



# La mécanique

### LA SCIENCE DU MOUVEMENT DES CORPS

En physique, la mécanique est la discipline qui étudie le mouvement des corps. Elle permet de prévoir et de calculer le mouvement qu'effectue un objet (sa trajectoire, sa vitesse) en fonction des influences auxquelles il est soumis (les forces). Si Archimède découvrit empiriquement plusieurs résultats importants, c'est Galilée, à la fin du XVI<sup>e</sup> siècle, qui jeta les bases théoriques de la mécanique classique, en formulant le principe d'inertie et la loi de composition des vitesses. Il démontra expérimentalement que la vitesse de la chute d'un corps ne dépend pas de sa masse. Cependant, Galilée croyait qu'un corps sans influence extérieure effectuait un mouvement circulaire uniforme. Ce fut Isaac Newton qui formula le principe d'inertie dans sa version rigoureuse, et détermina la notion d'accélération. Cela lui permit de formuler la loi fondamentale de la dynamique, selon laquelle l'accélération d'un corps est égale à la somme des forces appliquées, divisée par la masse du corps. Pour rendre compte de la vitesse de la lumière (qui est la même dans tous les référentiels), Albert Einstein dut reformuler les lois de Newton, sans abandonner les principes galiléens : c'est la relativité restreinte. Plus tard, il étendit ce principe aux référentiels non galiléens, unifiant la masse pesante et la masse gravitationnelle (c'est-à-dire l'inertie et la gravitation) : c'est la relativité générale.

### PREMIÈRES NOTIONS

#### LA NOTION DE SYSTÈME

Lorsque plusieurs corps interagissent, la mécanique considère l'ensemble des corps en interaction, sous le nom de « système ». Pour appliquer les lois physiques qui permettent de déduire les mouvements d'un système à partir des forces qui s'y appliquent, celui-ci doit être isolé ou « pseudo-isolé ».

- Un système isolé est un système ne subissant aucune action extérieure. Il n'échange donc pas d'énergie avec son environnement.
- Un système pseudo-isolé est soumis à des forces qui se compensent (il se comporte donc comme s'il était isolé). Dans la pratique, aucun système n'est totalement isolé. Soit les perturbations peuvent être considérées comme négligeables, soit les forces subies par le système se compensent et le système est pseudo-isolé.

#### LA FORCE

Une force est la grandeur vectorielle décrivant une action capable de modifier un mouvement ou de créer une déformation. Elle est caractérisée par sa direction, son sens, sa valeur et son point d'application.

#### LE CENTRE DE MASSE

Dans un ensemble de points, le point de masse  $m_i$  étant repéré par le vecteur  $\vec{r}_i$ , on appelle centre de masse ou barycentre, ou centre d'inertie, le point C repéré par le vecteur  $\vec{r}_C$  défini par :

$$\vec{r}_C = (1/M) \sum (m_i \cdot \vec{r}_i) \quad \text{avec } M = \sum m_i$$

S'il s'agit d'un solide, la sommation se transforme en intégration (somme infinie d'éléments infiniment petits). Pour un corps rigide et non maintenu en un de ses points, les effets des forces s'appliquant à chaque endroit du solide sont les mêmes que ceux d'une force égale à leur somme vectorielle, s'appliquant au centre de masse.

#### LA TRAJECTOIRE

La trajectoire est l'ensemble des points où se trouve le centre de masse d'un objet au cours du temps. Un mouvement peut être rectiligne (si la trajectoire est une droite), circulaire (si la trajectoire est un cercle) ou quelconque.

#### LA VITESSE ET L'ACCELERATION

La vitesse est la variation de la position en fonction du temps.

- La vitesse moyenne est la distance parcourue divisée par le temps mis pour la parcourir.
- La vitesse instantanée est le vecteur dérivé de la position  $\vec{r}$  par rapport au temps, soit :

$$\vec{v} = d\vec{r}/dt$$

- De la même manière, l'accélération est la variation de la vitesse :

$$\vec{a} = d\vec{v}/dt = d^2\vec{r}/dt^2$$

#### LA QUANTITE DE MOUVEMENT

La quantité de mouvement  $\vec{p}$  d'un corps  $m$  animé d'une vitesse  $\vec{v}$  est :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

#### LE CHAMP DE FORCES

Les forces à distance sont créées par la seule présence d'un corps, pesant ou chargé. Dans de nombreux cas, ce corps est immobile par hypothèse (par exemple, l'attraction exercée sur la Terre par une pomme est bien trop faible pour mettre en mouvement la masse terrestre : la Terre est considérée comme immobile, et elle n'intervient dans le problème que par la force d'attraction qu'elle exerce). Tout autre corps subit ainsi de la part du corps immobile une force qui ne dépend que de sa position dans

l'espace ; c'est-à-dire que l'on peut associer à chaque point de l'espace un vecteur « champ » qui, multiplié par le facteur correspondant au type de force (masse pour la gravité, charge électrique pour la force électromagnétique), donne la force que subit, subirait ou subira un corps placé à cet endroit.

### FORCE ET ENERGIE

#### LES QUATRE FORCES FONDAMENTALES

Bien qu'il existe à notre échelle un grand nombre de types de force différents, ceux-ci se rapportent tous à l'une des quatre forces dites « fondamentales » isolées par les physiciens : gravitationnelle, électromagnétique, nucléaire faible et nucléaire forte.

#### Force gravitationnelle

Elle est responsable du mouvement des corps célestes et explique, pour l'essentiel, le poids des corps. Elle concerne tous les corps, chargés ou non. Son expression entre deux corps de masse  $m_1$  et  $m_2$  est :

$$\vec{F}_G = G \cdot (m_1 m_2) / r^2$$

où  $G$  est la constante de gravitation universelle =  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

La force de gravitation est toujours une force d'attraction.

Dans le cas de la pesanteur terrestre, où la taille et la masse de la Terre sont sans commune mesure avec les objets étudiés, on considère le champ gravitationnel  $\vec{g}$  de la Terre. Dans les conditions du laboratoire, le champ est uniforme, dirigé vers le bas et de valeur  $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Le poids  $\vec{P}$  d'un corps de masse  $m$  s'écrit alors :

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

#### Forces électromagnétiques

Elles expriment l'interaction entre des particules chargées électriquement. Ce sont les forces les plus courantes puisqu'elles sont à l'origine de la plupart des forces observables à l'échelle macroscopique (hormis le poids). Elles sont décrites par les lois de Maxwell, complétées par la théorie quantique, et leur théorie est très bien connue. Au niveau macroscopique, elle prennent deux formes :

- La force électrostatique est due à la présence des charges électriques. La force qu'exerce l'une sur l'autre deux charges ponctuelles  $q_1$  et  $q_2$  à une distance  $r$  s'écrit :

$$F_e = (1/4\pi\epsilon_0) \cdot (q_1 q_2 / r^2)$$

où  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$  est la permittivité du vide. La charge  $q$  d'un corps peut être positive (comme celle du proton) ou négative (comme celle de l'électron).

Si les deux charges sont de signes différents, les corps s'attirent ; si elles sont au contraire de même signe, ils se repoussent.

- La force électromagnétique est due aux mouvements des charges électriques, qui créent des effets complexes. Elle se traduit par un champ de forces, dit champ magnétique  $\vec{B}$ , qui applique à une charge ponctuelle  $q$  se déplaçant à une vitesse  $\vec{v}$  la force :

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$\vec{v} \wedge \vec{B}$  est le « produit vectoriel » des vecteurs champ et vitesse, c'est-à-dire le vecteur orthogonal

(perpendiculaire) aux deux autres dont la longueur est le produit des longueurs des deux vecteurs initiaux.

- Au total, une particule de charge  $q$  et de vitesse  $\vec{v}$  dans un champ électrique  $\vec{E}$  et un champ magnétique  $\vec{B}$ , subit la force électromagnétique :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

La force gravitationnelle et les forces électromagnétiques ont une portée infinie (leurs effets peuvent se manifester à n'importe quelle distance). À l'échelle atomique, la force de gravitation est négligeable devant la force électrostatique (pour un proton ou un électron, la force électrostatique est  $10^8$  fois plus intense que la gravité), mais à l'échelle macroscopique et au-delà, la matière est globalement neutre et les forces de gravitation deviennent prépondérantes.

#### Forces nucléaires faibles

Elles se manifestent en particulier dans la désintégration  $\beta$  du neutron en un proton, un électron et un neutrino. Leur portée est de  $10^{-16} \text{ m}$  et leur intensité est inférieure à celle des forces électromagnétiques.

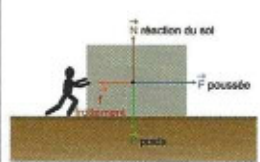
#### Forces nucléaires fortes

Elles sont responsables de la cohésion des protons et des neutrons à l'intérieur du noyau atomique et leur intensité est 100 fois plus forte (à la même distance) que celle des forces électromagnétiques, mais leur portée n'est que de l'ordre de  $10^{-15} \text{ m}$ . Elles sont donc négligeables à notre échelle, et même à des distances microscopiques demeurant grandes devant la dimension du noyau.

#### LES FORCES MACROSCOPIQUES

##### Forces de frottement entre surfaces

Le frottement est une force qui agit toujours pour s'opposer au mouvement d'un objet qui glisse sur un autre. À l'échelle microscopique, le frottement provient des nombreuses liaisons de faible énergie et de courte durée qui se créent entre les points de contact des deux surfaces en présence.



#### Frottements d'un fluide

Un corps se mouvant au sein d'un fluide (l'air par exemple) est freiné par la résistance de ce fluide (liée aux molécules qui le composent). À vitesse relativement faible, la force de frottement du fluide est proportionnelle à la vitesse du corps. Le coefficient exact dépend, outre de la nature du fluide, de la forme exacte du corps en mouvement. L'étude de l'impact de cette forme sur le frottement ainsi que des effets non linéaires (tourbillons...) qui apparaissent à plus grande vitesse est une discipline à part entière : la dynamique des fluides (hydrodynamique pour l'eau et aérodynamique pour l'air).

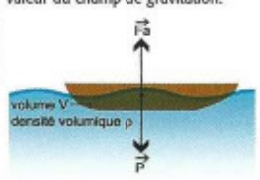
#### Force d'Archimède

Le principe d'Archimède s'énonce ainsi : « Tout corps plongé dans un fluide subit une poussée verticale, dirigée vers le haut, égale au poids du fluide déplacé et appliquée au centre de gravité ».

Cette force s'écrit :

$$\vec{F}_A = -\rho V \vec{g}$$

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $V$  le volume déplacé,  $g$  la valeur du champ de gravitation.



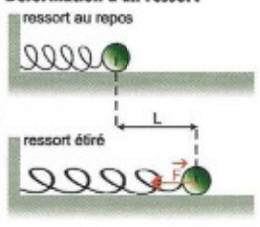
Cela revient à considérer qu'un corps immergé, en totalité ou en partie, dans un fluide (un liquide, par exemple) subit une perte apparente de poids égale au poids du fluide déplacé. Le corps immergé a donc un poids apparent ( $P_a$ ) :

$$P_a = P + F_A = (m - \rho V) \cdot g$$

La force d'Archimède explique la flottaison des objets

dont la masse volumique est inférieure à celle du liquide, la plongée et la remontée d'un sous-marin, etc.

#### Déformation d'un ressort



### Grands noms de la mécanique

**Archimède**  
(287-212 av. J.-C.)  
Savant grec.



Invente le levier et découvre la poussée qui s'exerce sur les corps plongés dans un liquide (poussée d'Archimède).

**Galilée**  
(1564-1642)  
Savant italien.



Inventeur du principe d'inertie et de la loi de composition des vitesses.

**Isaac Newton**  
(1642-1727)  
Savant anglais.



Théoricien des lois du mouvement et de la gravité.

**Albert Einstein**  
(1879-1955)  
Physicien allemand, naturalisé américain.



Théoricien de la relativité (relativité restreinte en 1905, relativité générale en 1916).



Un ressort écarté d'une distance  $L$  de sa position d'équilibre exerce une force  $F = kL$  où  $k$  est la constante de raideur du ressort. Son énergie potentielle  $E_p$  vaut alors  $E_p = \frac{1}{2}kL^2$

## LES DIFFÉRENTES FORMES DE L'ÉNERGIE

### Travail

Le travail ( $W$ ) est un transfert d'énergie réalisé en exerçant une force ( $F$ ) dont le point d'application se déplace.

$$W = \int (F \cdot dl)$$

Le travail est moteur s'il est positif, résistant s'il est négatif.

Le travail entre deux points A et B d'une force conservative, comme le poids, est indépendant du chemin suivi pour aller de A à B, en raison des caractères de régularité du champ gravitationnel.

### Puissance

La puissance moyenne d'une force est le quotient du travail  $W$  qu'elle effectue par la durée  $\tau$  mise pour l'effectuer :

$$P_m = W / \tau$$

### Énergie cinétique

C'est l'énergie, souvent notée  $E_c$ , que possède un système de masse  $m$  à un instant donné du fait de sa vitesse  $v$ .  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

### Énergie potentielle

C'est l'énergie de position d'un corps dans un champ de force (champs de pesanteur, électrique, magnétique...). Souvent notée  $E_p$ , elle représente l'énergie cinétique qu'acquerrait ce corps s'il était soumis à cette seule force en arrivant au niveau (arbitraire) d'énergie potentielle 0 (le sol dans le cas de la gravitation). Elle est égale au travail à fournir pour amener ce corps du niveau 0 à sa position actuelle.

### Énergie totale

(ou énergie mécanique)

L'énergie totale  $E$  d'un système isolé est constante, elle n'est modifiée que par les actions extérieures.

$$E = E_c + E_p$$

## RÉFÉRENTIEL ET LOIS

### LA NOTION DE RÉFÉRENTIEL

Le mouvement d'un corps est repéré dans l'espace par trois coordonnées, qui donnent sa position par rapport à un point nommé origine, référencé à un objet matériel. C'est ce qu'on appelle un référentiel.

### Référentiel galiléen

Le principe d'invariance galiléenne (énoncé par Galilée) impose que les lois de la mécanique classique soient les mêmes dans tous les référentiels en translation uniforme entre eux (vitesse constante et sans rotation). Ces référentiels sont appelés référentiels d'inertie ou référentiels galiléens. Si on néglige les effets de la rotation de la Terre, un référentiel lié à la Terre peut être considéré comme un référentiel d'inertie.

### Force fictive



Cette force est une conséquence de l'accélération d'un référentiel non galiléen par rapport à un référentiel galiléen ; elle est ajoutée pour pouvoir

appliquer les lois de Newton dans un référentiel non galiléen.

Dépendante de la masse du corps, elle se comporte comme un champ de gravitation dans le cas d'un référentiel en translation accélérée (dans un ascenseur, par exemple, notre poids apparent augmente lorsque l'ascenseur s'élève). Elle est responsable, dans le cas d'un référentiel en rotation, de la force centrifuge et de la force de Coriolis, due à la rotation de la Terre (qui fait tourbillonner l'eau qui se vide au fond des évier, par exemple).

## LES LOIS DE CONSERVATION

### Théorème de l'énergie cinétique

Le travail de la résultante des forces qui s'exerce sur un point matériel entre deux instants est égal à la variation d'énergie cinétique du point entre ces deux instants :

$$W_T = E_c(t_2) - E_c(t_1)$$

### Conservation de la quantité de mouvement

La quantité de mouvement totale d'un système isolé est constante. Ainsi, après une collision entre deux corps, les vitesses respectives des deux corps sont liées à leurs vitesses avant le choc. (La répartition de la quantité de mouvement entre les deux corps est fonction de la géométrie exacte du choc.)

## LES LOIS DU MOUVEMENT DE NEWTON

Newton a très bien décrit les liens qui unissent forces et mouvement grâce à ses trois lois dites « lois de Newton » et sa loi de la gravitation universelle.

• Première loi de Newton : « En l'absence de force, un objet demeure immobile ou suit un mouvement rectiligne uniforme. »

• Deuxième loi de Newton : « Si une force  $F$  est appliquée à un objet de masse  $m$ , celui-ci subit une accélération  $a$  de même direction et de même sens et d'intensité  $F/m$ . »  $F = ma$

• Troisième loi de Newton : « Si un objet exerce une force sur un second objet (action), le second objet exerce sur le premier une force égale mais opposée (réaction). »

## DIFFÉRENTS TYPES DE MOUVEMENTS

### LE MOUVEMENT DE TRANSLATION

• Lorsque la résultante des forces appliquées au centre de masse du système est nulle, le mouvement est rectiligne uniforme ( $a = 0$ ), la vitesse  $v$  est constante. On a :

$$x = x_0 + vt$$

• Lorsqu'un mouvement est uniformément accéléré ( $a = \text{constante}$ ), on a :

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

• Le travail d'une force constante entre

## LES LOIS DU MOUVEMENT D'EINSTEIN

Pour des objets à l'échelle atomique ou lorsque les vitesses deviennent comparables à la vitesse de la lumière ( $3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ ), le principe d'invariance de Galilée n'est plus applicable sans redéfinir l'énergie cinétique et la quantité de mouvement. C'est la base de la relativité restreinte d'Einstein. Les équations de Newton s'écrivent :

$$E_c = mv^2 / (1 - v^2/c^2)^{3/2}$$

et

$$\vec{p} = m\vec{v} / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$$

A et B s'écrit :

$$W_{(F, A \rightarrow B)} = F \cdot AB = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

où  $\alpha$  est l'angle fait par la force avec la direction du déplacement.

• La puissance instantanée d'une force  $F$  s'appliquant sur un point en translation à la vitesse  $\vec{v}$  s'écrit :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = P \cdot v \cdot \cos \alpha$$

## MOUVEMENT D'UN CORPS SOUMIS

### A SON POIDS

Un corps de masse  $m$  dans un champ de gravitation uniforme  $\vec{g}$  (comme celui de la Terre à l'échelle du laboratoire) subit une force  $\vec{P}$  (son poids) d'intensité :

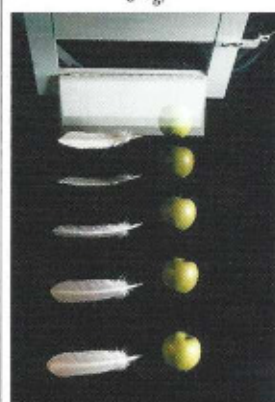
$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

La loi fondamentale de la dynamique donne

$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

soit

$$\vec{a} = \vec{g}$$



L'accélération d'un corps soumis uniquement à son poids est donc indépendante de sa masse. C'est pourquoi, dans le vide (en l'absence de forces de frottement), une plume et une pomme tombent à la même vitesse. La gravité confère donc à tout les corps la même accélération égale à  $\vec{g}$ , appelée pour cette raison « accélération de la pesanteur ».

Un corps sans vitesse initiale, ou avec une vitesse initiale verticale, tombera verticalement. Mais un corps pourvu d'une vitesse initiale avec une composante horizontale non nulle,



comme la flèche tirée d'un arc, décrira une parabole : sa vitesse horizontale  $v_x$  reste constante (puisque l'accélération est verticale) et sa vitesse verticale  $v_y$  décroît. Si  $x$  est la distance horizontale parcourue et  $z$  l'altitude, on écrit :

$$x = v_{0x}t + x_0$$

et

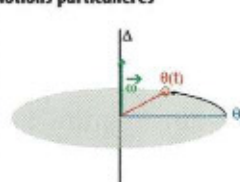
$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + z_0$$

où  $v_{0x}$  et  $v_{0z}$  sont les composantes respectivement horizontale et verticale de la vitesse initiale  $v_0$ . La trajectoire est une parabole d'axe vertical.

## LE MOUVEMENT DE ROTATION

Le mouvement de rotation se distingue du mouvement circulaire en ce sens que les points situés sur l'axe de rotation  $\Delta$  sont immobiles, tandis que le reste du solide tourne autour de l'axe.

## Notions particulières



Un mouvement de rotation se décrit par :

- une position angulaire  $\theta$  ;
- une vitesse angulaire  $\vec{\omega}$  décrivant la variation de l'angle par rapport au temps :

$$\omega = d\theta/dt$$

La vitesse angulaire est un vecteur qui possède la direction de l'axe de rotation et dont le sens est choisi de manière à ce que le mouvement apparaisse dans le sens des aiguilles d'une montre quand le vecteur se dirige vers nous.

- une accélération angulaire  $\alpha$  (alpha)

$$\alpha = d\omega/dt$$

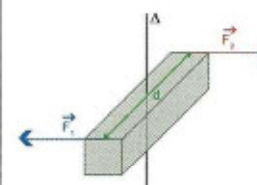
décrivant la variation de la vitesse angulaire par rapport au temps.

### Moment et couple

Dans le cas d'un corps en rotation, on ne peut appliquer la force au centre de masse du corps (puisque celui-ci est maintenu dans l'axe de rotation). La grandeur utile pour ce type de mouvement est appelée moment. C'est le produit de la distance  $d$  à l'axe du point d'application de la force et de l'intensité de la composante de la force orthogonale à l'axe.

$$M(\vec{F} / \Delta) = \vec{r} \cdot \vec{F}$$

Un corps est dit en équilibre de rotation quand la somme des moments des différentes forces est nulle. En l'absence de frottements, le corps est alors en rotation uniforme (la vitesse angulaire est constante).



Couple de forces : ensemble de 2 forces égales mais de points d'application opposés par rapport à l'axe. La résultante de ces forces est nulle, mais le corps ne reste pas au repos : il acquiert un mouvement de rotation car les moments des forces s'ajoutent. Les équations du mouvement de rotation uniformément accéléré s'écrivent :

$$\alpha = \text{constante}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

Le travail d'une force lors d'une rotation est donné par la formule :

$$W = M(\vec{F} / \Delta) \cdot \theta$$

La puissance instantanée d'une force  $\vec{F}$  s'appliquant sur un point en rotation à la vitesse angulaire  $\omega$  est :

$$P = M(\vec{F} / \Delta) \cdot \omega$$

L'énergie cinétique du corps s'écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2$$

où  $I$  est le moment d'inertie : si l'on divise le corps en parties supposées ponctuelles, la  $i^{\text{ème}}$  partie, de masse  $m_i$  et à distance  $d_i$  de l'axe a pour moment d'inertie  $m_i d_i^2$  ; le moment d'inertie total du corps est :

$$I = \sum m_i d_i^2$$

La vitesse angulaire et le moment d'une force jouent dans les équations du

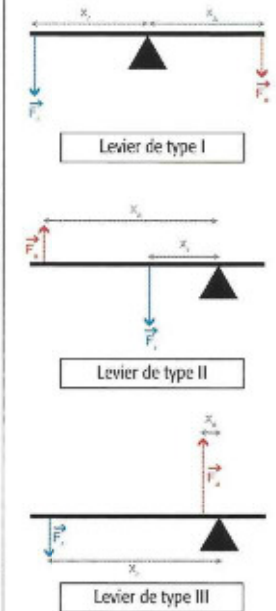
mouvement de rotation le même rôle, respectivement, que la vitesse et la force dans la translation ; de même le moment d'inertie par rapport à l'axe joue le rôle de la masse.

## LES LEVIERS

Les leviers sont des machines. Dans chaque cas, une force  $F_A$  est appliquée et une force résistante  $F_R$  fait contrepoids. L'équilibre signifie ici non pas l'égalité des forces, mais celle des moments ; il s'écrit donc :

$$x_R F_R = x_A F_A$$

Ainsi, plus la force est appliquée loin du point d'appui, plus elle est « efficace » : en se plaçant au double de la distance d'application d'une autre force, une force d'intensité deux fois plus faible peut l'équilibrer. C'est la raison pour laquelle leviers et poulies sont si utilisés pour déplacer des charges lourdes. Dans sa forme la plus simple, un levier est constitué d'une barre rigide qui s'articule autour d'un point d'appui (mais une poulie, par exemple, est aussi une forme de levier). On définit trois classes de leviers d'après les positions respectives de  $F_R$ ,  $F_A$  et du point d'appui.



## LES UNITÉS DE LA MÉCANIQUE

- Le mètre (m) est l'unité de longueur
- La seconde (s) est l'unité de temps
- La vitesse s'exprime en mètres par seconde (m.s) et l'accélération en mètres par seconde carrée (m.s<sup>2</sup>)
- Le kilogramme (kg) est l'unité de masse
- La quantité de mouvement s'exprime en kilogrammes-mètres par seconde carrée (kg.m.s<sup>2</sup>)
- L'intensité d'une force s'exprime en newtons (N) : 1 N = 1 kg.m.s<sup>-2</sup>
- L'énergie (travail, énergies cinétique et potentielle...) s'exprime en joules (J) : 1 J = 1 N.m
- La puissance s'exprime en watts (W). 1 W = 1 J.s
- Dans les applications industrielles (production d'électricité par exemple) l'énergie est mesurée en wattheures (Wh) : c'est le travail d'une force qui développe une puissance de 1 watt pendant 1 heure. 1 Wh = 3 600 J