

Compte

Exercice 1

On peut établir le tableau suivant :

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$n_i \cdot x_i^2$	effectif cumulé
1	0	0	1	0	0
1,5	0	0	2,25	0	0
2	0	0	4	0	0
2,5	1	2,5	6,25	6,25	1
3	3	9	9	27	4
3,5	5	17,5	12,25	61,25	9
4	4	16	16	64	13
4,5	5	22,5	20,25	101,25	18
5	3	15	25	75	21
5,5	2	11	30,25	60,5	23
6	1	6	36	36	24
Total	24	99,5		431,25	

La moyenne est $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{99,5}{24} \approx \underline{\underline{4,146}}$.

L'écart type est $\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$ avec $\overline{x^2} = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} = \frac{431,25}{24} \approx 17,969$ et

$\bar{x}^2 \approx 4,146^2 = 17,188$. Ainsi l'écart-type est $\sqrt{17,969 - 17,188} \approx \underline{\underline{0,884}}$.

L'effectif total est 24. La médiane correspondra donc à la moyenne entre la 12^e et la 13^e note (à ce point-là, on a exactement 12 notes au-dessus et 12 notes au-dessous de la médiane). La 12^e note est un 4. La 13^e note est aussi un 4.

Ainsi, la médiane est 4.

Exercice 2

On a $\mu = 223$ gr. et $\sigma = 2$ gr. Notons X le poids d'une baguette.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(220 < X < 226) &= P\left(\frac{220-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{226-\mu}{\sigma}\right) = \\
 &= P\left(\frac{220-223}{2} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{226-223}{2}\right) = P(-1,5 < \frac{X-\mu}{\sigma} < 1,5) = \\
 &= \text{[Diagram: Normal distribution curve with shaded area between } -1,5 \text{ and } 1,5 \text{ on the x-axis.]} \\
 &= \text{[Diagram: Normal distribution curve with shaded area to the left of } 1,5 \text{ and to the right of } -1,5 \text{ on the x-axis.]} \\
 &= \text{[Diagram: Normal distribution curve with shaded area to the left of } 1,5 \text{ and } 1 - \text{[Diagram: Normal distribution curve with shaded area to the left of } 1,5 \text{ on the x-axis.]} \\
 &= 2 \cdot \text{[Diagram: Normal distribution curve with shaded area to the left of } 1,5 \text{ on the x-axis.]} - 1 = 2 \cdot 0,93319 - 1 = \underline{\underline{0,86638}} = \underline{\underline{86,638\%}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(X < 219) &= P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{219-\mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{219-223}{2}\right) = \\
 &= P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < -2\right) = \text{[Diagram: Normal distribution curve with shaded area to the left of } -2 \text{ on the x-axis.]} = 1 - \text{[Diagram: Normal distribution curve with shaded area to the right of } -2 \text{ on the x-axis.]} \\
 &= 1 - \text{[Diagram: Normal distribution curve with shaded area to the right of } 2 \text{ on the x-axis.]} = 1 - 0,97725 = \underline{\underline{0,02275}} = \underline{\underline{2,275\%}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } P(X > 224) &= P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{224-223}{2}\right) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > 0,5\right) = \\
 &= \text{[Diagram: Normal distribution curve with shaded area to the right of } 0,5 \text{ on the x-axis.]} = 1 - \text{[Diagram: Normal distribution curve with shaded area to the left of } 0,5 \text{ on the x-axis.]} = 1 - 0,69146 = \underline{\underline{0,30854}} \\
 &= \underline{\underline{30,854\%}}
 \end{aligned}$$

d) C'est une probabilité conditionnelle: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ avec
 $A =$ la baguette pèse plus de 225 g et $B =$ la baguette a un poids au-dessus de la moyenne.

$$\begin{aligned}
 \text{On a: } P(A \cap B) &= P(X > 225 \text{ et } X > 223) = P(X > 225) = \\
 &= P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{225-223}{2}\right) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > 1\right) = 1 - P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < 1\right) =
 \end{aligned}$$

③

$$= 1 - 0,84137 = 0,15866 \text{ et}$$

$$P(B) = P(X > 223) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{223-220}{2}\right) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > 0\right) =$$

$$= 1 - P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < 0\right) = 1 - 0,5 = 0,5.$$

Ainsi, la probabilité cherchée est $P(A|B) = \frac{0,15866}{0,5} = \underline{\underline{0,31732 = 31,732\%}}$.