



Les systèmes de projection

3D, 2D

Les systèmes de projections sont nés de la volonté de représenter des objets en trois dimensions, tels que la Terre, sur un plan en deux dimensions. La représentation d'un objet tel que la surface de la Terre sur un **planisphère** nécessite en



effet de pouvoir passer d'un système de représentation en trois dimensions à un système de représentation en seulement deux dimensions. Intuitivement, un tel passage peut sembler délicat dans la mesure où l'on doit exprimer avec seulement deux dimensions ce qui en nécessite trois en réalité et un point critique va donc être la perte d'informations. Il est pourtant souhaitable que la représentation en deux dimensions soit aussi fidèle que possible à la réalité, c'est-à-dire que les distances relatives entre des points de la surface terrestre soient conservées au mieux au sein de la représentation en deux dimensions. Il en va de même pour les angles, les surfaces et les formes. En effet, que dire d'un plan de la Terre dans lequel on ne parviendrait à reconnaître aucun pays car la méthode ayant servi à le construire aurait introduit des déformations trop importantes ?

Les systèmes de projection ont donc été inventés pour permettre de construire des représentations planes aussi proches que possible de la réalité. Les systèmes de projection sont l'ensemble des conventions qui permettent d'associer à tout point d'une partie de la surface terrestre un point unique sur une carte. Traditionnellement, pour représenter la surface terrestre on utilise une représentation qui altère aussi peu que possible les propriétés métriques du terrain (distance entre les points de la surface terrestre) et les angles.

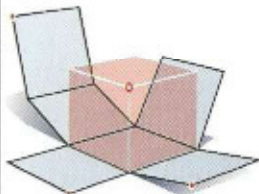
POURQUOI DE TELLES PROJECTIONS ?

Que l'on soit navigateur, pilote de ligne ou simple vacancier, lorsque l'on désire se déplacer ou seulement connaître sa position, l'utilisation d'un plan est nécessaire. Un plan permet de se situer et de choisir un itinéraire. Comme son nom l'indique, le plan est une représentation plane. La Terre quant

à elle est un solide en trois dimensions. Il est donc nécessaire pour pouvoir construire un tel plan de pouvoir représenter les objets tridimensionnels en deux dimensions et de façon fidèle. Imaginez que vous ayez un plan sous les yeux et que vous soyez en train de choisir votre itinéraire. Si les distances relatives sur le plan ne correspondent pas à une représentation à l'échelle des distances réelles, la localisation et l'itinéraire ne seront pas justes et le plan n'aurait alors plus aucune utilité. La question qui se pose alors est comment construire de telles représentations planes.

COMMENT PASSER D'UNE REPRÉSENTATION EN TROIS DIMENSIONS À UNE REPRÉSENTATION EN SEULEMENT DEUX DIMENSIONS ?

Imaginons l'espace d'un instant que la Terre ait la forme d'un cube. Chaque face du cube étant plane, on pourrait imaginer pouvoir découper ce cube suivant ces arêtes ce qui nous donnerait six carrés qu'il serait facile de représenter dans le plan. Néanmoins, une telle représentation ne serait pas complètement fidèle en ce sens que deux points situés de part et d'autre d'une arête (donc proches en réalité) peuvent sembler



éloignés dans la **représentation plane**. Le problème semble encore plus complexe quand on prend le cas de la Terre. Notre planète a en effet la forme d'une sphère ou plus exactement d'un ellipsoïde. Quel que soit le « découpage » que l'on imagine (par exemple un découpage suivant l'équateur), il est impossible d'imaginer que l'on puisse obtenir un plan ou même que l'on puisse « écraser » la partie obtenue sur un plan. Ce fait implique que, même si par l'objet de conventions, on peut construire une représentation plane de la Terre, cette représentation ne sera jamais complètement fidèle et comportera forcément des déformations des longueurs ou des angles par exemple. Bon nombre de cartographes se sont d'ailleurs penchés sur la question en vain. La carte est un objet plan. La représentation d'une partie de la Terre sur une carte nécessite l'adoption d'une transformation permettant de passer de l'ellipsoïde à un plan : une projection.

QU'EST CE QU'UNE PROJECTION ?

PROJECTION SUR UNE DROITE PARALLÈLEMENT À UNE AUTRE

Avant de projeter des surfaces, on commence par projeter de simples points. Pour projeter une surface, il suffit ensuite de projeter l'ensemble des points qui la constitue. Pour bien comprendre ce qu'est une projection, on peut prendre



l'exemple concret de **l'ombre d'un objet** ou d'un corps se projetant sur le sol. La direction de la projection dépend de la direction du soleil. Projeter un point A sur une droite d1 parallèlement à une autre droite d2 suit le même principe. Le point A joue le rôle de notre corps. La droite d1, celle du sol, et la seconde droite d2, celle de la direction du soleil. Le projeté du point A, noté ici A', joue quant à lui le rôle de l'ombre. Le projeté du point A sur d1 parallèlement à d2 est le point A' de d1 tel que la droite (AA') soit parallèle à la droite d2. On parle de projection orthogonale lorsque d2 est perpendiculaire à d1. On remarque dès à présent que si la projection n'est pas orthogonale, on introduit des déformations et les distances ne sont pas conservées.

PROJECTION SUR UN PLAN PARALLÈLEMENT À UNE DROITE OU SUR UNE DROITE PARALLÈLEMENT À UN PLAN

Dans le cas nous intéressant pour pouvoir représenter la surface de la Terre sur un plan, le système de base est semblable au système de projection vu ci-dessus. Considérons un plan P et une droite D n'appartenant pas à P. Soit maintenant un point A dont on aimerait construire la projection sur P parallèlement à D. Le projeté A' de A sur P parallèlement à D est le point A' du plan P tel que la droite (AA') soit parallèle à D. Lorsque D est perpendiculaire au plan P, on parle de projection orthogonale. Ici encore, si la projection n'est pas orthogonale elle introduit des déformations et les distances ne sont pas conservées. Maintenant que nous sommes plus familiers avec les systèmes de projections les plus simples, nous allons pouvoir nous intéresser à la représentation de la Terre sur un plan.

LES DIFFÉRENTES PROJECTIONS

CONFORMES, ÉQUIVALENTES, APHYLLACTIQUES

La sphère, comme l'ellipsoïde, est une surface non développable, c'est-à-dire qu'on ne peut pas effectuer de découpage permettant de déplier la surface sur un plan. Ceci implique qu'une projection de cette surface sur un plan déforme la réalité. En termes plus mathématiques, il n'est pas possible de construire une projection de la **Terre** qui conserve



à la fois les angles et les surfaces. Par contre, il est possible de construire des projections conservant les angles (projections conformes) ou les surfaces (projections équivalentes). D'autres projections dépourvues de propriétés globales, appelées projections aphyllactiques, par opposition aux projections conformes ou équivalentes, existent également. La propriété de conformité est une propriété locale : un azimut mesuré sur la carte sera conservé sur le terrain. Par contre, si l'on vise un détail du terrain situé à une distance non nulle du point de visée, cette visée épouse la ligne la plus courte sur le terrain. Cette ligne n'est généralement pas une droite en projection. De sorte que l'azimut sur la carte ne se rapporte pas à la droite joignant les homologues des points de visée en projection. La propriété d'équivalence est une

propriété globale, au sens où elle s'étend à l'intégralité de la représentation cartographique : un continent a la même surface en projection que dans la réalité. Il est d'usage de classer les projections en référence à des figures géométriques qui ont inspiré leur construction. En réalité, l'image géométrique est souvent trompeuse par rapport à la réalité de la transformation mathématique qui permet de passer de la surface terrestre au plan. Le terme de « projection » est d'ailleurs lui-même inadéquat dans bon nombre de cas, puisqu'il suppose l'existence d'un centre de projection ou d'un axe. La plupart des transformations ne possèdent pas cette propriété. C'est pourquoi, dans un langage rigoureux, on substitue volontiers le terme de « transformation plane » à celui de « projection cartographique ». Le problème réside dans le choix de la projection. Si la projection n'altère pas trop les distances (c'est-à-dire qu'elle est adaptée à la zone traitée) et si la distance entre les deux points considérés n'est pas trop grande, alors la distance calculée en projection sera proche de la valeur exacte. Par contre, si l'utilisateur adopte une projection occasionnant des distorsions importantes, alors le risque est grand d'aboutir à des mesures de distance totalement erronées.

PROJECTION CYLINDRIQUE

Comme son nom l'indique, cette projection correspond à des applications de la sphère sur un cylindre sécant ou tangent à la sphère. Le cylindre étant développable, on peut en faire une représentation plane sans déformation. Seules les projections transverses permettent de construire des projections conservant, sur

Projection de dates

1569



Gérard Mercator propose sa projection cartographique.

1745

Réalisation de la première carte de France par triangulation.

1911

Le méridien de Greenwich est reconnu en France comme méridien international.

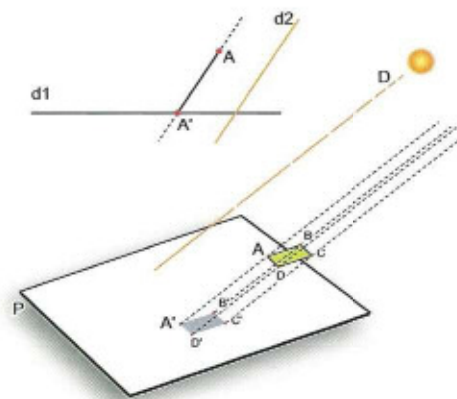
1963

Projection de Robinson présentée par Arthur H. Robinson.

1973

Arno Peters propose la projection de Peters après avoir critiqué celle de Mercator.

Projection d'un point sur une droite et sur un plan

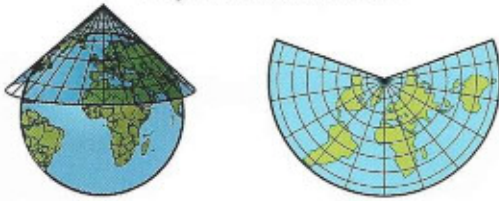


Projection de Lambert

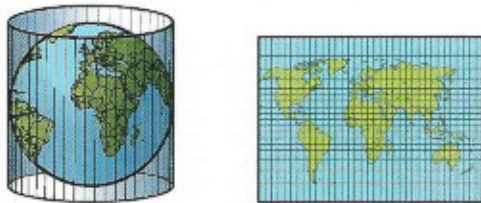


proposée par Jean-Henri Lambert en 1772

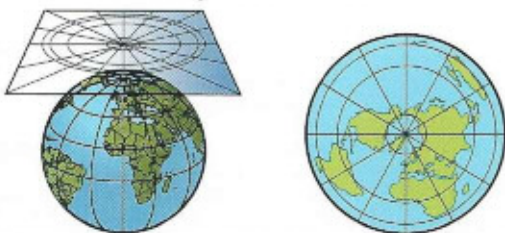
Projection de Lambert



Projection de Mercator



Projection azimutale



l'ellipsoïde, leurs propriétés. Les parallèles sont des droites parallèles, horizontales dans la projection directe.

PROJECTION CONIQUE

Cette projection correspond à des applications de la sphère sur un cône sécant ou tangent à la sphère. Le cône étant développable, on peut en faire une représentation plane sans déformation. Selon la propriété que l'on veut voir vérifiée, la projection sera conforme ou équivalente. À noter que la conformité ou l'équivalence de ces projections est maintenue pour une Terre ellipsoïdale, lorsque l'axe du cône est confondu avec l'axe de rotation de la Terre.

PROJECTION AZIMUTALE

La projection azimutale s'opère sur un plan tangent à la surface terrestre. Lorsque le point de tangence est le pôle terrestre, les parallèles apparaissent en projection sous forme de cercles concentriques, et les méridiens, sous forme de droites. Plus généralement, lorsque la surface terrestre est sphérique, la famille des grands cercles passant par le point de tangence devient dans le plan l'ensemble des droites passant par l'homologue du point en projection. Cette propriété rend très utile ces projections pour la navigation.

LA PROJECTION DE LAMBERT

La projection de Lambert est une projection conique et conforme. C'est l'une des projections les plus utilisées. Son utilisation remonte au début du siècle. Le choix qui a été fait se justifie par au moins deux raisons : d'une part son caractère conforme la rend très appréciable pour les calculs de réduction des observations géodésiques, qui étaient à l'époque menés directement en projection ; d'autre part, elle occasionne de faibles déformations sur des territoires situés

aux moyennes latitudes et relativement symétriques comme la France.

LA PROJECTION DE MERCATOR

La projection de Mercator est conforme (les angles sont conservés, les cercles restent des cercles) mais pas équivalente (les rapports de surface ne sont pas conservés, les cercles de surface identiques sur la Terre sont représentés avec des surfaces de plus en plus grandes en latitude). Il s'agit d'une projection où les longitudes sont cartographiées sur une échelle arithmétique. La transformation appliquée aux latitudes est une projection tangente modifiée.

DES CHOIX DIFFÉRENTS

Après avoir étudié les projections les plus importantes on peut se demander si elles remplissent leurs buts ? Le point important pour répondre à cette question est de comprendre qu'à un but donné correspondra une projection spécifique. En effet, les projections ne peuvent être complètement fidèles à la réalité et il convient alors de choisir la projection la plus adaptée au but poursuivi, c'est-à-dire celle conservant les grandeurs importantes. Les paragraphes suivants illustrent comment chaque problème peut être résolu à l'aide d'une projection particulière en détaillant le choix de la projection appropriée.

LA REPRÉSENTATION DE LA TERRE

Une projection occasionne toujours des déformations de la réalité. Dans le cas des représentations globales de la Terre (les planisphères, cartes où est représenté l'ensemble du globe terrestre), ces déformations rendent parfois la carte impropre à l'exploitation que l'on pourrait en faire. Par exemple, une déformation infinie aux pôles comme celle produite par la

projection directe de Mercator rend totalement impropre cette projection à l'analyse dans les régions polaires. Pour être plus complet, dans la projection de Mercator, le Groënland (2,2 millions de km²) est représenté avec une superficie en projection identique à celle de l'Amérique du sud (18 millions de km²) ou même l'Afrique (30 millions de km²). Cette projection est donc désormais peu utilisée pour représenter des régions très étendues en latitudes. On lui préférera généralement des projections équivalentes. Néanmoins, les projections équivalentes peuvent elles aussi occasionner des déformations considérables. La projection équivalente de Lambert fausse totalement les angles au voisinage du pôle : les méridiens qui devraient s'y couper sont parallèles. Il est donc exclu d'analyser ces éléments aux pôles. Des projections aphyllactiques (sans propriété géométrique particulière) sont souvent privilégiées car parmi ces projections, on peut en trouver qui offrent un bon compromis entre les altérations linéaires, angulaires et surfaciques. Reste que si l'on s'intéresse à une région particulière du globe, on aura généralement intérêt à abandonner les projections précédentes au profit de projections adaptées à la forme et la localisation de la région considérée. Par exemple, pour les régions polaires, relativement symétriques, on utilise en général des projections azimutales. Pour les régions aux latitudes moyennes, elles aussi relativement symétriques, on utilise en général des projections coniques qui conservent le parallèle de tangence. Pour les régions équatoriales, les projections cylindriques semblent adaptées. Le paragraphe suivant traite du cas spécifique d'une cartographie nationale.

LA CARTOGRAPHIE D'UN TERRITOIRE



La cartographie d'un territoire répond en premier lieu à un souci de description géométrique du territoire national. On demande donc en principe à la représentation d'être aussi fidèle que possible à la géométrie du territoire. Une carte de base repose sur une ossature de points géodésiques dont la position est connue avec une grande précision dans le système de référence national. Le réseau élaboré lors de la confection de la carte constitue en principe la réalisation primaire du système national. À l'époque où le réseau géodésique était mesuré par triangulation (mesures d'angles au sommet de triangles horizontaux à la surface de la Terre), il était extrêmement commode d'utiliser une projection conforme pour les calculs. L'usage d'une telle projection permettait de reporter en projection les angles mesurés et moyennant une correction liée à la courbure terrestre, de faire les calculs de résolution des triangles en géométrie plane. C'est

l'une des raisons principales qui a conduit la majeure partie des pays industrialisés à adopter une projection conforme. Le choix des paramètres de la projection et de la projection elle-même repose quant à lui sur le souhait de limiter les déformations du terrain induites par la projection.

LE CAS DE LA FRANCE

La France a adopté une projection conique conforme ayant pour origine le méridien de Paris. La projection française est en réalité un jeu de projections caractérisé par des zones de validité de chaque projection élémentaire. La projection conique de Lambert a été retenue en raison de la faible déformation qu'elle engendre de part et d'autre du méridien central. Par ailleurs, cette projection couvre une assez grande surface sans occasionner de déformation rédhibitoire : 0,015 % au maximum en limite de zone.

LE CAS DE LA SUISSE

La Suisse a adopté une projection de Mercator oblique adaptée à son territoire. C'est une projection conforme.

LE CAS DU ROYAUME-UNI

Le Royaume Uni a adopté une projection de Mercator transverse. C'est aussi une projection conforme. Ce choix se justifie en raison d'un axe principal d'allongement nord-sud du territoire britannique. Si on souhaite limiter les déformations, il est judicieux d'adopter une représentation qui conserve cet axe exempt de toute déformation. C'est le cas de la projection transverse de Mercator, tangente le long du méridien moyen (Greenwich dans le cas de la Grande Bretagne).

LE PROBLÈME DE LA NAVIGATION

Le navigateur a pour souci principal de rallier deux points de la surface terrestre par le plus court chemin qui les sépare. Le plus court chemin est appelé une géodésique. C'est une ligne caractéristique de la surface sur laquelle elle est tracée (son équation est indépendante des coordonnées avec lesquelles on décrit cette surface). La détermination des géodésiques est un problème classique mais néanmoins délicat de la géométrie différentielle. Dans le cas d'une sphère, le plus court chemin pour rallier deux points est un arc de grand cercle. Si A et B sont deux points d'une sphère, la géodésique est l'unique grand cercle (cercle centré au centre de la sphère) qui passe par les deux points. Le plus court chemin est l'arc le plus court de ce grand cercle dont les extrémités sont les deux points considérés. On peut chercher une projection qui, au départ de Paris par exemple, donne accès aux trajectoires optimales ainsi qu'aux distances au départ de Paris, à partir d'un tracé simple des géodésiques. Ce problème trouve sa résolution dans l'usage d'une projection azimutale équidistante dont le point de tangence est le point de départ du trajet. En effet, la projection azimutale transforme les grands cercles passant par le point de tangence en droites concourantes. Le tracé d'une géodésique en projection est une droite passant par le centre de la carte (homologue du point de tangence). Puis, la projection azimutale

équidistante donne accès aux distances vraies le long des grands cercles. D'où le choix de cette projection pour optimiser des trajets. Cette propriété des projections azimutales équidistantes a été exploitée dans le passé : dans tous les aéroports internationaux était tracée une carte du monde en projection azimutale équidistante, à l'époque où la navigation ne bénéficiait pas de techniques satellitaires ou de radars. L'important dans ce cas était de savoir quelles régions on devait survoler.

LOXODROMIE : OÙ COMMENT LES MARINS GARDENT LE CAP

En navigation, la route est la direction, suivie par un mobile, définie par un angle par rapport au nord géographique. Cet angle est exprimé en degrés, de 0 à 360°, à partir du nord géographique dans le sens des aiguilles d'une montre. Autrefois, cet angle était exprimé par rapport aux points cardinaux en quarts de la rose du compas (ou rose des vents). Ainsi, une route est représentée un angle de 90°. La route est tracée sur la carte pour rallier un point à un autre. Le navigateur se situe par rapport à la



route en faisant le point et corrige son cap pour se tenir sur sa route. Sur une carte de Mercator, la ligne droite est dite route loxodromique, elle coupe tous les méridiens selon un angle constant et le mobile n'a donc pas à modifier sa route pour aller d'un point à un autre (sinon pour éviter des obstacles), mais ce n'est pas le chemin le plus court. La route loxodromique est une route à cap constant. Sur le globe terrestre, les loxodromies



correspondent à des spirales s'enroulant autour du pôle, lorsqu'elles ne sont pas « dégénérées », c'est-à-dire lorsque l'angle initial donné n'est pas nul. Sur la sphère terrestre, le trajet le plus court d'un point à un autre est la navigation par arc de grand cercle, dite route orthodromique. Sur une carte de Mercator, cette route est une courbe, son tracé s'effectue par tronçons loxodromiques successifs pour se rapprocher le plus possible de cette courbe et demande donc un calcul pour déterminer les corrections successives de route (appelée correction de Civry) à effectuer par rapport à la loxodromie. Le gain en distance entre orthodromie et loxodromie n'est vraiment significatif que sur des longs parcours, (traversée océanique ou trajet aérien intercontinental) et aux hautes latitudes. Pour les navigations polaires, il existe des cartes orthodromiques.