europe non méridionale est l'âge d'or de la *scolastique*. Aujourd'hui, ce mot fait naître irrésistiblement l'idée de répétition, de commentaire du déjà dit, de discours formel, conventionnel et abstrait, par opposition à l'esprit d'originalité, de découverte et d'enquête sur les choses elles-mêmes qui est synonyme de l'esprit scientifique. Cette acception courante s'est d'ailleurs développée à partir de la critique virulente de certains hommes de la Renaissance, comme Érasme de Rotterdam, contre l'esprit du Moyen Age.

On a appelé scolastique une méthode particulière de spéculation théologique et philosophique marquée d'une forte intention didactique — dans scolastique, il y a école — et qui s'est caractérisée par des formes intellectuelles et littéraires qui lui sont propres : les *Commentaires*, les *Questions disputées* et les *Sommes*.

Mais la scolastique est aussi dépendante de la forme institutionnelle dans laquelle elle s'inscrit : l'université. La fondation des universités (Paris, Oxford, Montpellier, les universités italiennes, plus tard Vienne...) date du début du siècle. Elle est significative du développement urbain et marque un relâchement du système féodal, l'université bénéficiant de franchises qui la mettent hors du contrôle des autorités civiles.

Une université regroupe des facultés spécialisées : faculté de théologie, facultés de droit et de médecine, faculté des arts où l'on enseigne les autres sciences, cette dernière étant l'étape obligatoire avant de préparer une licence de théologie. L'université confère le droit d'enseigner : c'est le lieu où le corps professoral travaille, recrute des disciples, se perpétue. Les ordres monastiques y sont dominants; ils relèvent non des autorités ecclésiastiques locales mais directement de la papauté et peuvent passer d'une université à une autre sans considération de frontières. Pourtant, les principales universités garderont des spécificités durables : Paris sera le fief des dominicains, plutôt aristotéliciens et naturalistes; Oxford celui des franciscains, plus strictement attachés au platonisme augustinien et favorables aux mathématiques.

Quant au programme scolastique, il vise à la systématisation des vérités révélées, à la mise en lumière de l'intelligibilité de la foi chrétienne, à sa défense, mais par l'utilisation de principes et d'instruments rationnels. Les textes auxquels cette méthode d'exégèse va s'appliquer sont les *Saintes Écritures*, les quatre *Livres de sentences* — dans lesquels Pierre Lombard avait rangé vers 1150 l'ensemble des données et des problèmes de la foi chrétienne tels qu'ils avaient été compris et discutés par l'Église —, enfin, et cela est l'élément nouveau de ce XIIIᵉ siècle, l'œuvre profane d'Aristote et ses commentaires les plus fameux comme ceux d'Averroès.

En effet, l'œuvre d'Aristote s'est lentement et sûrement diffusée depuis sa traduction en latin et imprègne profondément la pensée chrétienne. On assiste à une véritable renaissance de la philosophie antique qui ne va d'ailleurs pas sans problèmes. La pensée d'Aristote séduit et inquiète à la fois. D'une part, elle fascine par l'ampleur de ses vues, la cohésion logique de son système, l'universalité de ses explications. D'autre part, cette pensée païenne est en contradiction sur plusieurs points avec le christianisme (éternité du monde, fatalisme astrologique...) et provoque des rejets.

Dans l'université de Paris, capitale intellectuelle de la chrétienté, les interdits ecclésiastiques frappant l'enseignement d'Aristote ne tombent en désuétude qu'au milieu du siècle et, en 1253, la philosophie naturelle d'Aristote fait son entrée à la faculté des arts; la faculté de théologie restant gardienne de l'orthodoxie. Elle renouvelle la physique, l'astronomie, la physiologie et la logique. Elle provoque un réexamen du savoir et un réajustement des manuels scolaires; les fables allégoriques et mystiques sont progressivement exclues.

Mais la redécouverte d'Aristote ne va pas toujours, tant s'en faut, dans le sens d'un éveil de l'esprit scientifique. Le dilemme entre philosophie naturelle et foi chrétienne est diversement réglé. Albert le Grand (1206-1280) tente de les juxtaposer. Connaissant très bien les sciences grecque, latine et arabe, il fut un érudit et un professeur réputé. Excellent observateur, dépourvu de la servibilité par rapport à la pensée du Stagirite, trop courante par ailleurs, il a la volonté d'étudier la nature pour elle-même suivant le principe que *« l'expérience seule donne la certitude »*. Il décrit minutieusement la faune et la flore d'Allemagne. Mais il ne dégage pas de méthode générale et ne systématise pas les recherches concrètes qu'il effectue.

Thomas d'Aquin propose une vaste synthèse entre l'aristotélisme et la théologie dans ses *Summa contra gentiles* et *Summa theologica*.

A Oxford, Robert Grosseteste (1175-1253), évêque de Londres, philosophe de la nature, exprime, face aux grandes explications d'Aristote, le besoin de confrontation avec les faits, et son disciple Roger Bacon (1214-1294) pousse plus loin la révolte : ses connaissances très étendues, en particulier de l'œuvre d'Ibn Al-Haytham, l'orientent vers une reconnaissance du rôle primordial des mathématiques. Il prétend expliquer tous les phénomènes par des lignes, des angles, des figures géométriques simples et sa cosmogonie place l'optique au-dessus des autres disciplines, la lumière y jouant le rôle essentiel.

Enfin, les théories de la *Physique* sont le point de départ d'investigations sur le mouvement, le changement : Jordanus Nemorarius étudie le levier et les plans inclinés. Ces théories porteront les fruits les plus féconds au siècle suivant.

Ainsi, à la fin du siècle, la nécessité d'observations concrètes de la réalité renaît, les invraisemblances et les aberrations d'Aristote sont notées, mais les résultats restent décevants : quelques fictions séduisantes mais pas encore de vraies recherches originales.

Le Bas Moyen Age

Le XIVe siècle est un siècle plus critique que le précédent : aux difficultés politiques et économiques occasionnées par la guerre de Cent Ans s'ajoutent celles d'une décennie de très mauvaises récoltes et surtout les calamités de la Grande Peste (1347-1348), qui tue près du tiers de la population européenne et frappe durement les ordres monastiques.

Les masses ne voient d'autre recours qu'en l'adhésion au mysticisme et à toutes sortes de superstitions. Du côté des élites intellectuelles, les universités sont plus décadentes, mais la critique contre les formes de classicisme conventionnel du siècle précédent se fait plus nette. Quelques pensées originales émergent.

Alors que chez Aristote les mathématiques sont défavorisées par rapport à la physique, discipline conçue comme essentiellement qualitative et descriptive, l'émancipation par rapport à l'aristotélisme est très sensible au XIVe siècle dans les écoles d'Oxford et de Paris.

Leurs théoriciens, dont les plus prestigieux sont T. Bradwardine à Oxford, Jean Buridan et Nicole Oresme à Paris, commencent à considérer les mathématiques comme la médiation indispensable dans l'étude des phénomènes naturels en y introduisant des considérations quantitatives.

Jean Buridan, recteur de l'université, bâtit toute une mécanique appelée plus tart *physique de l'impetus*. Cette théorie, même encore teintée de l'influence d'Aristote et d'Avicenne, provoque néanmoins de nouvelles recherches. L'apport de ces théoriciens de l'« intensité des formes » constituant un moment théorique important vers la mathématisation des lois de la nature.

La science devient, en ce bas Moyen Age, moins spéculative, stimulée davantage par le développement des techniques et la vie pratique; c'est l'époque des premières armes à feu (1337), du système bielle-manivelle, du perfectionnement des forces motrices (animale, hydraulique, éolienne), de celui des techniques de distillation, des horloges mécaniques à poids, etc. Enfin, les grandes découvertes élargissent tous les horizons.

10. Le Cinquecento et les nouvelles aspirations scientifiques

En Italie, dès le début du XVe siècle, les contacts avec les civilisations orientales se multiplient. A la recherche d'aide contre les Turcs, Byzance se rapproche de l'Occident et de Venise en particulier. Les navires vénitiens sillonnent alors les mers et les riches marchands de la cité des doges entretiennent un commerce actif avec les villes portuaires du Moyen-Orient. Ils financent l'équipement d'expéditions qui partent à la découverte de nouvelles routes commerciales et tentent d'intensifier les liens avec d'autres civilisations. Par sa situation géographique, l'Italie, tête de pont vers l'Orient, jouera un rôle particulier dans la *« renaissance »* de la culture occidentale. De là, le regain d'activité intellectuelle va progressivement gagner les autres États d'Europe.

Après la chute de l'Empire romain d'Orient et l'afflux des savants byzantins en Occident, on dispose de versions grecques des textes anciens. Cela impulse un réexamen et une étude critique des traités grecs et des traductions déjà existantes.

Parallèlement à l'assimilation de la science grecque se développe un mouvement réclamant une réforme des méthodes scientifiques. Nicolas de Cues (1405-1464), homme d'Église allemand consacrant quelques loisirs aux mathématiques, regrette l'incapacité de la science scolastique de « mesurer », et son idée de fonder toute connaissance sur la mesure annonce le développement de la science moderne.

Léonard de Vinci (1452-1519), dont on ne manque jamais de souligner l'universalité et le génie technologique, fait de l'observation le mode privilégié de connaissance et cherche, sous l'influence du Cuesain, à exprimer les lois de la nature sous forme de relations quantitatives. Il méprise l'érudition livresque et la spéculation, prône une approche empirique et intuitive et a le goût du concret et de l'action immédiate.

Pendant que ces réformateurs de la science prêchent l'observation de la nature et réclament des faits expérimentaux, les artisans, les ingénieurs et les artistes, plus orientés vers la pratique, accumulent des expériences, s'interrogent sur la nature des phénomènes qu'ils rencontrent et acquièrent peu à peu un riche savoir empirique. Celui-ci se développe dès le XV[e] siècle sous la protection des princes.

L'Europe est alors fragmentée en de nombreux petits États bouleversés par de multiples changements politiques et par des guerres incessantes. Les princes à leur tête sont riches et puissants et multiplient les travaux civils et militaires. Ils attirent à leurs cours des architectes et des ingénieurs et les chargent de résoudre les problèmes techniques que posent ces entreprises. Souvent incapables de comprendre les théories archimédiennes en mécanique, hydrostatique, etc., ces praticiens retrouvent les anciens résultats dans les domaines dont ils ont besoin et en ajoutent de nouveaux.

Hommes universels par les tâches qui leur incombent — conception de fortifications, construction de ponts, aménagement des villes, invention de machines de guerre, etc. —, ils sont artistes également. Or l'observation de la nature a pour corollaire sa représentation fidèle. Aussi les artistes du Cinquecento mettent-ils au point un système de règles permettant de reproduire l'espace réel dans un plan : les règles de la perspective. F. Brunelleschi, L. B. Alberti, Léonard de Vinci et Piero della Francesca en sont les protagonistes. Albert Dürer diffuse en Allemagne la pratique de la perspective, qu'il a apprise lors d'un séjour en Italie, et en expose les principes dans son célèbre *Underweysung der Messung*... (« Instructions sur la mesure au compas et à l'équerre », 1525).

11. La diffusion des idées neuves au XVI[e] siècle

La diffusion des idées nouvelles semble avoir été relativement lente. Les universités, conservatrices, détenaient le monopole en matière d'enseignement et restaient fidèles aux doctrines scolastiques.

Le savant de la Renaissance est toujours un homme seul. La communauté scientifique est inexistante. A la solde d'un mécène, le savant doit rester mobile afin de suivre l'appel de ses protecteurs. Obligé de vendre ses services aux princes, toujours à la merci d'une disgrâce, il garde jalousement ses découvertes. L'échange avec les autres savants se réduit souvent à la rivalité et au défi.

L'invention de l'imprimerie par Gutenberg, en 1434, aurait dû accélérer la diffusion des connaissances nouvelles, mais celles-ci n'étaient pas toujours livresques, et la fabrication d'un livre coûtait cher. A ses débuts, l'imprimerie a eu beaucoup de difficultés à s'imposer contre la puissante organisation des copistes, qui avait mis sur pied une véritable industrie des manuscrits. Le livre imprimé présente néanmoins des avantages sur le manuscrit et, vers la fin du XV^e^ siècle, la production de livres augmente. Des presses de Venise seules sortent plus de livres que n'en mettent en circulation tous les copistes de l'Europe réunis.

Accessibles à une petite minorité de personnes seulement, les textes scientifiques n'étaient pas parmi les premiers à être mis sous presse. Il faut attendre 1482 pour voir paraître une première édition des *Éléments* d'Euclide à partir de la traduction latine de Campanus de Novare (XIII^e^ siècle). Apollonius et Archimède ne seront imprimés qu'au XVI^e^ siècle. Publiés en latin, ces ouvrages n'étaient pas à la portée de tous. La langue était un obstacle considérable à la diffusion rapide des connaissances, et, plus tard, Pacioli, Galilée et Descartes choisiront délibérément d'écrire en langue vulgaire (italien, français).

Enfin, la forme des traités de géométrie grecs ne correspondait pas tellement au goût des savants occidentaux, la nature de l'algèbre et de l'arithmétique arabes répondait mieux à leurs préoccupations.

12. Premiers progrès : arithmétique et algèbre

Le renforcement des échanges entre États, le développement du commerce et du système bancaire — Venise était le centre financier de l'Europe — nécessitent une arithmétique simple à manipuler et facile à appliquer. Les premiers manuels paraissent alors pour répondre au besoin de formation des marchands, des banquiers, des artisans, etc. La *Summa* (1494), de Luca Pacioli, véritable somme du savoir mathématique de l'époque, a eu une grande influence. elle reprend dans l'ensemble le *Liber abaci* (1202) de Léonard de Pise. Par ailleurs, des bibliothèques publiques sont créées par les princes (par les Médicis à Florence, par le pape à Rome...).

La floraison de manuels est en Allemagne à l'origine d'une véritable école algébrique qui joue un rôle non négligeable dans la mise en place d'une notation symbolique commode.

L'école italienne n'est pas moins active. Elle s'attaque au problème de la résolution des équations du troisième et du quatrième degré et le résout finalement après des rebondissements spectaculaires alimentés par le goût du défi et du secret.

Outre les progrès de l'algèbre, qui s'est développée dans le droit fil de la tradition arabe, le savoir mathématique ne s'est pratiquement pas enrichi pendant la Renaissance. Pourtant, l'élaboration par les artistes d'une pratique de projection prépare déjà le terrain du renouvellement de la géométrie. De façon générale, les développements scientifiques nécessités par la résolution des problèmes technologiques auxquels étaient confrontés les savants-ingénieurs ont créé des conditions favorables à l'essor prodigieux de la science au XVII^{e} siècle. Le bouleversement de l'ancienne cosmologie par Copernic et Kepler en est un élément déterminant.

13. La réforme de l'astronomie. Copernic

Depuis la redécouverte de la science grecque, les théories cosmologiques aristotélicienne et ptoléméenne, augmentées et modifiées par les Arabes, étaient bien connues en Occident. Les scolastiques adoptaient l'astronomie d'Aristote tout en essayant de mieux l'adapter aux exigences de la théologie. La théorie plus mathématique de Ptolémée, considérée comme une simple hypothèse ne décrivant pas nécessairement la réalité, servait surtout pour les besoins concrets de la navigation, du calcul du calendrier, etc.

L'esprit de révolte qui souffle pendant la Renaissance est dirigé contre l'autorité conjointe d'Aristote et de l'Église. Il se nourrit des critiques que certains humanistes portent contre la doctrine catholique, des divergences entre l'observation et les théories scolastiques, du mécontentement suscité par les abus du clergé. La scission de l'Église après la Réforme protestante est en général bien accueillie et applaudie comme un moyen d'affaiblir son pouvoir. Le protestantisme sait séduire maints hommes de la Renaissance en privilégiant le jugement individuel au détriment de l'autorité papale.

Le renouveau de l'astronomie, qui participe de cette révolte contre Aristote et la scolastique, est préparé par une nouvelle traduction, du grec en latin, de *l'Almageste* de Ptolémée entreprise par Georg Peurbach et son élève Regiomontanus. Cette réédition (1515) provoque de nombreuses discussions sur le système ptoléméen dans les universités. Elles sont suivies de la résurgence de systèmes pré-ptoléméens, puis, en 1543, du *De Revolutionibus orbium celestium* de Nicolas Copernic (1473-1543). Celui-ci démontre l'inexactitude du système ptoléméen suivant lequel la Terre occupe le centre du monde, et défend l'idée révolutionnaire que la Terre est en mouvement autour du soleil. Chanoine de la cathédrale de Frauenburg, Copernic laisse longuement mûrir ses idées et hésite trente ans avant de mettre son manuscrit sous presse.

Copernic place le Soleil au centre de l'Univers et dispose autour de lui les centres des orbes planétaires, sphères matérielles qui portent les planètes et qui, de par leur forme sphérique, vont tourner autour d'elles-mêmes. Les mouvements des astres se trouvent rapportés au centre de l'orbe terrestre et le tout est contenu dans la sphère des étoiles fixes.

Si la technique mathématique de Copernic est identique à celle de Ptolémée, la supériorité de son système réside surtout dans l'uniformisation et la systématisation des mouvements : il est exclusivement fondé sur le principe du mouvement circulaire uniforme, et la durée de révolution d'une planète autour du Soleil augmente avec la distance à celui-ci.

Dans l'immédiat, le copernicianisme opposé à toute une tradition universitaire est très peu suivi. L'Église catholique le condamne, mais seulement après que Giordano Bruno (1548-1600) eut tiré les conséquences de l'héliocentrisme et eut fait éclater la voûte céleste pour lui substituer un *Univers infini*, peuplé d'une infinité de *mondes* identiques au nôtre. Arrêté par l'Inquisition, il doit payer de sa vie sa vision audacieuse.

La condamnation de l'Église n'est pas le seul obstacle à la diffusion du copernicianisme. Les astronomes avancent bon nombre d'arguments physiques qui rendent le mouvement de la Terre inconcevable. L'incohérence entre la théorie et les observations pousse l'astronome danois Tycho Brahé (1546-1601) à refuser le copernicianisme et à chercher un compromis.

14. Les lois de Kepler

L'héliocentrisme sera plus facilement accepté sous la forme mathématiquement simple que saura lui donner Johann Kepler (1571-1630).

Né à Weil, dans le duché de Wurttemberg, Kepler mène une vie mouvementée. Protestant, il est chassé de sa chaire de Graz lorsque la ville tombe sous domination catholique. Accueilli à la cour de Rodolphe II à Prague, il y assiste Tycho Brahé et le remplace après la mort de celui-ci dans les fonctions de mathématicien de la cour. Ses connaissances de l'astrologie y sont très appréciées et une de ses principales occupations est de faire l'horoscope de Sa Majesté très-chrétienne. La mère de Kepler est accusée de sorcellerie et il prend sa défense dans le procès intenté contre elle. Mal payé, dans des conditions matérielles dures, Kepler n'a jamais abandonné ses recherches scientifiques. Le récit de sa vie illustre les difficultés qu'un savant pouvait alors rencontrer dans les pays germaniques.

Le système de Kepler décrit le mouvement des planètes sous forme de lois mathématiques simples qu'il a établies empiriquement à partir de ses observations astronomiques et de celles de Tycho Brahé.

La première loi (énoncée avec la seconde, en 1609, dans *Astronomia nova*) dit que chaque planète décrit une ellipse dont un des foyers est occupé par le Soleil; la deuxième postule que la droite joignant la planète balaie des aires égales en des temps égaux. La troisième loi (parue dans *Harmonia mundi*, 1619) énonce que pour toutes les planètes le rapport T^2/a^3 est constant si T est le temps que met la planète pour effectuer un tour complet et a le demi-grand axe de l'ellipse.

La théorie de Kepler va beaucoup plus loin que celle de Copernic dans sa remise en question des valeurs traditionnelles. Il ne se contente pas de remplacer un système composé de mouvements circulaires par un autre, mais donne aux trajectoires planétaires la forme d'une ellipse. Il rompt aussi avec la vitesse uniforme, les orbes matériels portant les planètes ont disparu; en revanche, l'espace, toujours contenu dans la sphère des fixes, reste fini.

Les observations du Pisan Galileo Galilei (1564-1642), faites vers 1600 avec une lunette de sa propre invention, confirment la thèse de l'héliocentrisme. Galilée l'accepte ouvertement et est cité en 1633 devant un tribunal de l'Inquisition et contraint, sous la menace de la torture, de renier ses doctrines sur le mouvement de la Terre. Il vit en exil jusqu'à sa mort et rédige le fameux *Dialogo,* dialogue sur les deux systèmes du monde entre Salviati (Galilée lui-même), son ami Sagredo et Simplicio symbolisant la scolastique et l'aristotélisme.

La mutation à l'œuvre dans les théories de Copernic et de Kepler est d'une grande portée intellectuelle. Elle renverse le monde clos et hiérarchisé où tout corps a son « lieu naturel » au profit d'un espace indéfiniment étendu où tous les lieux sont équivalents. L'homme est éjecté du centre immobile de l'Univers, autour duquel tout tourne, il n'y a plus de centre et la Terre n'est qu'un astre parmi d'autres.

Pour la première fois, des savants vont à l'encontre d'une tradition séculaire et d'une doctrine religieuse pour une théorie ne présentant que des avantages mathématiques. Profondément religieux, pourtant, Copernic et Kepler croient que Dieu doit donner sa préférence à une théorie mathématiquement simple. Ce choix est significatif du XVIIᵉ siècle à la recherche de connaissances exprimables en formules mathématiques harmonieuses.

15. La mathématisation de la science au XVIIᵉ siècle

Les mathématiques connaissent alors un développement rapide et voient aboutir le long processus de maturation de l'algèbre symbolique (Viète), renaître la théorie des nombres (Fermat), se créer le calcul des probabilités (Pascal et Fermat), la géométrie analytique (Descartes) et le calcul infinitésimal (Leibniz, Newton). Cet extraordinaire foisonnement d'une discipline en pleine effervescence élargit son champ d'action et aiguise sa force d'intervention dans le domaine des autres sciences. Les mathématiques s'appliquent progressivement aux diverses branches de la physique. La nature de l'activité scientifique s'en trouvera complètement bouleversée.

René Descartes (1596-1650) conçoit le monde comme une géométrie incarnée et bâtit sa physique mécaniste sur les seuls concepts d'étendue, de forme et de mouvement. Il est convaincu que les forces qui sont à l'origine du mouvement obéissent à des lois mathématiques invariables. Or la forme n'est qu'étendue, l'étendue peut être traduite en termes mathématiques et le monde entier (étant de l'étendue en mouvement) peut être mathématisé.

Descartes étend même sa conception au fonctionnement de l'organisme humain et le pense comme une machine, un automate.

Comme Descartes, Galilée croit que le monde agit en accord avec des lois mathématiques simples et immuables. Mais il décrit plus clairement et plus radicalement sa nouvelle méthode expérimentale et l'applique brillamment dans ses travaux sur l'étude du mouvement et sur la chute des graves : toute science doit être conçue sur le modèle des mathématiques, elle doit reposer sur des axiomes, les propriétés doivent être déduites des axiomes par des raisonnements déductifs.

Alors que pour Descartes les principes fondamentaux de la physique sont pures constructions de l'esprit, Galilée stipule qu'ils doivent résulter de l'expérience, être des faits expérimentaux, résultats de l'observation de la nature. Avec lui, la description quantitative s'est définitivement substituée à la perception qualitative aristotélicienne.

La mécanique est la première science à laquelle on applique la nouvelle méthode — les axiomes sont précisés, les lois générales explicitées, etc. — et elle servira de modèle qu'on essaiera d'utiliser pour l'étude d'autres phénomènes, l'optique par exemple. Newton fera la synthèse de la mécanique physique et de la mécanique céleste en établissant son célèbre principe de la gravitation universelle (1686).

16. La vie scientifique au XVIIe siècle

L'expansion des activités scientifiques au XVIIe siècle en Europe (Angleterre, France, Allemagne, Hollande et Italie), le développement, certes timide, de l'enseignement (dans les collèges entre les mains des jésuites et autres confessions religieuses) s'accompagnent d'un accroissement du nombre de gens en contact avec la science.

Les universités restent fidèles au cursus médiéval et ne jouent pratiquement aucun rôle dans l'essor des sciences. Si quelques-uns des grands savants-philosophes (Descartes, Pascal, Leibniz) ont reçu une formation universitaire, l'universalité de leur génie s'est plutôt nourrie de leurs curiosités, qui les ont fait parcourir les pays d'Europe à la recherche d'aventures, d'informations et de connaissances nouvelles. Ainsi Descartes passe douze ans de sa vie à voyager, à visiter les cours ou à servir comme simple soldat dans quelque armée avant de se fixer en Hollande, où l'attire la liberté d'expression, bafouée ailleurs.

Les savants — souvent amateurs au XVIIe siècle — restent dans l'ensemble assez isolés et les échanges difficiles. Pour communiquer les résultats, ils font parfois circuler quelques copies de petits textes, trop courts pour faire l'objet d'une publication, ou échangent des lettres dans lesquelles ils livrent leurs découvertes sous formes chiffrée ou d'anagrammes. Les controverses qui les opposent sont âpres, comme la querelle de priorité qui éclata entre Newton et Leibniz au sujet de la découverte du calcul infinitésimal.

17. Création et rôle des académies des sciences

Le désir d'échanger des informations et de rencontrer des gens ayant les mêmes centres d'intérêt sont à l'origine de la fondation de sociétés scientifiques. La première académie de savants, l'*Academia dei Lincei,* est fondée, dès 1603, à Rome sous les auspices du prince Federico Cesi.

En Angleterre, Francis Bacon (1561-1626) insiste dès le début du siècle sur la nécessité d'échanges intellectuels et des groupes de savants se réunissent à Cambridge, à Oxford, puis, à partir de 1645, au Gresham College de Londres. Ce dernier sera institué par une charte royale (de 1662) sous le nom de *Royal Society.*

A Paris, le Père Marin Mersenne (1588-1648), religieux de l'ordre des

Minimes, organise la vie scientifique en commun et tisse par sa correspondance et ses voyages un vaste réseau entre les savants de France et du monde entier. H. Oldenburg, premier secrétaire de la Royal Society, jouera un rôle un peu analogue en servant de relais dans les contacts entre l'Angleterre et le continent. Mersenne rassemble autour de lui dans un groupe privé, l'*Academia parisiensis*, les plus prestigieux savants (Roberval, Étienne et Blaise Pascal, Desargues, Fermat, etc.). En 1666, Colbert fonde l'Académie des sciences, qui sera la reprise officielle du groupe initié par Mersenne.

La fondation des académies marque la naissance d'une politique consciente des gouvernements européens dans le domaine des sciences. Ils se substituent aux grands mécènes des siècles précédents dans le financement des activités scientifiques. Ils dotent les académies de grands prix attribués annuellement aux lauréats de concours prestigieux que disputent les plus grands savants.

L'*Académie des sciences* de Paris et la *Royal Society* de Londres illustrent dans leurs rapports avec l'État deux modèles possibles : en Angleterre, le rôle de l'État est très réduit et les sciences sont ingouvernées. L'État français, plus riche et plus puissant, exerce un rôle de patronage sur les sciences et contribue à renforcer le prestige de l'académie.

Les Académies des sciences de Berlin et de Saint-Pétersbourg seront organisées sur le modèle de celle de Paris, qui s'avère plus efficace, la première par G.W. Leibniz (1646-1716), en 1700, la seconde par le tsar Pierre le Grand en 1724.

Tout au long du XVIIIe siècle, les académies (provinciales et nationales) se multiplient et elles joueront un rôle considérable dans la vie scientifique du Siècle des Lumières. Elles entretiennent un climat d'émulation favorable à la recherche scientifique et facilitent les échanges en créant des journaux scientifiques, qui deviendront très rapidement la tribune privilégiée des savants.

Les souverains essaient de rehausser l'éclat de leurs académies en y attirant des savants de grande renommée. Pierre le Grand s'est tourné vers Bâle, véritable pépinière de savants depuis que Jean et Jacques Bernoulli y avaient commencé leur enseignement, et engage Daniel et Nicolas Bernoulli — fils de Jean — comme académiciens de Saint Pétersbourg. Léonard Euler y fera deux longs séjours.

Le roi Frédéric II de Prusse manifeste, dès son accession au trône, en 1740, la volonté de faire de la capitale Berlin un riche centre intellectuel et réussit à y attirer Maupertuis, Euler, Lagrange, Lambert, etc.

18. Le XVIIIe siècle mathématique

La production mathématique du début du XVIIIe siècle est marquée par l'opposition entre l'école anglaise newtonienne et les écoles continentales fidèles au point de vue leibnizien. Fervents disciples de Newton, les mathématiciens anglais refusent le calcul infinitésimal sous la forme algorithmique leibnizienne et restent à l'écart des progrès réalisés sur le continent. Si, dans la première moitié du siècle, des savants aussi brillants que A. de Moivre, R. Cotes, B. Taylor, J. Stirling, etc., savent maintenir la recherche mathématique à un niveau élevé, la vitalité de l'école britannique s'essouffle durant la seconde moitié. Elle restera cantonnée dans l'isolement jusqu'à ce que la diffusion de la traduction anglaise du *Traité du calcul différentiel et intégral,* de Sylvestre F. Lacroix (1816), lui donne une impulsion nouvelle.

Sur le continent, on assiste à l'essor de l'analyse mathématique. Confiants dans les créations du siècle précédent, et en particulier dans le succès du calcul infinitésimal, les analystes coordonnent les résultats récents, les complètent et les appliquent à de nombreux domaines des mathématiques. Plus que jamais ils cherchent leur inspiration dans les problèmes physiques; ils allient la réflexion théorique à la recherche expérimentale. L'orientation de leurs travaux est souvent pratique et il n'y a pas de distinction nette entre science et technologie. La résolution des problèmes de mécanique et de mécanique céleste, déjà très mathématisée, est souvent prétexte à des développements théoriques et aboutit à la création d'outils nouveaux comme les équations différentielles, les équations aux dérivées partielles, le calcul des variations, le calcul formel sur les séries, etc.

Léonard Euler (1707-1783) est une figure clé du XVIII[e] siècle mathématique. Savant prolifique, doué d'une force de travail inépuisable, il a exercé sa puissance inventive dans tous les domaines de la science (optique, mécanique, astronomie, théorie des assurances, etc.). Académicien à Saint-Pétersbourg et à Berlin, il entretient une correspondance suivie avec les principaux savants d'Europe (Clairaut, d'Alembert, Goldbach, etc.). Il sait saisir au vol les indications de ses correspondants et les prolonger en de vastes théories. Esprit de synthèse, il rassemble et ordonne tous les travaux et résultats accumulés dans le domaine du calcul infinitésimal dans des exposés globaux, qui servent pendant un siècle de textes de référence en analyse.

19. La prééminence de l'école française à la Révolution

Dans la France des Lumières, la science n'est pas étrangère au mouvement philosophique des encyclopédistes. La prédominance des sciences françaises a suivi de près d'une génération celle des lettres, et la communauté scientifique est impressionnante (Lavoisier, Gay-Lussac, Berthollet, etc.). Considérée comme un facteur de progrès social, la science a été largement diffusée. Dans l'*Encyclopédie,* d'Alembert a tenté d'expliquer les principales notions mathématiques et de les rendre accessibles à un plus large public.

La vie scientifique s'organise principalement autour de l'Académie des sciences, et la brillante école de la fin du siècle est l'aboutissement de la politique scientifique française qui veille sur la qualité des académiciens en instaurant une sélection de plus en plus dure. Celle-ci débouche sur la création d'une élite restreinte mais prestigieuse dominant toute la production mathématique de l'époque. Elle va s'illustrer par la publication de grands traités classiques : *la Mécanique analytique,* de Lagrange; *la Mécanique céleste,* de Laplace; *la Géométrie descriptive,* de Monge, etc.

Malgré l'édifice imposant des mathématiques, un certain pessimisme règne à la fin du XVIIIe siècle. Devant la complexité des problèmes à résoudre, la diversité des approches et l'absence de méthodes générales susceptibles de simplifier la recherche de solutions, certains mathématiciens, comme Lagrange, doutent de l'avenir de leur discipline. Et, pourtant, son œuvre très riche et diverse est à la dimension de celle d'Euler; en particulier, sa *Mécanique analytique* est un chef-d'œuvre de mathématique pure qui présente toute la mécanique de façon formalisée sans aucune figure. La crise de la mathématisation sera très passagère.

Pendant la Révolution française, des six mathématiciens les plus illustres, trois — Monge, Condorcet et Carnot — prendront une part active aux événements politiques et s'enthousiasmeront pour les idéaux révolutionnaires, les trois autres — Lagrange, Laplace et Legendre — attendront prudemment la stabilisation des événements.

Condorcet (1743-1794), par exemple, philosophe et encyclopédiste, est élu en 1789 à l'Assemblée législative, puis à la Convention. Quand le système d'éducation s'effondre sous la poussée révolutionnaire, Condorcet, épris de justice et de démocratie, y voit l'occasion de proposer un plan de réformes de l'instruction publique prônant sa gratuité. Il est connu pour avoir appliqué le premier la théorie des probabilités et les statistiques à l'étude des phénomènes sociaux.

L'effet de la Révolution dans l'évolution des mathématiques se manifeste surtout dans le domaine des méthodes d'enseignement. Outre une réforme de l'enseignement secondaire dans un sens plus démocratique et plus favorable aux sciences, la Convention crée, au niveau supérieur, en 1794, l'École normale de l'An III. Elle fonctionnera quelques mois avec la participation des plus grands savants, dont Lagrange, Laplace et Monge pour les mathématiques.

Mais l'événement le plus important est la fondation de l'École polytechnique en 1794, à laquelle Monge participe activement. Il sera un des professeurs et des protecteurs les plus dévoués de l'école. Celle-ci va jouer un rôle décisif, pendant près de cinquante ans, dans les mathématiques françaises. Les plus grands savants y sont enseignants; outre Monge, Lagrange, il y aura Ampère, Poisson, Fourier, Cauchy, etc. Ils doivent combiner la recherche scientifique et l'enseignement. Ils disposent d'un public d'étudiants d'un niveau assez élevé dont quelques-uns entreprennent des recherches mathématiques immédiates. Enfin, les cours professés à l'école sont systématiquement publiés; F. Klein dira de ces *«admirables traités»* dont le plus célèbre est le *Cours d'analyse* d'A.-L. Cauchy en 1821, qu'ils ont été *«la base de l'étude mathématique dans toute l'Allemagne»* du XIXe siècle. L'École polytechnique attire de nombreux étudiants et chercheurs étrangers, contribuant ainsi à maintenir la suprématie de l'école mathématique française pendant au moins le premier tiers du XIXe siècle.

En 1808, le gouvernement français fonde l'École normale supérieure, qui a pour mission de former les professeurs, puis la Faculté des sciences; plus tard, les Écoles spéciales des mines, des ponts et chaussées, du génie maritime amèneront la fin du quasi-monopole de l'École polytechnique.

Par sa renommée, Paris concentre tous les savants en son sein et écrase les autres villes françaises. La figure dominante de cette époque est Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), qui a exercé en France une véritable hégémonie pendant près de trente-cinq ans. Il s'est intéressé à toutes les parties des mathématiques pures et appliquées, mais c'est sans aucun doute en analyse dans la création de la théorie de la variable complexe que son œuvre est la plus déterminante.

20. Les nouvelles conditions du travail mathématique au XIXᵉ siècle

Déjà, les savants de l'époque révolutionnaire étaient des savants professionnels membres de l'Académie des sciences de Paris, engagés dans des commissions publiques (commission sur le système des poids èt mesures, Bureau des longitudes, etc.) ou enseignants. Mais les conditions d'un réel professionnalisme de la situation de mathématicien se trouvent renforcées au XIXᵉ siècle avec la multiplication des chaires d'enseignement qui permettent à leurs titulaires de se libérer des problèmes matériels et se consacrer à leurs travaux.

La démocratisation croissante de l'enseignement supérieur permet à des classes sociales plus étendues d'accéder aux mathématiques. Des vocations nombreuses peuvent être décelées. Enfin, la révolution industrielle et technique de la deuxième moitié du siècle stimule l'intérêt pour l'outil mathématique et son perfectionnement.

Il y a une augmentation considérable du nombre des chercheurs, des publications scientifiques, un essor très rapide de la production théorique elle-même.

La France, l'Allemagne et l'Angleterre restent les principaux centres mathématiques, mais s'y ajoutent l'Italie, la Russie, les États-Unis et, plus ponctuellement, la Norvège avec Abel et Sophus Lie,la Hongrie avec Bolyai et la Tchécoslovaquie avec Bolzano. Si les idées scientifiques gardent leur universalité et si les rapports internationaux entre savants restent actifs, la science progresse davantage sur des bases nationales spécifiques. Alors qu'Euler, les Bernoulli ou Lagrange avaient partagé leurs vies entre plusieurs pays, les mathématiciens du XIXᵉ siècle sont fixés dans leur pays d'origine.

En Allemagne, à la même époque que Cauchy, Gauss (1777-1855) est considéré comme le « prince des mathématiciens ». Il s'est imposé par son génie et la profondeur de ses contributions. Mais il a peu publié pendant sa vie et a travaillé seul. La qualité et l'étendue de ses découvertes se sont révélées encore accrues après l'étude de ses notes, ses correspondances et ses œuvres posthumes.

En 1810, Alexander von Humboldt fonde l'université de Berlin et réforme aussi l'enseignement universitaire. Il introduit l'idée que les professeurs peuvent enseigner ce qu'ils souhaitent, en particulier leurs propres recherches. A Koenigsberg, par exemple, Jacobi s'occupe exclusivement dans ses cours des problèmes sur lesquels il travaille; il organise le premier séminaire et cherche à intégrer dans son cercle ses meilleurs étudiants. De nombreuses universités vont fonctionner autour de mathématiciens éminents et entretenir une émulation très féconde : Koenigsberg avec Jacobi, Berlin avec Jacobi, Dirichlet (de 1844 à 1855) et le géomètre Steiner, Göttingen d'abord avec Gauss, puis, à sa mort, avec Dirichlet (de 1855 à 1859) et Riemann (de 1854 à 1866) et, à la fin du siècle, avec Hilbert; la deuxième école de Berlin (après 1860), dont les chefs sont Kummer, Kronecker et Weierstrass, est très brillante. Enfin, on peut encore citer Heidelberg avec Hesse et Helmholtz, et de plus petits centres autour d'une individualité : Möbius à Leipzig, Plücker à Bonn, von Staudt à Erlangen, etc.

L'école mathématique allemande surclasse l'école française à partir de 1850 par le nombre de ses savants, de ses centres actifs et de ses publications. Une des plus célèbres est le *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, fondé en 1826 par Crelle, puis dirigé à sa mort par Borchardt.

Après l'époque des correspondances et des querelles, puis celle des académies, le XIX^e^ siècle est non seulement le siècle des grandes écoles et des universités mais aussi celui des journaux et des revues scientifiques. Leur nombre est si important, en particulier après 1860, que nous ne citerons que les plus célèbres. En France, le premier en date est le *Journal de l'École polytechnique* (1795), suivi des *Annales de Gergonne* (1810-1831), du *Bulletin de Férussac* (1826-31) et, en 1836, le *Journal de mathématiques pures et appliquées*, fondé par Liouville et qui n'a cessé de paraître. A partir de 1835, les *Comptes rendus hebdomadaires* de l'Académie des sciences de Paris assurent une diffusion rapide des nouveaux résultats.

Enfin, les premières Sociétés mathématiques de divers pays naissent et publient leurs bulletins : London Mathematical Society (1865), Société mathématique de France (1872), American Mathematical Society (1888), Deutsche Mathematische Vereinigung (1890), etc.

Il est impossible de décrire le foisonnement de toutes les théories mathématiques au XIX^e^ siècle. Pour la première fois, leur essor se sépare nettement du développement des problèmes posés en mécanique ou en physique. Seules l'analyse harmonique et la théorie spectrale proviennent en partie des besoins des utilisateurs physiciens, et on assiste à une rapide expansion de la physique mathématique. Mais dans toutes les autres puissantes théories, qui sont les nouveautés du XIX^e^ siècle, le principal moteur de l'évolution est d'origine interne.

L'obligation d'enseignement faite aux mathématiciens est une des sources de l'effort de rigueur et d'élucidation des fondements, qui caractérisent en particulier l'analyse. Celle-ci connaît un élargissement considérable de son domaine avec l'introduction de la variable complexe (Cauchy, Riemann, Weierstrass), et l'ascension de l'analyse fonctionnelle.

La géométrie se trouve réactivée et radicalement changée par la construction des géométries non euclidiennes, qui, d'un point de vue intellectuel, est sans doute l'événement le plus important.

Enfin, l'algèbre explose littéralement dans toutes les directions après 1850 (théorie des groupes, théorie des anneaux et des corps, courbes algébriques, algèbre linéaire, etc.) et envahit toutes les autres branches mathématiques, en réalisant entre elles communications et synthèses profondes. Galois (1830) puis Jordan (1870) sont les créateurs, en France, de la théorie des groupes. L'école anglaise, après des décennies d'isolement, reprend sa place et joue un rôle important dans ces domaines (Cayley, Sylvester, Hamilton), comme d'ailleurs en physique-mathématique. L'école allemande présente une collection impressionnante de brillants algébristes (Kummer, Kronecker, Dedekind, Weber...).

Les mathématiciens du XIX^e constituent une transition entre l'encyclopédisme du siècle précédent et l'étroite spécialisation contemporaine. Leurs découvertes se rattachent en général à une, deux ou trois branches des mathématiques.

Mais dans la dernière décennie, Poincaré et Hilbert, qui influenceront par leurs idées le plus profondément les recherches du XX^e, témoignent du même génie universel qu'on pouvait penser révolu après l'époque d'Euler ou de Gauss.

En 1900, Hilbert fait preuve d'une extraordinaire intuition prospective en dressant, devant le Deuxième Congrès international des mathématiciens, une liste de vingt-trois problèmes qui devaient, selon lui, marquer le cours des mathématiques du XX^e siècle. Et, en effet, l'histoire de ces problèmes se confond en grande partie avec celle des mathématiques contemporaines.